



# Le temps d'apprivoiser les étoiles filantes

Jean-Pierre Keradec

## ► To cite this version:

Jean-Pierre Keradec. Le temps d'apprivoiser les étoiles filantes. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996. tel-01148263

**HAL Id: tel-01148263**

**<https://hal.science/tel-01148263>**

Submitted on 4 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

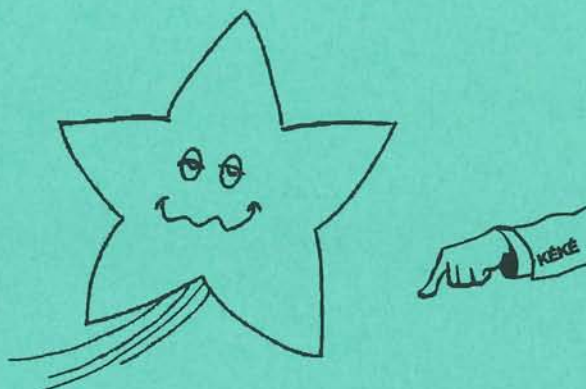
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

**HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES**

(Arrêté Ministériel du 23 Novembre 1988)



*LE TEMPS*

*D'APPRIVOISER*

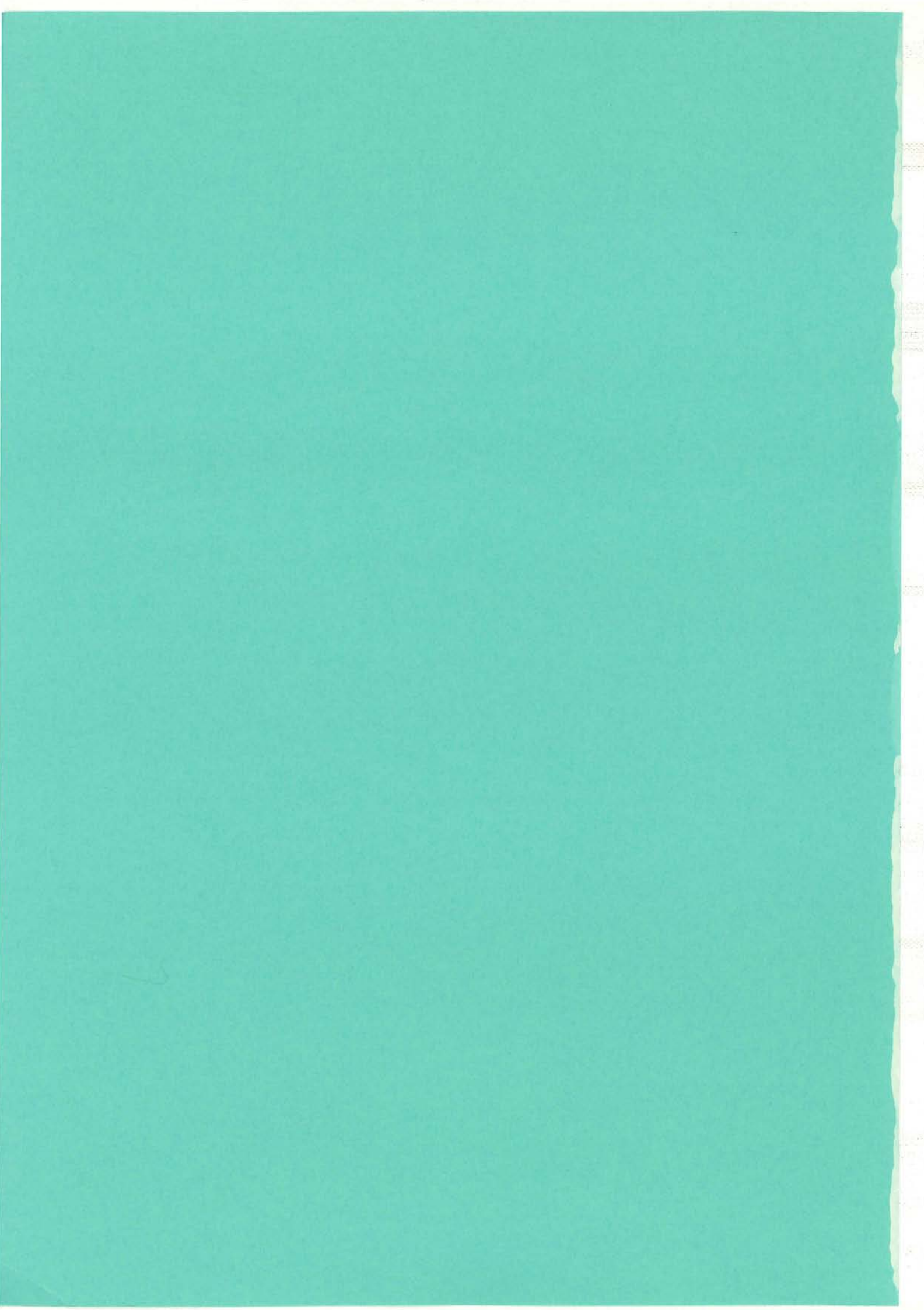
*LES ÉTOILES FILANTES*

**Jean Pierre KERADEC,**

**le 21 Novembre 1996.**



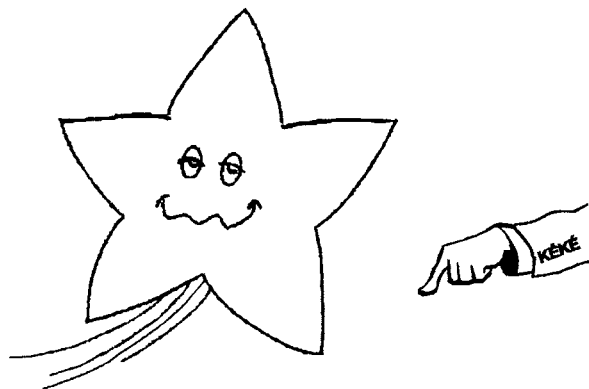
**LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE DE GRENOBLE**



**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

**HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES**

(Arrêté Ministériel du 23 Novembre 1988)



*LE TEMPS*

*D'APPRIVOISER*

*LES ÉTOILES FILANTES*

**Jean Pierre KERADEC,**

**le 21 Novembre 1996.**



**LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE DE GRENOBLE**



## LE MOT DE LA FIN

Ce mémoire a obtenu le visa de la commission de censure composée de MM. Pierre. PINARD, Jean Pierre CHABRERIE et Albert FOGGIA. Le LEG a été le théâtre d'une représentation unique, donnée le 21 Novembre 1996, devant Messieurs :

- \* **Pierre PINARD**, du Laboratoire de Physique de la Matière de Lyon, Président,
- \* **Fred C. LEE**, du Virginia Power Electronic Center (USA),
- \* **Jean Pierre CHABRERIE**, du Laboratoire de Génie Électrique de Paris,
- \* **Jean Pierre GOURE**, du Laboratoire de Traitement du Signal et Instrumentation de St Étienne,
- \* **Albert FOGGIA**, **Jean Claude SABONNADIÈRE** et **Robert PERRET**, du LEG...

...et en présence d'un public de connaisseurs assoiffé... de savoir. Grâce à l'aide des Champagnes BLIN de Vincelles, de la Pâtisserie CHATILLON de Pleyben, de la Chocolaterie De BELVAL de Grenoble et de nombreux artisans anonymes, j'en suis sorti vivant.

À tous, et en particulier à ceux qui ont dû faire sonner leur réveil plus tôt qu'à l'accoutumée pour être présents, j'exprime ma profonde gratitude.

**Décembre 1996.**



## REMERCIEMENTS

Tout d'abord un grand merci à tous les membres du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble. Les rapports sympathiques que nous avons eus depuis dix années ont soigneusement économisé mon adrénaline et, par là même, contribué à l'avancement de mon travail.

Que tous ceux qui ont facilité mon travail, ceux qui l'ont compliqué par leurs questions, ceux qui transforment la pause cantine en une distrayante activité d'équipe, les dealers de framboises et les sniffeurs de munsters, ceux qui nous rafraîchissent les idées en haut de la Verte Chartreuse ou au fond des torrents... trouvent ici mes remerciements amicaux.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance toute particulière à Messieurs Jacques PERARD et Robert PERRET. Comme Chef d'Équipe et Directeur du Laboratoire ils m'ont accordé très largement leur confiance à un moment où je reprenais une activité de recherche en changeant de discipline. En me confiant, dès mon arrivée, de bons outils et en attendant patiemment les premiers résultats, ils ont grandement facilité mon retour à la recherche.

Que ceux qui, par distraction, par désœuvrement ou pire, par choix, sont venus travailler sous ma responsabilité aillent en paix : sans eux le travail présenté ici serait encore comme un gigot aux flageolets...sans le gigot ! Il leur sera donc beaucoup pardonné.

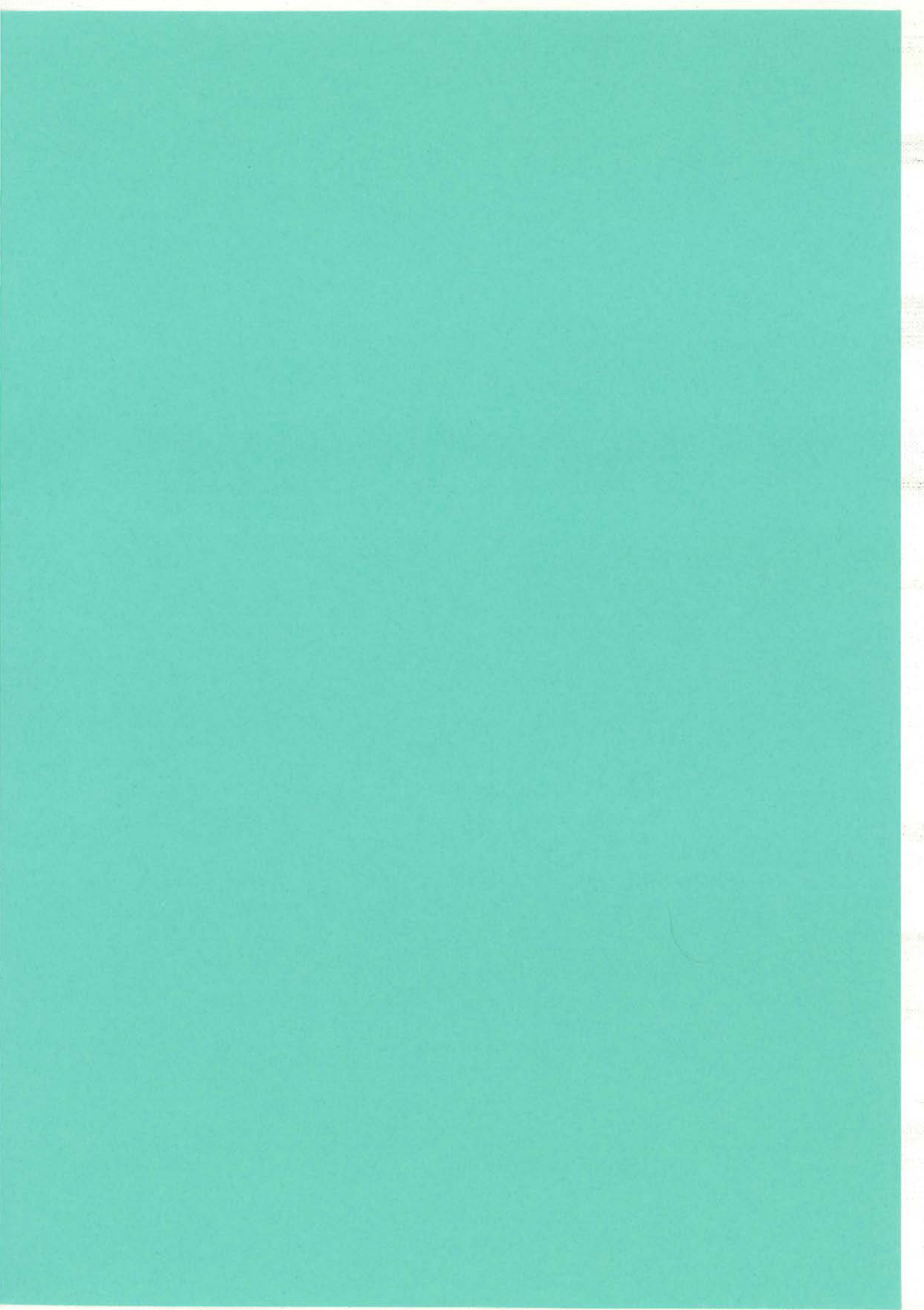
L'occasion se présentant rarement, je tiens à rendre hommage à tous les enseignants grenoblois que j'ai côtoyés entre 1965 et 1969. Tous, de l'assistant au prix Nobel, m'ont fait partager leur passion. Durant la même période, j'ai également été profondément marqué par la synthèse de la physique que présentaient les ouvrages de Landau et Lifchitz. Qu'ils sachent, et ce sera mon remerciement, qu'aujourd'hui encore je me réfère à eux.

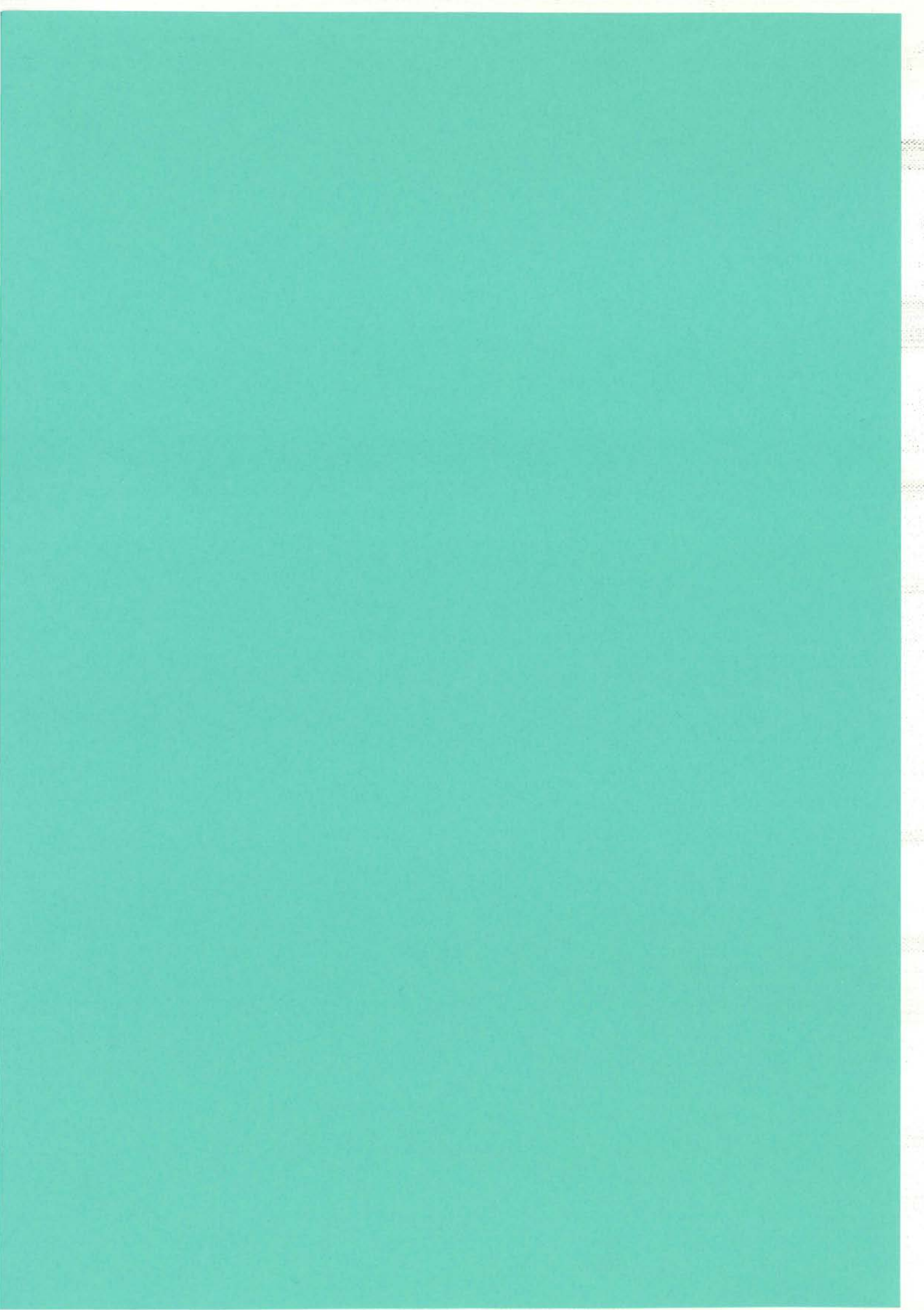
Enfin, je tiens à remercier tous ceux que j'ai privés de mon temps pour rédiger ce satané mémoire : mes amis et surtout ma famille. Ils m'ont supporté (au sens français comme au sens anglais du terme) avec indulgence et, sans leur chaleur bienveillante, les flageolets seraient peu nombreux, il n'y aurait certainement pas de quoi en faire un plat.

**Juin 1996.**









## INTRODUCTION

Qu'est-ce que la Direction de Recherche ? Voilà le vaste domaine de recherche à l'intérieur duquel ce mémoire est censé nous diriger ! C'est un fait, il y a mille manières de diriger des recherches : le doctorant qui encadre un stagiaire le fait à sa façon tout autant que le directeur de laboratoire. Cette palette s'élargit dès que l'on considère la personnalité de chacun : deux doctorants ou deux directeurs de laboratoire ne conduisent pas le même travail de la même façon.

Ne négligeons pas non plus une autre dimension, le temps, au cours duquel les goûts et les aptitudes de chacun évoluent sous l'influence du contexte et des expériences personnelles. Grâce à lui, le doctorant peut envisager de devenir un jour directeur de laboratoire et le directeur de laboratoire peut espérer revenir à ses chères études...

Pour que la musique soit bonne, ceux qui déménagent les pianos et ceux qui les accordent sont aussi indispensables que ceux qui en jouent. Pour être utile dans un laboratoire de recherche il n'est pas indispensable de connaître toutes les façons de diriger des recherches : il suffit de mettre, sans retenue, ses compétences propres à la disposition de la communauté.

Après ce préambule, prétendre tout connaître de la "direction de recherche" serait présomptueux de ma part : je me bornerai donc à présenter ma façon actuelle de diriger des recherches. Cet "instantané" aura donc la valeur d'un sondage réalisé auprès d'un échantillon représentatif d'une personne. Il faudra penser à le corriger des variations saisonnières et admettre que, sur certaines questions, la majorité dégagée soit sans opinion.

Dans cet esprit, je commencerai par parler brièvement des études et des expériences personnelles qui ont modelé ma façon de travailler, ce que j'appelle la préhistoire, puis je résumerai les principaux résultats scientifiques obtenus durant les dix années (déjà !) passées au LEG, en m'appuyant sur un ensemble d'articles consignés en annexe de ce mémoire. Ces articles, repérés par un astérisque lorsqu'ils sont cités dans le texte, constituent l'essentiel de ma base de travail actuelle. Leur contenu sera encore longuement exploité à l'avenir.

Depuis mon entrée au LEG mes études se sont réparties, à parts égales, entre la modélisation des composants bobinés et la métrologie de l'électronique de puissance rapide. Pour conserver à ce mémoire une longueur raisonnable, j'ai choisi de ne résumer que le premier thème. Le second ayant récemment fait l'objet de rédactions synthétiques, je pense qu'il est possible d'en apprécier l'ampleur en se rapportant aux articles joints en annexe. Que Gilles et Yves qui ont longuement transpiré sur ce sujet n'y voit aucune discrimination : l'expérimentation sera fréquemment mise en avant au long de ce mémoire.

Un aperçu sur les travaux en cours, ainsi qu'un panorama prospectif des sujets susceptibles de m'intéresser à l'avenir, compléteront cette présentation. Enfin, certaines visions du travail de chercheur, dont je ne revendique pas l'exclusivité, mais auxquelles j'adhère profondément, seront présentées plus explicitement. Elles sont, en grande partie, le reflet de ma formation de physicien.



## **PLUS QUE SOMMAIRE**

<b>PRÉHISTOIRE.</b>	<b>1</b>
<b>I - LA MODÉLISATION DES TRANSFORMATEURS.</b>	<b>3</b>
<b>II - ÉTUDES EN COURS ET PROJETS.</b>	<b>29</b>
<b>III - MON JARDIN DE PHYSICIEN.</b>	<b>53</b>
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE.</b>	<b>67</b>
 <b>ANNEXES :</b>	
<b>1 - LISTE DES ÉTUDIANTS ENCADRÉS.</b>	<b>69</b>
<b>2 - LISTE DES PUBLICATIONS.</b>	<b>75</b>
<b>3 - SÉLECTION D'ARTICLES.</b>	<b>87</b>
<b>4 - COURRIER RELATIF À DES COLLABORATIONS.</b>	









## PRÉHISTOIRE

Né en 1947, c'est en 1957 après avoir démonté un certain nombre de postes de TSF, de sonnettes électriques, de réveils ... que j'entends le boléro de Ravel sur un poste à galène construit de mes mains. Cette année-là, le tube à la mode est le "bip...bip" lointain de Spoutnik 1. Ces deux événements sonores éveillent définitivement ma curiosité pour les sciences et les techniques.

En 1964, j'obtiens le B.T.S. d'Électronique à Paris et, en 1967, la licence de physique à Grenoble. En 1968, ayant en poche les principaux certificats des maîtrises de physique et de mathématiques appliquées, je m'inscris au DEA de magnétisme et physique du solide que j'obtiens en 1969.

En Octobre 1970, je suis nommé assistant à l'I.U.T. 1 de Grenoble où j'enseigne essentiellement l'électronique analogique et, en 1973, je deviens Docteur de Troisième Cycle, en présentant le travail relatif aux semi-conducteurs amorphes que j'ai préparé au CNRS de Grenoble.

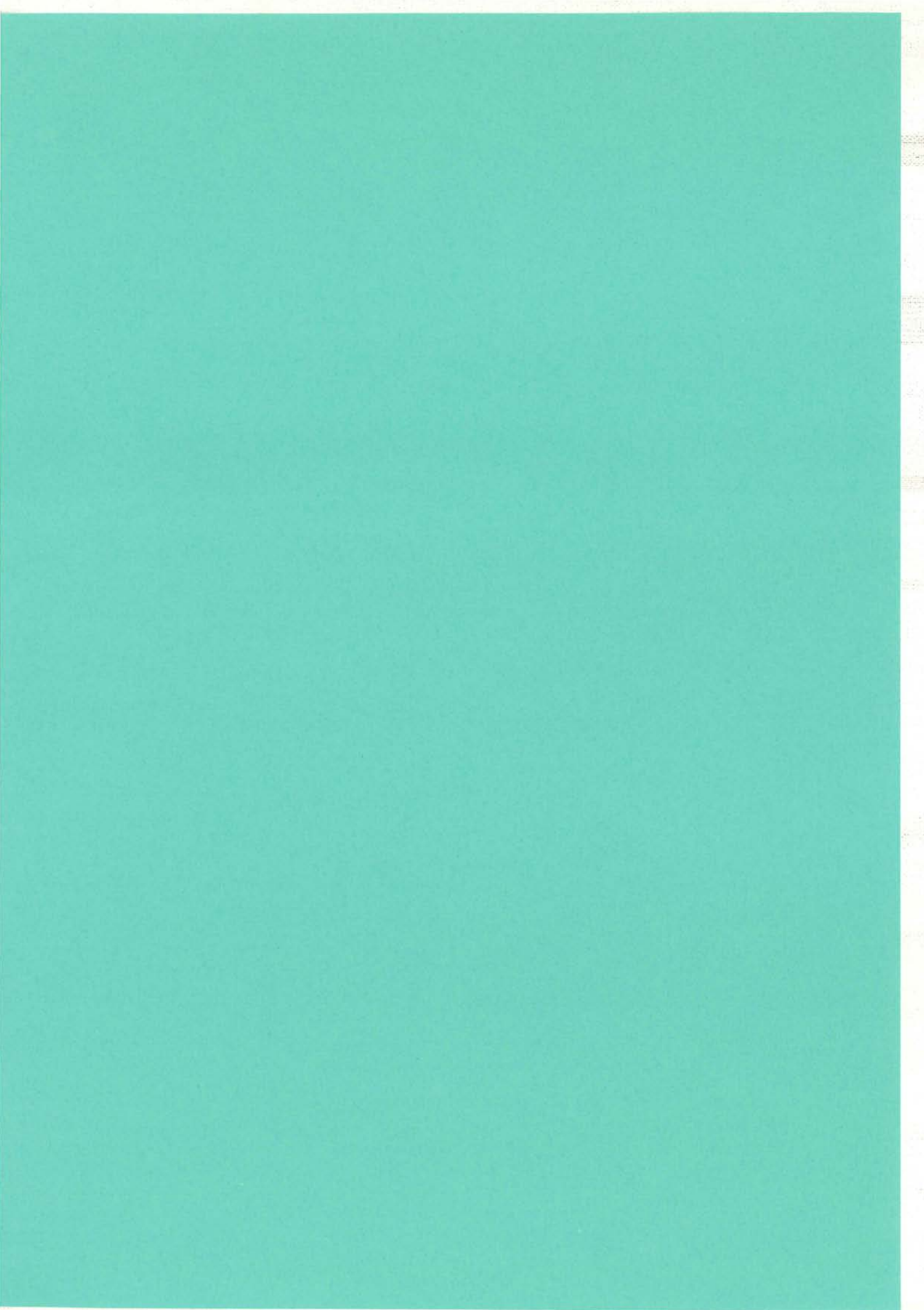
En 1973, je pars effectuer mon Service National à la Faculté des Sciences de Tunis. J'y reste quatre ans durant lesquels j'enseigne la physique au niveau du DEUG A et de la maîtrise de physique.

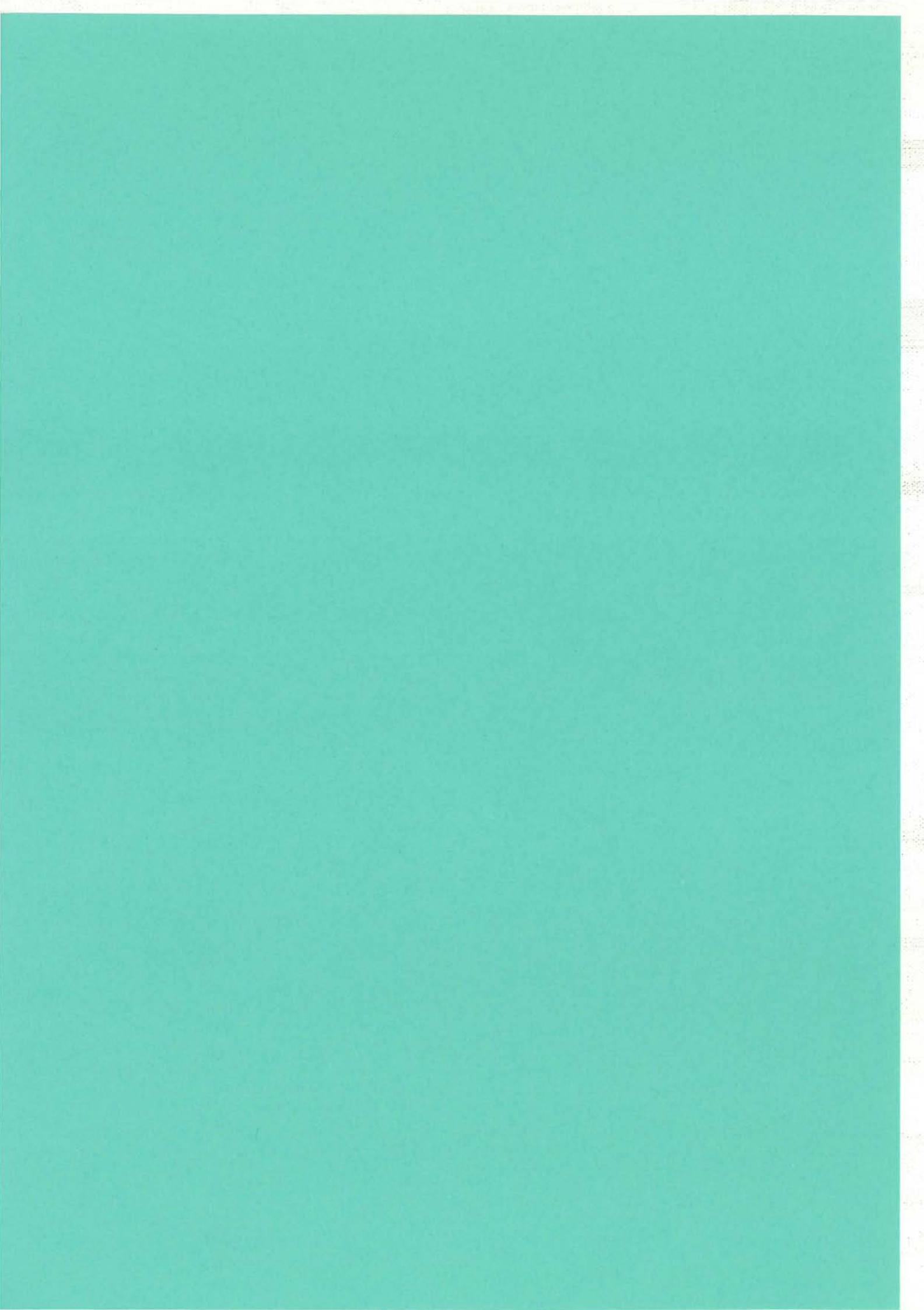
Je reprends mon poste à l'I.U.T. en 1977 et, au printemps 1978, j'entreprends, au CNRS de Grenoble, un travail de Doctorat d'État concernant les supraconducteurs. A la rentrée suivante des responsabilités très prenantes me sont confiées à l'I.U.T. parmi lesquelles la responsabilité des projets d'étudiants et la constitution d'un magasin de composants. Ces responsabilités, que j'assume jusqu'en 1983, me conduisent à abandonner temporairement la recherche en 1980.

En 1984, Jacques PERARD, qui est mon collègue à l'I.U.T., me propose de m'intéresser à une petite étude qui a été soumise au LEG. Ce premier travail pour le LEG suscite mon intérêt pour les applications de la physique à l'électronique et, après cette introduction, le Conseil de Laboratoire officialise mon entrée au LEG en Janvier 1985.

Depuis 1985, je poursuis mes activités de recherche avec l'équipe Électronique de Puissance du LEG. Ma formation en physique et en électronique m'a permis d'aborder des problèmes expérimentaux délicats et d'autres, plus théoriques, d'électromagnétisme. Deux sujets ont motivé l'essentiel de mes efforts : la métrologie en électronique de puissance rapide et les circuits équivalents pour composants bobinés. J'ai choisi de ne résumer que le travail relatif au second thème, des articles joints en annexe permettant de découvrir celui se rapportant au premier.







## **I - LA MODÉLISATION DES TRANSFORMATEURS**

<b>I - L'UTILISATION DU CIRCUIT ÉQUIVALENT.</b>	<b>5</b>
1 - Conditions de validité et voies d'approche.	
2 - Équilibre théorie - expérimentation.	
3 - Unicité et dynamique thermique.	
4 - Représentation des pertes d'un dipôle réactif.	
<b>II - LE COUPLAGE MAGNÉTIQUE.</b>	<b>8</b>
1 - Critique du modèle classique.	
2 - Le coupleur vu comme un opérateur de changement de base.	
3 - Élaboration de circuits par orthogonalisation.	
4 - Simplifications et applications.	
<b>III - LES PERTES.</b>	<b>13</b>
1 - Représentation standard.	
2 - Manifestation expérimentale des courants induits.	
3 - Représentation des courants induits : approche générale.	
4 - Phénomènes relevant des courants induits : inventaire.	
5 - Des équations de Maxwell aux circuits électriques.	
<b>IV - LE COMPORTEMENT ÉLECTROSTATIQUE.</b>	<b>19</b>
1 - Premières observations et représentations.	
2 - Modèle à six capacités pour la simulation électronique.	
3 - Modèles à trois capacités pour la caractérisation.	
4 - Réduction de la capacité parallèle d'un bobinage.	
5 - Indépendance des symétries magnétique et électrostatique.	
6 - Difficulté de la simulation électrostatique.	
<b>V - CONCLUSION.</b>	<b>27</b>



## **I - L'UTILISATION DU CIRCUIT ÉQUIVALENT.**

### **1 - Conditions de validité et voies d'approche.**

Sous réserve de maintenir les courants et les tensions en deçà de certaines limites, les composants passifs étudiés ici peuvent être abordés comme des éléments linéaires et invariants dans le temps : c'est une constatation expérimentale. Dans ces conditions il est loisible de leur associer un circuit équivalent à constantes localisées, c'est-à-dire composé de résistances, condensateurs, inductances et coupleurs (= transformateurs idéaux), dont les valeurs sont indépendantes de la fréquence.

La représentation par des constantes localisées facilite le traitement lors des simulations de fonctionnement de circuits électroniques mais elle est en principe réservée à des dispositifs exempts de phénomènes de propagation. L'étude des lignes de transmission montre toutefois que, moyennant un échantillonnage spatial suffisant, ce type de représentation reste fiable jusqu'à des fréquences aussi élevées que nécessaire. En définitive, ce choix n'implique nullement une renonciation à prendre en compte des phénomènes de propagation.

En première analyse on distingue deux façons d'élaborer ce circuit équivalent : l'une expérimentale, l'autre théorique. La première consiste à caractériser le composant par un nombre suffisant de mesures (diagrammes de Bode d'impédances, de gains...) que l'on résume ensuite par un circuit empirique aussi simple que possible. Dès que la linéarité du comportement est expérimentalement établie, cette approche ne nécessite aucune hypothèse concernant le fonctionnement et le schéma obtenu peut être exploité pour prévoir le comportement du composant en régime quelconque. A l'opposé, si tous les paramètres de construction du composant sont connus, son comportement électromagnétique, puis son comportement électrique se déduisent d'études analytiques, ou de simulations logicielles. On peut donc, en principe, bâtir le circuit équivalent sans construire le composant.

### **2 - Équilibre théorie - expérimentation.**

Les deux approches précédemment décrites sont, en pratique, aussi limitées l'une que l'autre. Au-delà d'une certaine complexité, il est difficile de faire évoluer un circuit empirique en aveugle, sans formuler la moindre hypothèse concernant la nature du phénomène supplémentaire à prendre en compte. En outre, l'intérêt du circuit diminue si la justification physique des éléments est indéterminée. A l'opposé, l'étude théorique complète est très complexe. La simulation nécessite un logiciel de résolution en trois dimensions des équations de Maxwell complètes et, quand bien même nous disposerions d'un tel logiciel, il faudrait considérer le temps de calcul et le temps nécessaire à l'introduction de toutes les données (propriétés des matériaux, géométrie en trois dimensions) pour discuter valablement de l'efficacité de cette approche.

Afin d'éviter les écueils exposés ci-dessus, nous avons appréhendé le fonctionnement par approximations successives et nous avons exploité alternativement la théorie et la mesure pour progresser. A chaque niveau d'approximation, l'étude théorique nous a permis d'associer un nouveau circuit équivalent et un jeu de diagrammes de Bode pouvant être comparés aux résultats expérimentaux. Réciproquement, à chaque fois que le circuit équivalent en vigueur s'avérait inapte à expliquer les diagrammes expérimentaux, nous avons cherché la cause physique de cette divergence et affiné notre modèle.

Le circuit équivalent que nous utilisons actuellement pour représenter un transformateur à deux enroulements n'est plus empirique : chacun de ses composants a été introduit pour rendre compte d'un phénomène physique précisément identifié, après que la corrélation entre ce phénomène et les mesures ait été expérimentalement établie. C'est pourquoi la recherche expérimentale du circuit équivalent nous sert parfois de diagnostic pour savoir si tel ou tel phénomène intervient de façon notable durant le fonctionnement du composant. Elle nous permet également de comparer des prototypes concurrents.



Pour conclure, le circuit équivalent d'un composant linéaire synthétise tout son comportement électrique externe et donc toutes les mesures électriques auxquelles il peut être soumis. Il est donc naturel qu'il se retrouve au centre de toutes les confrontations de résultats théoriques et expérimentaux.

### 3 - Unicité et dynamique thermique.

Le circuit équivalent qui traduit le comportement électrique d'un composant est-il unique ? Quelques cas particuliers rappelés ci-dessous montrent qu'il n'en est rien. Ces exemples sont connus mais les conséquences concernant la fiabilité d'exploitation du circuit équivalent le sont moins et méritent d'être soulignées.

Certaines transformations sont couramment utilisées pour modifier la topologie d'un circuit sans en modifier le comportement électrique : la transformation source de tension - source de courant, la transformation étoile - triangle, le déplacement d'une impédance du primaire au secondaire d'un transformateur, etc. De même les deux dipôles de la figure 1 présentent le même comportement électrique à tel point qu'aucune mesure électrique ne permet de choisir entre ces deux représentations si le pôle AB est caché à l'intérieur d'une boîte. Ces circuits sont équivalents si :

$$r' = \frac{Rr}{R+r} ; R' = \frac{R^2}{R+r} ; L' = L \cdot \left( \frac{R}{R+r} \right)^2 \text{ et, inversement, } r = \frac{r' (R'+r')}{R'} ; R = R'+r' ; L = L' \cdot \left( \frac{R'+r'}{R'} \right)^2$$



Figure 1. Deux représentations équivalentes des pertes d'une inductance.

Parmi ces équivalences électriques, certaines mènent à des comportements thermiques très différents. Bien que la représentation d'un générateur fasse appel, au choix, à une source de courant ou à une source de tension, seul le circuit exploitant la source de courant dissipe lorsqu'il n'est pas chargé. Des différences analogues apparaissent au cours de l'étude de systèmes passifs dont les circuits équivalents n'incluent aucune source.



$$\tau = \frac{L}{R} = R C$$

Figure 2. Deux résistances à pertes différées.

Observons les dipôles de la figure 2 dont le comportement électrique est toujours identique à celui d'une résistance pure  $R$ . Leur dissipation ne suit pas la même loi temporelle qu'une résistance pure  $R$ . Elle peut notamment persister assez longtemps après l'interruption du courant, puisque rien ne limite la constante de temps  $\tau$ .

Ainsi, lorsque dans un circuit équivalent une résistance  $R$  est parcourue par un courant  $i(t)$ , il faut se garder de déduire que la puissance qu'elle dissipe instantanément vaut  $R.i^2(t)$ . Seule la puissance moyenne dissipée en régime périodique s'évalue avec certitude en fonction du courant efficace :  $R.i^2_{\text{eff}}$ .

#### 4 - Représentation des pertes d'un dipôle réactif.

En régime sinusoïdal et pour une pulsation  $\omega$  donnée il est possible de représenter les pertes d'une bobine par une résistance placée au choix en série ou en parallèle avec l'inductance. Des relations, rappelées sur la figure 3, permettent de passer d'une représentation à l'autre.

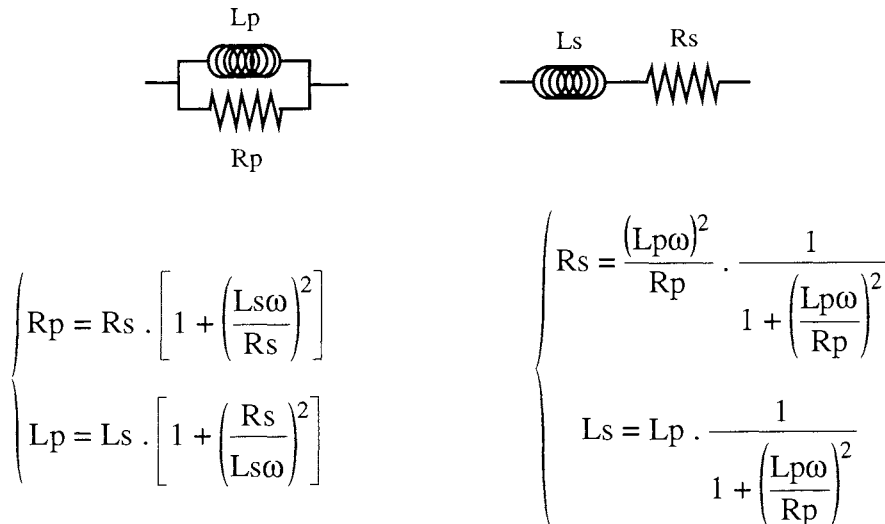


Figure 3. Représentation en série ou en parallèle des pertes.

Les dipôles représentés sur la figure 3 ne sont pas équivalents au sens précédent : pour des régimes non sinusoïdaux ils n'ont pas le même comportement électrique. Il est cependant utile de remarquer que si  $L_p$  et  $R_p$  sont indépendants de la fréquence, en basse fréquence  $L_s$  est constante et voisine de  $L_p$ , alors que  $R_s$  varie comme  $\omega^2$ . Réciproquement, lorsque les pertes d'une inductance varient, à courant fixé, comme  $\omega^2$ , il est judicieux de les représenter par une résistance parallèle  $R_p$  car, dans une gamme de fréquence assez large, cette résistance est indépendante de la fréquence.

Si  $R_p$  et  $L_p$  sont indépendants de la fréquence,  $L_s$  est divisée par 2 à la fréquence de coupure  $f_c = R_p / (2\pi L_p)$  et sa diminution la plus rapide se situe à  $f_c / \sqrt{3}$ . Ces repères permettent l'évaluation de la constante de temps  $L_p / R_p$  dès que la variation de  $L_s$  en fonction de la fréquence est connue à la suite de mesures, de simulations ou de calculs analytiques.

Des raisonnements analogues s'appliquent à la représentation des pertes d'un condensateur. Bruno SEGUIN, qui travaille sur ce sujet dans le cadre d'une collaboration entre le LEG et le Laboratoire d'Électrostatique du CNRS de Grenoble, aura peut-être l'occasion de les exploiter.

## II - LE COUPLAGE MAGNÉTIQUE.

### 1 - Critique du modèle classique.

Le travail résumé dans ce paragraphe est exposé en détail dans [33\*]. Il a débuté au cours de la thèse d'Éric Laveuve et les problèmes concrets soumis par Michel Bensoam ont élargi la discussion. Bruno Cogitore a assuré la rédaction finale après avoir amélioré la rigueur de certaines démonstrations et intégré des exemples pour l'illustration.

En 1989, après avoir caractérisé quelques transformateurs à deux enroulements, nous avons quelques soucis avec les inductances de fuites partielles  $l_{f1}$  et  $l_{f2}$  (Fig. 4). Tantôt positives, tantôt négatives, les valeurs déduites des mesures sont très sensibles à la valeur adoptée pour le rapport de transformation. Qui plus est, ce rapport est habituellement assimilé au rapport des nombres de spires des enroulements et il n'est pas toujours accessible à la mesure (composants surmoulés !).

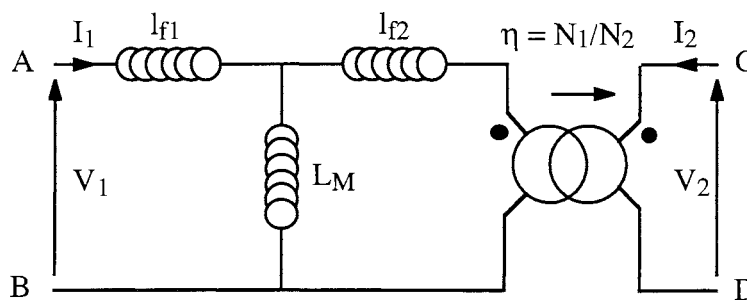


Figure 4. Représentation classique du couplage de deux enroulements.

Nous remarquons alors que le circuit se caractérise par quatre valeurs (trois inductances et un rapport de transformation) alors que la matrice inductance, symétrique, ne comprend que trois éléments indépendants. Profitant du degré de liberté ainsi mis à jour, nous attribuons au rapport de transformation  $\eta$  une valeur  $\eta_s$  (Fig. 5) qui rend symétrique le quadripôle inductif. Dorénavant, toutes les valeurs du circuit se déduisent de la mesure de trois inductances. Plus tard, et uniquement pour des raisons de commodité de calcul, le T symétrique est abandonné au profit d'un  $\Pi$  symétrique.

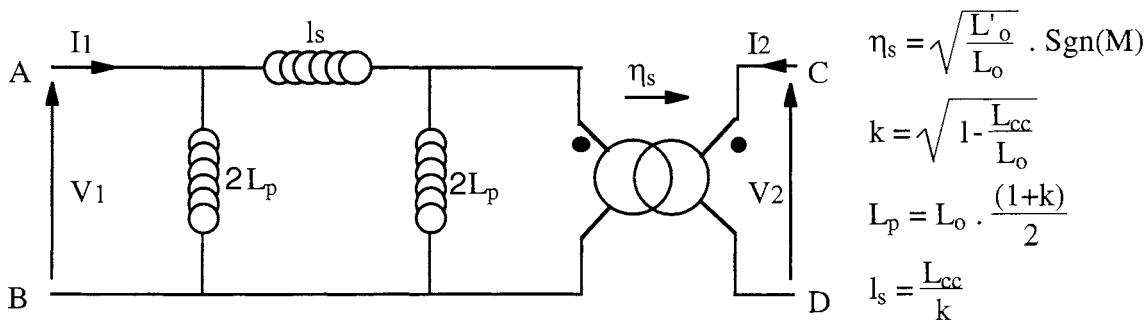


Figure 5. Représentation actuelle du couplage de deux enroulements.  
 $L_o$  et  $L'_o$  sont les impédances à vide respectivement vues du primaire et du secondaire,  
 $L_{cc}$  est l'impédance en court circuit vue du primaire.

Cette approche suppose l'abandon de la répartition primaire-secondaire des fuites puisque les deux inductances de fuites partielles (représentation en T) sont systématiquement égales. Cet abandon n'est assorti d'aucun regret, car la répartition traditionnelle s'appuie sur des hypothèses relatives à la cartographie du flux dont la validité est établie seulement pour certaines formes de transformateurs.

Qui plus est, la cartographie du flux est profondément perturbée, aux fréquences élevées, par l'apparition de courants induits dans les conducteurs, phénomène également négligé par les études traditionnelles. Nous abandonnons également, pour les mêmes raisons, les procédés d'élaboration de schémas reposant sur la dualité magnéto-statique- électrocinétique.

## 2 - Le coupleur vu comme un opérateur de changement de base.

En 1990 aucun circuit n'est encore proposé pour représenter un transformateur comprenant plus de trois enroulements. L'approche classique, consistant à associer un transformateur parfait, une inductance magnétisante unique et une inductance de fuite par enroulement, ne peut être généralisée car elle n'introduit pas suffisamment de paramètres réglables. Pas mal de temps et de papier seront nécessaires pour découvrir que le transformateur parfait, exploité depuis des années, est capable d'opérer un changement de base sur des tensions ou des courants (Fig. 6).

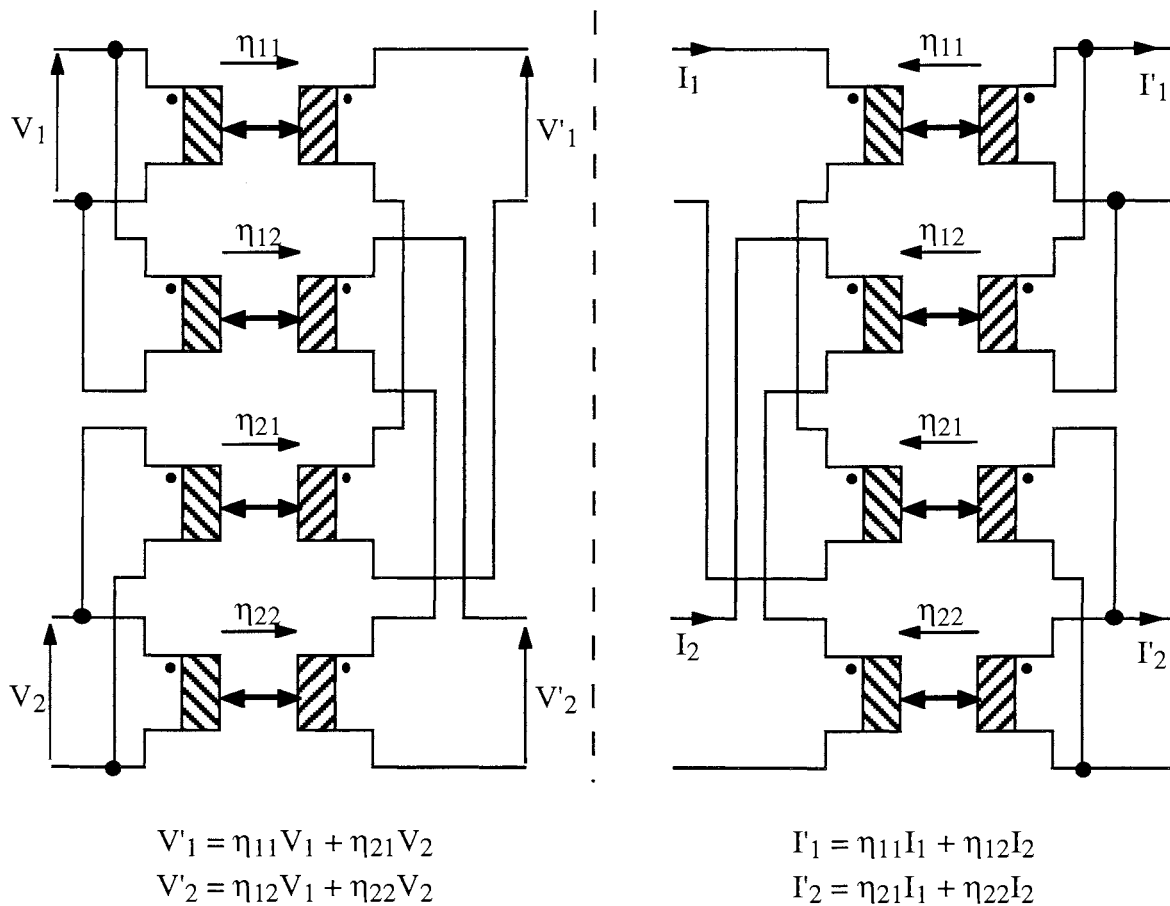
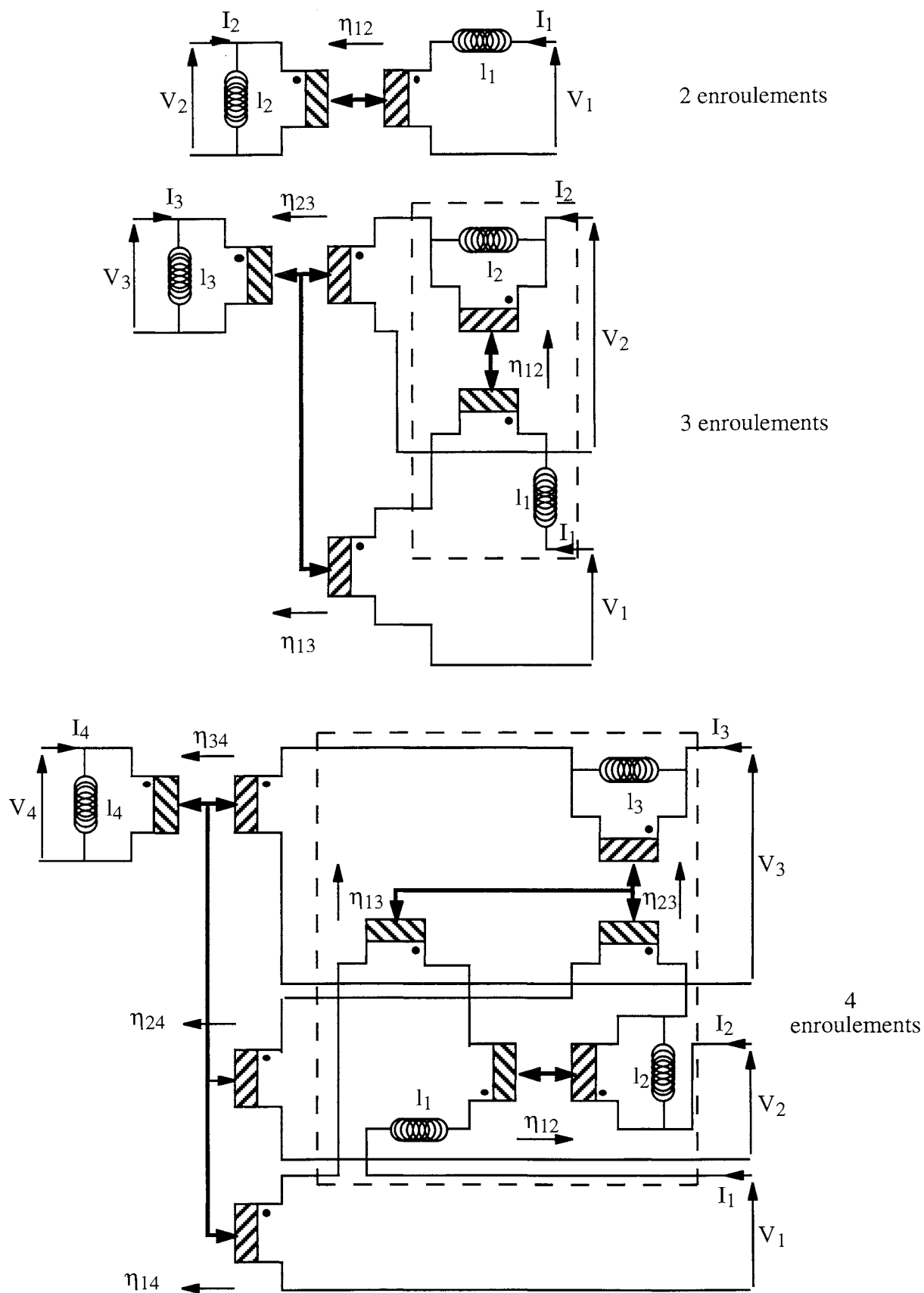


Figure 6. Le coupleur permet d'opérer des changements de base.

## 3 - Élaboration de circuits par orthogonalisation.

Cette vision nouvelle d'un élément connu est le point de départ d'une importante avancée. Pour marquer la rupture, nous rebaptisons cet élément "coupleur" et nous le représentons différemment ; les mathématiques matricielles font le reste.

En faisant appel à la méthode d'orthogonalisation de Schmitt, nous trouvons un processus itératif qui permet de dessiner des circuits équivalents pour un nombre quelconque d'enroulements (Fig. 7). Tous les éléments introduits sont directement et individuellement accessibles à la mesure.



**Figure 7.** Méthode d'élaboration de circuits équivalents pour des inductances couplées. Le circuit représentant  $n$  enroulements se retrouve intégralement dans celui associé à  $n+1$  enroulements.

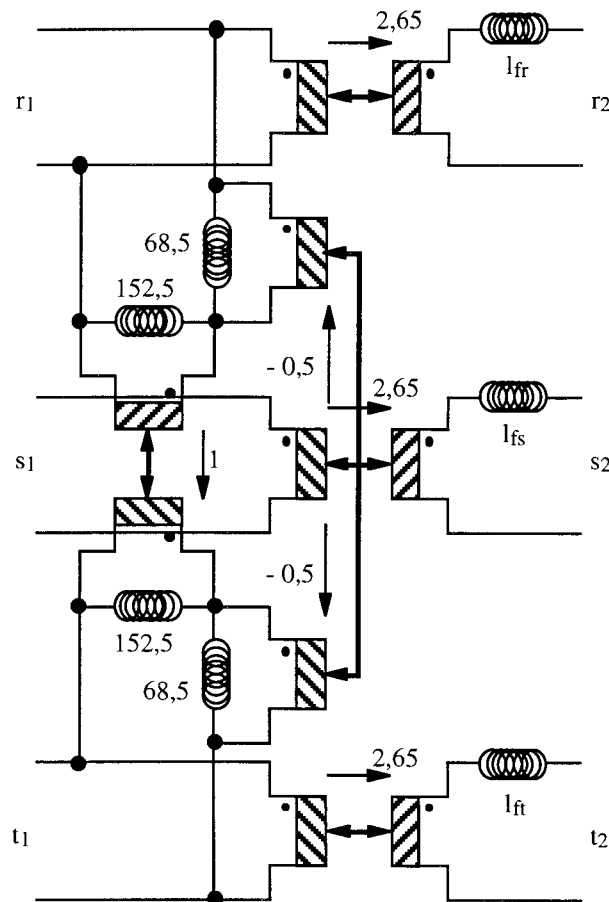
A titre d'exemple, considérons le transformateur à quatre enroulements (Fig. 7). En alimentant l'entrée 4 alors que les autres sont à vide, on accède directement à  $l_4$  (inductance d'entrée) et les valeurs de  $\eta_{14}$ ,  $\eta_{24}$ , et  $\eta_{34}$  se déduisent des gains en tension à vide. Dans une seconde étape, on fait apparaître un composant à trois entrées en court-circuitant l'enroulement 4, puis on renouvelle l'opération précédente en alimentant l'enroulement 3. En répétant ce processus, on peut achever la caractérisation. Toutes les inductances sont mesurées directement, elles sont nécessairement positives.

On peut vérifier, en introduisant les rapports de courants  $a_{ij} = 1/\eta_{ij}$ , que les courants  $I'$  traversant les inductances du dernier circuit de la figure 7 sont conformes à ceux introduits par la méthode de Schmitt :

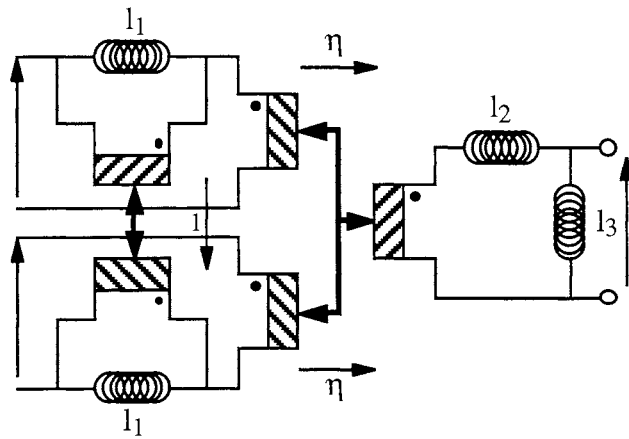
$$\begin{aligned} I'_1 &= \dots I_1 \\ I'_2 &= a_{12}.I_1 + \dots I_2 \\ I'_3 &= a_{13}.I_1 + a_{23}.I_2 + \dots I_3 \\ I'_4 &= a_{14}.I_1 + a_{24}.I_2 + a_{34}.I_3 + \dots I_4 \end{aligned}$$

#### 4 - Simplifications et applications.

Enfin, les symétries (enroulements identiques) et certaines approximations (couplages forts) mènent à d'importantes simplifications dans de nombreux cas pratiques (Fig. 8 et 9). Aujourd'hui, le coupleur tient, dans nos circuits équivalents, un rôle aussi important que les trois éléments standards : résistance, inductance, capacité.



**Figure 8.** Circuit équivalent d'un transformateur triphasé à trois colonnes.  
Les valeurs d'inductances sont données en mH.

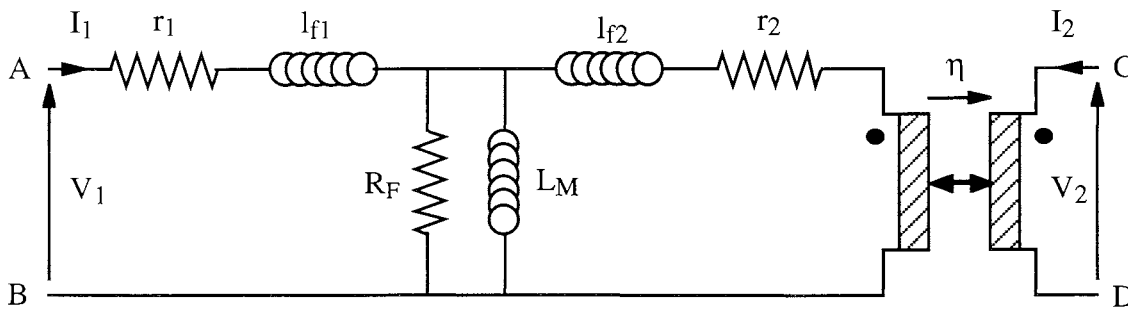


**Figure 9.** Représentation d'un transformateur à deux primaires identiques isolés.

### III - LES PERTES.

#### 1 - Représentation standard.

La prestation première d'un transformateur c'est le couplage magnétique. C'est pourquoi il est naturel de compléter petit à petit le schéma qui traduit ce couplage pour affiner la représentation du comportement réel du composant. Dans un premier temps, trois résistances sont adjointes au schéma magnétique pour rendre compte des pertes du transformateur à deux enroulements (Fig. 10).

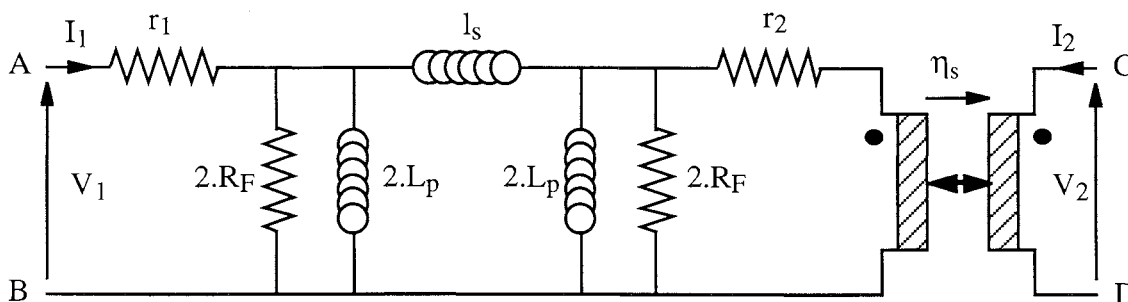


**Figure 10.** Représentation standard des pertes par trois résistances indépendantes de la fréquence.

Les pertes par effet Joule dans le primaire ne dépendent que de  $I_1$  et, pour des fréquences modérées, elles ne dépendent pas de la fréquence si la valeur efficace de  $I_1$  est maintenue constante. La représentation par une résistance constante  $r_1$ , en série avec le primaire, s'impose. Le même raisonnement vaut pour les pertes Joule du secondaire et, tant que  $\eta$  ne varie pas suivant la fréquence, la résistance peut être ramenée au primaire du coupleur. Ainsi se justifie la présence de  $r_2$ .

Les pertes du circuit magnétique sont, dans l'approximation linéaire, proportionnelles au carré de l'induction dans le noyau et, en conséquence, au carré du flux qui le traverse. La tension engendrée aux bornes d'un enroulement étant proportionnelle à ce flux, une résistance  $R_F$  soumise à cette tension dissipe une puissance proportionnelle au carré de l'induction, ce qui traduit correctement les pertes du noyau.

Rien dans le raisonnement précédant ne permet d'affirmer que la résistance  $R_F$  ne varie pas suivant la fréquence. Supposer que  $R_F$  est indépendant de la fréquence, c'est admettre une loi de variation fréquentielle pour les pertes fer. En effet, si l'induction efficace est maintenue constante, la tension aux bornes de  $L_M$  croît comme  $\omega$  et, dans les mêmes conditions, la puissance dissipée dans  $R_F$  est proportionnelle à  $\omega^2$ . Cette approximation s'avérant expérimentalement acceptable, la résistance  $R_F$  est, en pratique, supposée indépendante de la fréquence. Sans préciser davantage cette formulation simple, voire simpliste, des pertes, il est possible de tenir compte des avancées récentes concernant la représentation du couplage magnétique (Fig. 11).

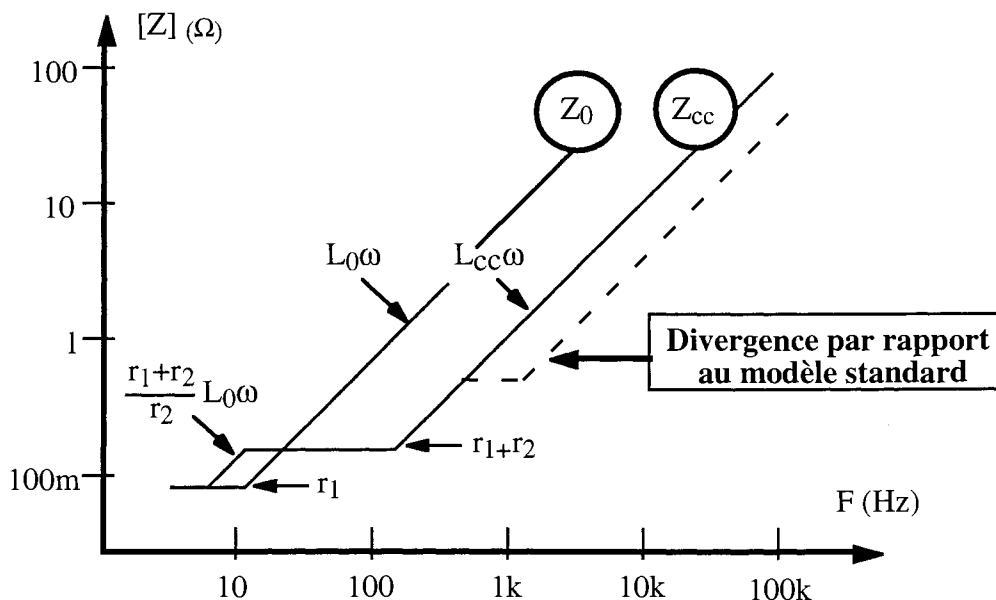


**Figure 11.** Représentation standard des pertes dans le circuit inductif actuel : la résistance de pertes fer est scindée en deux.



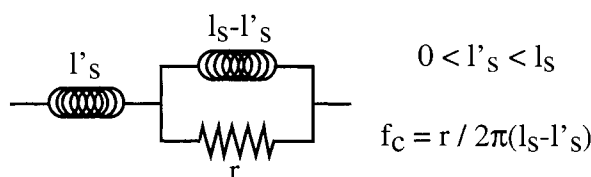
## 2 - Manifestation expérimentale des courants induits.

L'approche précédente est valable tant que les conducteurs sont très fins et les matériaux magnétiques isolants. Dès qu'une de ces conditions n'est plus remplie, des courants sont induits par les variations de l'induction magnétique dans tous les matériaux conducteurs et, à mesure que la fréquence croît, le comportement du quadripôle s'écarte de celui du circuit précédent (Fig. 11). La première observation expérimentale d'une telle divergence, relatée dans [1, 10], montre une variation de l'impédance d'entrée en court-circuit non conforme aux prévisions (Fig. 12).



**Figure 12.** En présence de courants induits, le comportement du transformateur s'écarte de celui attaché à la représentation standard.

Cette première observation nous incite à remplacer l'inductance  $l_s$  par le dipôle de la figure 13 mais des questions demeurent sans réponse : cet écart est-il bien imputable à des courants induits dans les conducteurs et, si oui, comment se fait-il qu'un phénomène à constantes réparties admette une représentation par des constantes localisées ?



**Figure 13.** Représentation des effets des courants induits.

L'étude [17] menée en 1989 avec Éric Laveuve apporte les réponses espérées. Deux prototypes presque identiques de transformateurs à deux enroulements sont construits. Leurs enroulements sont en fils de litz, mais l'espace inter-enroulements du premier est rempli de carton, alors que celui du second est occupé par un enroulement supplémentaire, non connecté, et réalisé en spires jointives de cuivre de 1 mm de diamètre. Alors que l'impédance d'entrée en court-circuit du premier transformateur est conforme aux prévisions de la représentation standard, celle du second reproduit le comportement présenté ci-dessus (Fig. 12).

Dès lors, l'origine de ce comportement ne fait plus aucun doute, d'autant qu'une théorie analytique simple, développée dans le même article, conduit aux valeurs mesurées et est confirmée par des simulations magnétodynamiques. Elle montre en particulier qu'à la fréquence  $f_c$  (Fig. 13) l'épaisseur de peau est voisine du rayon du fil. Cette étude confirme qu'un circuit à constantes localisées peut fournir une approximation très convenable d'un phénomène à constantes réparties et,

l'observation de phénomènes provoqués par des courants induits.

### 3 - Représentation des courants induits : approche générale.

A mesure que nous accumulons les études, d'autres phénomènes imputables à des courants induits sont observés dans les fils proches d'un entrefer [41] avec Bruno Cogitore, ou dans le circuit magnétique [42\*] avec François Blache. Ces phénomènes présentent des comportements suffisamment similaires pour qu'une explication commune soit avancée.

En basse fréquence, les courants induits (qui sont proportionnels au champ électromoteur et donc à  $\omega$ ) sont faibles : ils modifient très peu le champ magnétique total. Pour des courants injectés indépendants de la fréquence, le principal effet de ces courants induits est une dissipation proportionnelle au carré du champ électromoteur et donc à  $\omega^2$ .

A mesure que la fréquence augmente, les courants induits croissent et le champ qu'ils créent s'oppose de plus en plus efficacement au champ initial. Il en résulte une diminution des inductances concernées qui cesse lorsque les lignes de flux sont complètement expulsées des matériaux conducteurs. Dans le même temps, la réduction de l'induction moyenne dans le matériau réduit la vitesse de croissance des pertes suivant  $\omega$ .

Pour tenir compte de ces deux effets, le circuit de la figure 13 constitue une bonne approximation. Une étude élémentaire (Fig. 3) permet d'établir qu'en dessous de  $f_c$  sa résistance série est proportionnelle à  $\omega^2$  alors que son inductance série, constante dans cette zone, diminue de  $l_s$  à  $l'_s$  lorsque la fréquence croît, la moitié de cette diminution étant acquise à la fréquence de coupure  $f_c$ .

Moyennant un ajustage des valeurs de  $l'_s$  et  $r$  ce dipôle rend bien compte de la réalité jusqu'à  $f_c$ , voire une décade plus haut. Son principal défaut est de minorer les pertes en haute fréquence car sa résistance série tend vers une constante alors qu'elle devrait croître comme  $\omega^{1/2}$  pour représenter fidèlement l'effet des courants induits.

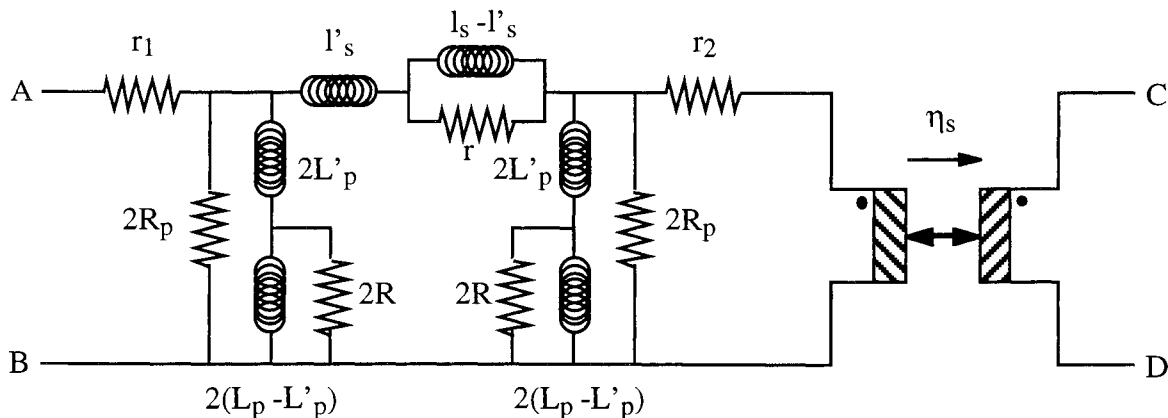


Figure 14. Prise en compte des courants induits dans la représentation du couplage magnétique.

Pour obtenir un comportement plus réaliste, il faut consentir à augmenter le nombre de composants du circuit en multipliant, par exemple, le nombre de cellules L-R parallèles. Une telle complication est rarement justifiable car la différence qui en résulte en haute fréquence est, en pratique, souvent masquée par des phénomènes beaucoup plus importants, principalement dus aux capacités parasites. Pour justifier le schéma que nous exploitons désormais (Fig. 14), il faut ajouter l'observation suivante : même en cas de forte variation de  $L_o$  et  $L'_o$ , nous n'avons jamais noté de variation significative de leur rapport avec la fréquence. Ceci nous a permis de préserver à la fois la constance de  $\eta_s$  et la symétrie du quadripôle inductif.

variation significative de leur rapport avec la fréquence. Ceci nous a permis de préserver à la fois la constance de  $\eta_s$  et la symétrie du quadripôle inductif.

Dans de nombreux cas, une seule des deux inductances (série ou parallèle) est perturbée par les courants induits et le circuit de la figure 14 peut être simplifié. Cependant, nous avons dû quelquefois introduire en série une seconde cellule L-R parallèle pour prendre en compte un second effet de courants induits qui intervenait de façon flagrante à une fréquence  $f_c$  différente du premier.

Le transformateur étudié par François Blache nous a conduits à exploiter complètement le circuit de la figure 14. Des choix technologiques imposés par un environnement mécanique et climatique très contraignant expliquent la modestie de ses performances : rendement maximum 50 %, couplage 80 %. Ce composant, dont le circuit magnétique est en fonte, est très différent du standard, ce qui rend l'accord théorie-expérience plus significatif encore. L'article [42\*] indique comment modifier le circuit de la figure 14 en vue de son exploitation par PSPICE et il compare l'impédance à vide issue de la mesure à celle relative au modèle (Fig. 15). La confrontation théorie-expérience a été étendue à d'autres paramètres mesurables avec le même succès.

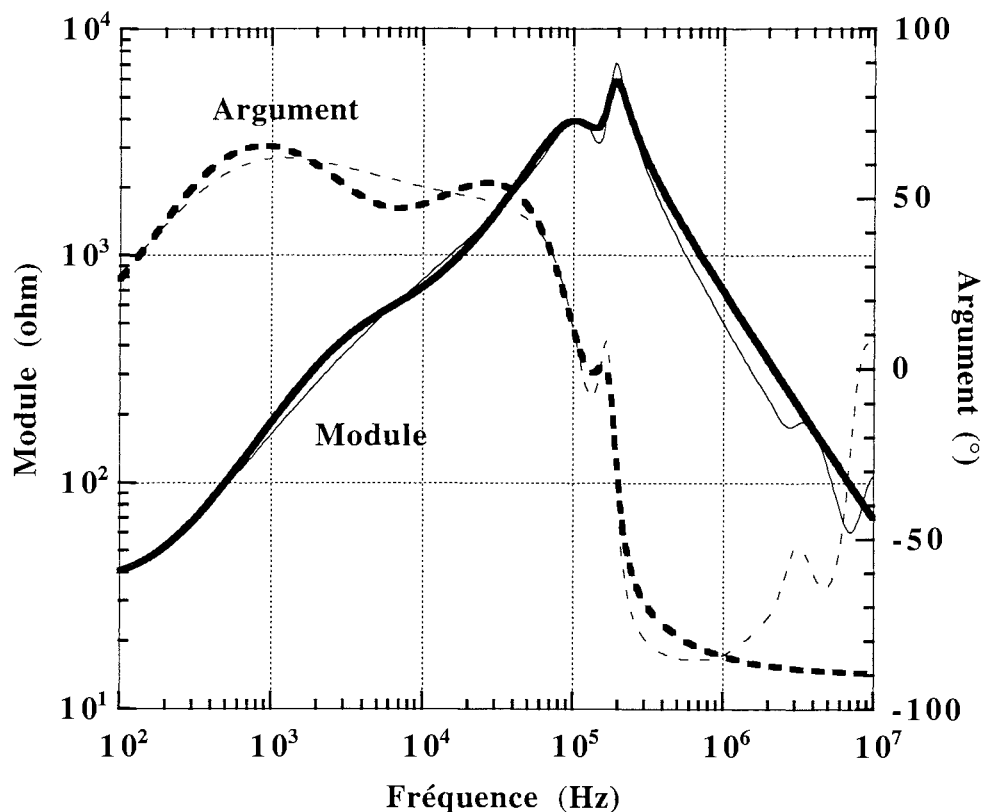


Figure 15. Impédance à vide d'un transformateur à circuit magnétique en fonte :  
trait gras modèle, trait fin mesure.

#### 4 - Phénomènes relevant des courants induits : inventaire.

La généralité de la présentation précédente le laissait présager : de nombreux phénomènes sont imputables aux courants induits. Ci-dessous nous en décrivons quelques uns que nous avons étudiés, mais leur liste n'est pas exhaustive.

Un effet, souvent constaté, est l'échauffement des conducteurs voisins d'un entrefer [41]. La discontinuité du circuit magnétique engendre, à l'extérieur du circuit, une excitation magnétique comparable à celle d'un conducteur très fin placé à la périphérie de l'entrefer. Cette forte excitation

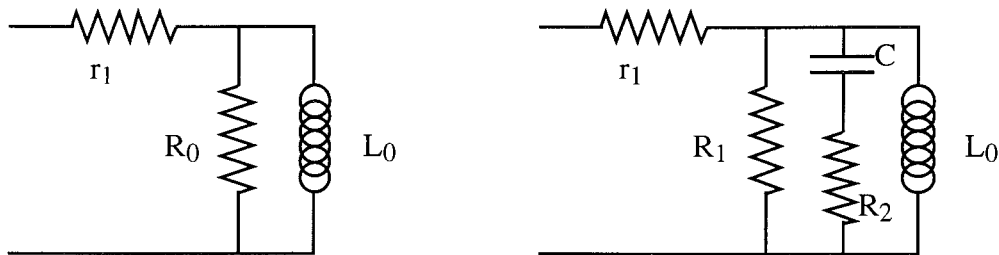
locale est à l'origine d'un accroissement considérable de la dissipation dans les conducteurs proches qui mène, parfois, à la destruction du composant.

Concernant ce phénomène, deux points doivent être soulignés. Tout d'abord ces pertes sont proportionnelles au carré de l'excitation engendrée par l'entrefer et donc, comme les pertes fer, au carré de l'induction magnétique dans le noyau. Ces pertes "cuivre" sont des pertes parallèles ! Ceci ne surprendra pas les utilisateurs d'inductances et de transformateurs à air qui savent que les pertes parallèles existent, même en l'absence de matériau magnétique. Notons que la variation de l'inductance parallèle  $L_p$  (Fig. 14) provoquée par ce phénomène peut souvent être négligée, si bien que  $2R$  se retrouve en parallèle sur  $2R_p$  : une résistance unique rend compte globalement des pertes fer et de ce type de pertes cuivre.

Envisageons maintenant ce qui se passe dans un circuit magnétique en métal massif. Lorsque la fréquence augmente, les lignes de flux sont rejetées vers la périphérie exactement comme les lignes de courant le sont à cause de l'effet de peau. Il en résulte une diminution de la surface utile du circuit magnétique et donc de l'inductance magnétisante. Ce phénomène était très sensible dans le transformateur exploité comme exemple (Fig. 15).

Bien entendu, un noyau en métal massif n'est pas chose courante en électronique de puissance. Sommes-nous pour autant à l'abri de ces effets lorsque nous utilisons des ferrites ? Ce n'est pas certain ! Tout d'abord leur résistivité n'est pas infinie et, compte tenu des dimensions des circuits, la résistance entre deux points d'un noyau ferrite est modérée : couramment quelques centaines d'ohms. En outre, la résistivité élevée est due essentiellement à la fine couche isolante qui sépare les grains conducteurs : ceci est vrai en continu mais pas en alternatif ! La permittivité relative apparente dépasse souvent  $10^5$  et, dès quelques dizaines de kHz, le courant capacitif supplante le courant résistif.

En nous appuyant sur des observations expérimentales, nous avons déjà proposé [15] d'améliorer la représentation des pertes ferrite, en remplaçant la résistance unique  $R_0$  par l'ensemble  $R_1, R_2, C$  (Fig. 16). Pour justifier cet ajout, il est certain que la caractérisation du matériau par sa seule perméabilité, fut-elle complexe, devra être dépassée.



**Figure 16.** Les pertes des noyaux en ferrite incluent celles associées au passage, dans les grains, des courants qui traversent capacitivement le liant.

## 5 - Des équations de Maxwell aux circuits électriques.

Les phénomènes évoqués ci-dessus nous ont conduits, à plusieurs reprises, à faire appel aux lois de la propagation électromagnétique. Ainsi par exemple, le partage de l'inductance de fuite en deux parties pour tenir compte des courants induits dans les conducteurs (Fig. 13), a été justifié [17] par l'étude de la propagation (diffusion) à travers une lame de cuivre. Plus récemment, nous avons quantifié l'effet du champ rayonné par un entrefer sur les conducteurs proches [41] en exploitant les lois de la réfraction. Avant de négliger les effets liés à la propagation, il faut avoir à l'esprit que, dans un métal, la longueur d'onde  $\lambda$  est du même ordre que l'épaisseur de peau  $\delta$  : les fréquences pour lesquelles les dimensions sont comparables à  $\lambda/4$  sont parfois très basses.

Afin de mieux comprendre comment s'effectuent les échanges de puissance entre les enroulements, nous décidons de tenir compte de la propagation dès le départ mais, pour préserver la simplicité des résultats, nous schématisons autant que faire se peut la géométrie du dispositif. Le transformateur est regardé comme un empilement de lames (de cuivre, d'air, de ferrite...) que les ondes traversent, sous incidence normale, en subissant des réflexions sur chaque surface [34\*]. Dans ces conditions, chaque lame est représentée par un circuit électrique et le circuit équivalent au transformateur s'obtient en associant ces circuits élémentaires.

Certes, ce modèle est géométriquement grossier et les ondes impliquées en pratique ne sont pas planes. En revanche, les équations exploitées ne sont assorties d'aucune limitation fréquentielle. Cette étude étaye les circuits proposés antérieurement et elle permet de leur porter un autre regard. L'influence de l'espace enroulement-noyau est mieux comprise, de même que la symétrie du quadripôle inductif et la valeur du rapport de couplage. Autre apport de ce travail : les constantes localisées apparaissent intimement liées aux premiers termes du développement en série des impédances vraies ; cela contribue à préciser la limite de validité de ce type d'approximation.

La méthode développée dans cet article a été évoquée en 1989 [7] mais il aura fallu la reprendre plusieurs fois pour la mener à terme. La principale difficulté résidait dans l'obtention d'un circuit équivalent à une lame conductrice. Ce dispositif passif comportant trois entrées de puissance (deux faces exposées aux champs et une alimentation électrique), nous nous attendions à trouver un circuit équivalent incluant  $(3 \times 4)/2 = 6$  impédances indépendantes. En réalité, le raisonnement sous-jacent était incomplet puisqu'il omettait le lien établi par le théorème d'Ampère entre les trois courants (en fait un courant et deux excitations magnétiques). Avec le recul, il s'avère que, paradoxalement, nous avons été retardés par le fait que la réalité était plus simple que nous ne l'avions imaginée !

## IV - LE COMPORTEMENT ÉLECTROSTATIQUE.

### 1 - Premières observations et représentations.

Avec tous ses conducteurs face à face, le transformateur emmagasine de l'énergie électrostatique. En dépit de l'évidence de cette observation, plusieurs étapes ont été nécessaires pour parvenir à une prise en compte satisfaisante de cette énergie au sein du circuit équivalent.

Dans un premier temps [11, 15] nous introduisons, comme de nombreux auteurs, deux condensateurs pour justifier grossièrement les premières résonances observées sur les courbes d'impédance (Fig. 17) des transformateurs à deux enroulements. Nous essayons cependant de les disposer de manière à rendre compte d'une constatation expérimentale reproductible : la fréquence de résonance série de l'impédance à vide observée d'un côté, est toujours identique à la fréquence de résonance parallèle de l'impédance en court circuit vue de l'autre côté.

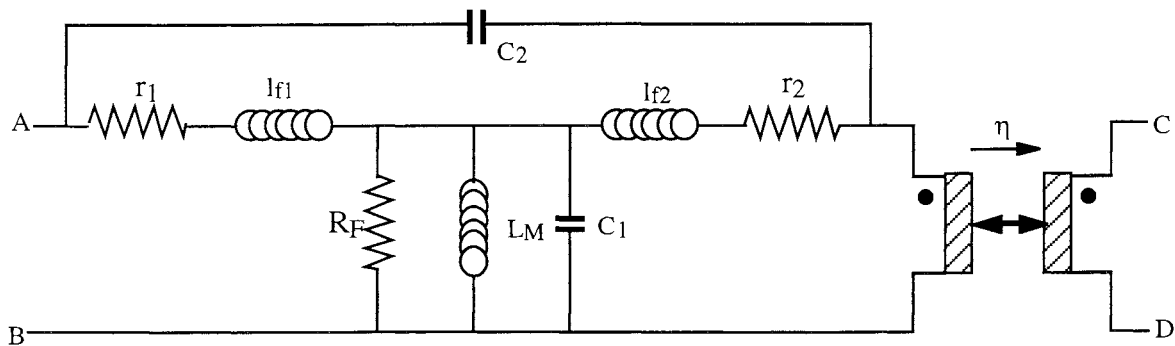


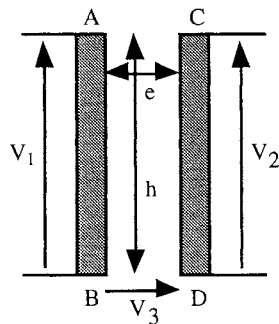
Figure 17. Première prise en compte des effets électrostatiques.

A la fin de 1990, sollicités par notre partenaire industriel qui doit réaliser un transformateur haute tension, nous décidons, Éric Laveuve et moi-même, d'approfondir l'étude électrostatique. Après avoir testé un prototype simple (deux enroulements monocouches), Éric Laveuve parvient à retrouver approximativement la valeur de la capacité vue du primaire à l'aide d'une simulation électrostatique.

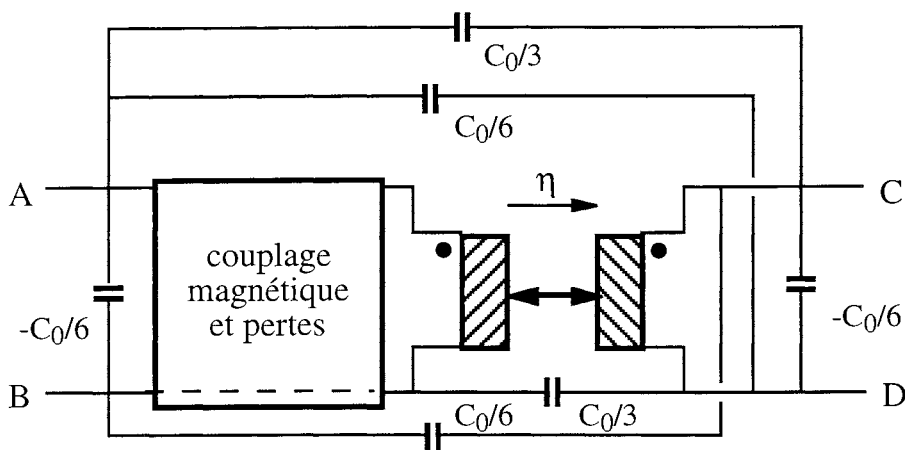
Encouragés par ce succès, nous tentons de rendre compte d'une observation expérimentale supplémentaire : les fréquences de résonance relevées sur le transformateur seul dépendent du câblage reliant ou non les deux enroulements. Il faut donc trouver les valeurs des capacités mesurées avec toutes les liaisons primaire-secondaire possibles, et résumer tous ces résultats par un circuit équivalent unique. C'est alors qu'une question fondamentale se pose : combien de mesures et, en simulation, combien de répartitions différentes des potentiels sur les conducteurs faut-il expérimenter pour caractériser entièrement le composant ?

La réponse ne nous apparaît pas immédiatement et, pour progresser, nous imaginons un modèle électrostatique simple, susceptible d'être étudié à la main : le modèle plat (Fig. 18). C'est un condensateur plan dont le potentiel de chaque électrode, plutôt que d'être uniforme, varie linéairement le long de l'électrode, comme le long d'une couche de spires.

L'énergie est calculée analytiquement et son expression conduit à proposer l'introduction de six capacités (Fig. 19) dans le circuit équivalent. Bien entendu, en raison des nombreuses symétries du modèle exploité, les valeurs des six capacités ne sont pas indépendantes les unes des autres. Cette approche globale montre, pour la première fois l'utilité des capacités négatives pour la représentation des couplages électrostatiques. Ce travail est consigné dans [20] et il est résumé dans [35\*].



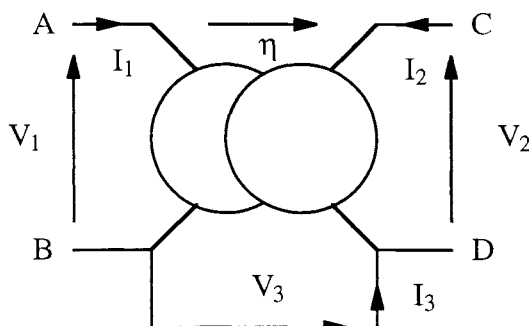
**Figure 18.** Modèle plat pour l'étude électrostatique de deux couches de spires.



**Figure 19.** Équivalence électrostatique du modèle plat : elle inclut six capacités.  $C_0$  est la capacité du condensateur plan formé par les deux enroulements supposés équipotentiels. Les symétries géométriques du modèle se traduisent par des égalités entre les diverses capacités.

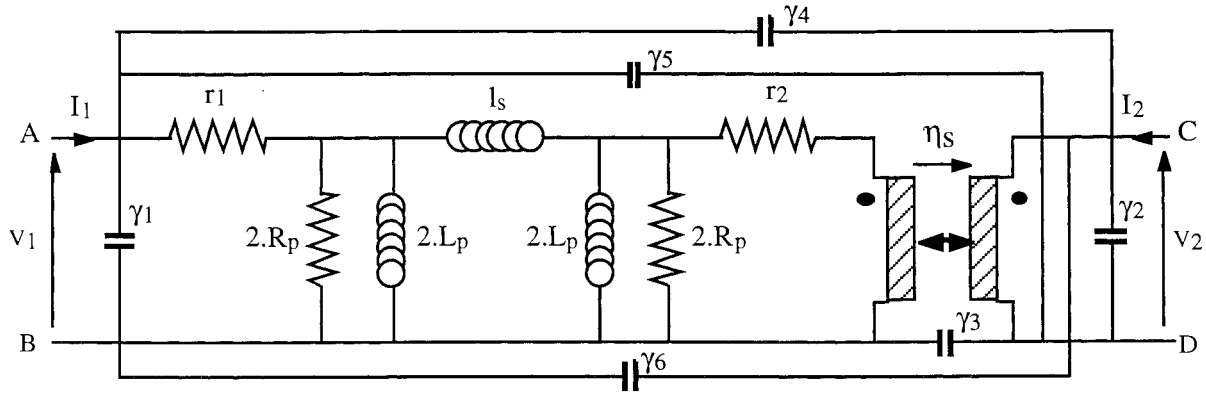
## 2 - Modèle à six capacités pour la simulation électronique.

En 1991 Bruno Cogitore reprend cette étude. Nous formulons alors explicitement ce qui n'était qu'implicite dans l'approche précédente : le transformateur à deux enroulements est un système électrostatique à trois entrées (Fig. 20).



**Figure 20.** Un transformateur à deux enroulements est un système électrostatique à trois entrées.

Dès lors, puisque l'énergie électrostatique dépend de trois potentiels, six capacités (indépendantes cette fois) sont introduites dans le circuit équivalent (Fig. 21).



**Figure 21.** Modèle électrostatique actuel : il comprend six capacités.

La disposition des capacités dans le circuit est assez libre : il suffit que l'expression de l'énergie qu'elles accumulent ( $W'_E$ ) puisse s'identifier à celle ( $W_E$ ) exprimée en fonction des coefficients de la matrice capacitance. Sur la figure 21, elles sont disposées suivant les côtés et les diagonales du rectangle ABCD.

$$W_E = \frac{1}{2} C_{11} V_1^2 + \frac{1}{2} C_{22} V_2^2 + \frac{1}{2} C_{33} V_3^2 + C_{12} V_1 V_2 + C_{13} V_1 V_3 + C_{23} V_2 V_3$$

$$W'_E = \frac{1}{2} \gamma_1 V_1^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 V_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_3 V_3^2 + \frac{1}{2} \gamma_4 (V_1 - V_2 - V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_5 (V_1 - V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_6 (V_2 + V_3)^2$$

Notons qu'avec cette représentation certaines capacités peuvent être négatives : seules les valeurs directement mesurables sont astreintes à être positives.

Ayant à l'esprit notre récente avancée concernant le couplage magnétostatique, nous remarquons l'analogie formelle qui rapproche l'énergie électrostatique de l'énergie magnétostatique. Les méthodes d'orthogonalisation développées pour le couplage magnétique sont transposables. Elles mènent à un schéma comprenant trois capacités positives et trois coupleurs. Néanmoins, il nous a semblé que les capacités négatives amenaient moins de confusion que des coupleurs supplémentaires.

### 3 - Modèles à trois capacités pour la caractérisation.

L'identification de  $W_E$  et  $W'_E$  permet de déduire les valeurs des capacités  $\gamma_1$  à  $\gamma_6$  de celles des coefficients  $C_{ij}$ . Reste à trouver les valeurs de ces derniers. Pour y parvenir, le plus simple consiste à exploiter des conditions de mesure variées, dans lesquelles un ou deux potentiels seulement sont indépendants.

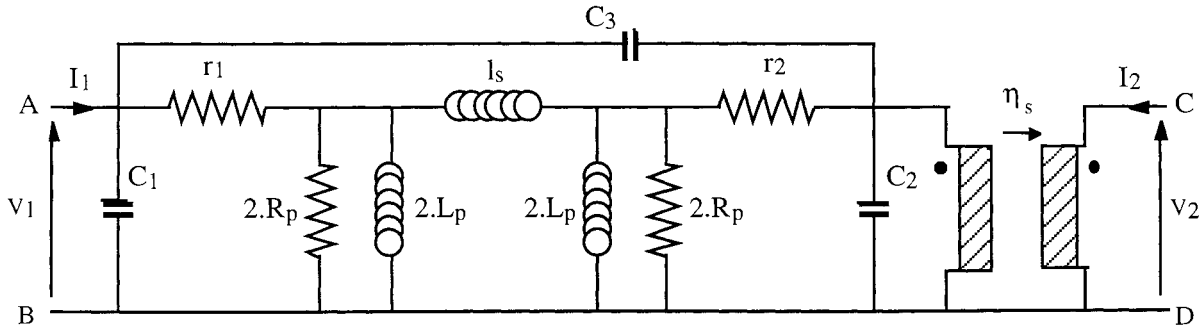
Lorsque, par exemple, on annule  $V_1$  et  $V_2$ , l'expression de l'énergie  $W_E$  s'identifie à celle d'un condensateur de valeur  $C_{33}$ , soumis à  $V_3$ . La valeur de  $C_{33}$  est donc identique à la capacité relevée entre les deux enroulements court-circuités. Cette mesure simple est réalisée systématiquement.

D'une manière plus générale, pour ramener à deux le nombre de potentiels indépendants lors des mesures, nous mettons en place des connexions primaire-secondaire. En reliant B et D, par exemple,  $V_3$  s'annule. Dans ces conditions, l'expression de l'énergie ne fait appel qu'à trois coefficients et un circuit équivalent peut être construit avec trois capacités seulement (Fig. 22). Attention : dès que la liaison primaire-secondaire est déplacée, les valeurs de  $C_1$  à  $C_3$  doivent être modifiées.

Contrairement aux  $\gamma_i$ , les capacités  $C_1$  à  $C_3$  varient suivant le câblage extérieur. Pour s'en convaincre, revenons à l'expression de  $W_E$ . La capacité vue du primaire lorsque le secondaire est



court-circuité ( $V_2 = 0$ ) vaut :  $C_{11}$ , lorsque B est relié à D ( $V_3 = 0$ ) et  $C_{11} + C_{33} + C_{13}$ , lorsque A est relié à D ( $V_3 = V_1$ ) alors qu'elle s'identifie toujours égale à  $C_1 + C_3$  dans la figure 22...

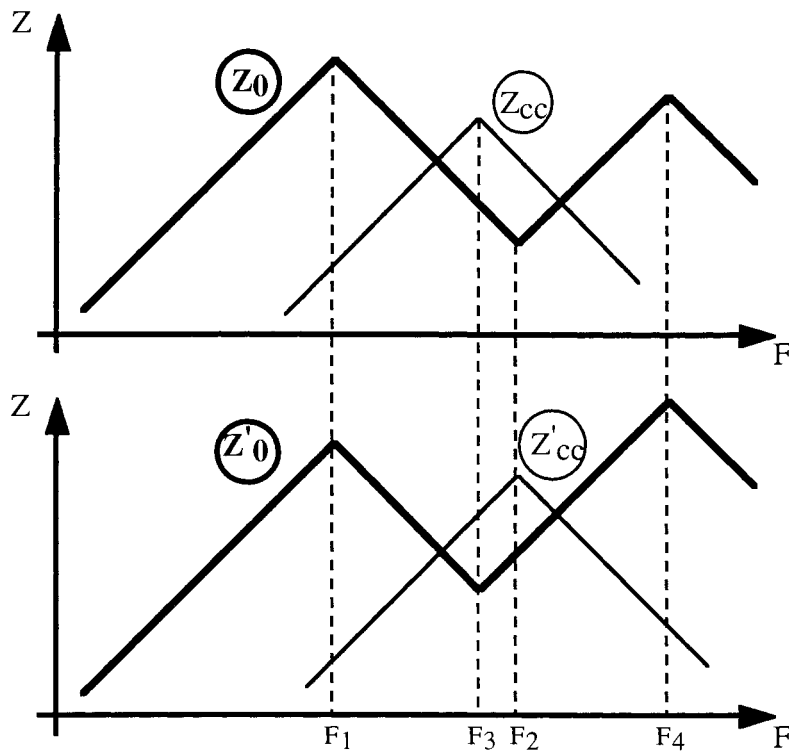


**Figure 22.** Modèle à trois capacités. Il est utilisable lorsque deux potentiels seulement sont indépendants.

Les capacités  $C_i$ , tout comme les  $\gamma_i$ , peuvent être négatives, sous réserve que toute capacité directement mesurable soit positive. Cette restriction mène à six inégalités qui se déduisent des deux ci-dessous par des permutations circulaires d'indices.

$$C_1 + C_2 \geq 0 \quad \text{et} \quad C_3 + \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \geq 0$$

Le premier groupe de trois inégalités montre, qu'au plus, une des trois valeurs peut être négative.



**Figure 23.** Impédances vues du primaire lorsque le secondaire est à vide ( $Z_0$ ) ou en court-circuit ( $Z_{cc}$ ) et impédances analogues vues du secondaire (Diagrammes de Bode asymptotiques des modules). Ces impédances se rapportent au circuit de la figure 22 dans lequel les résistances ont été supprimées.

En pratique les résonances du circuit à trois capacités (Fig. 22) sont suffisamment peu amorties pour que les fréquences associées soient indépendantes des résistances. Il s'ensuit que leurs expressions s'établissent facilement après avoir ôté toutes les résistances, et que les diagrammes asymptotiques font apparaître quatre fréquences de résonances distinctes :

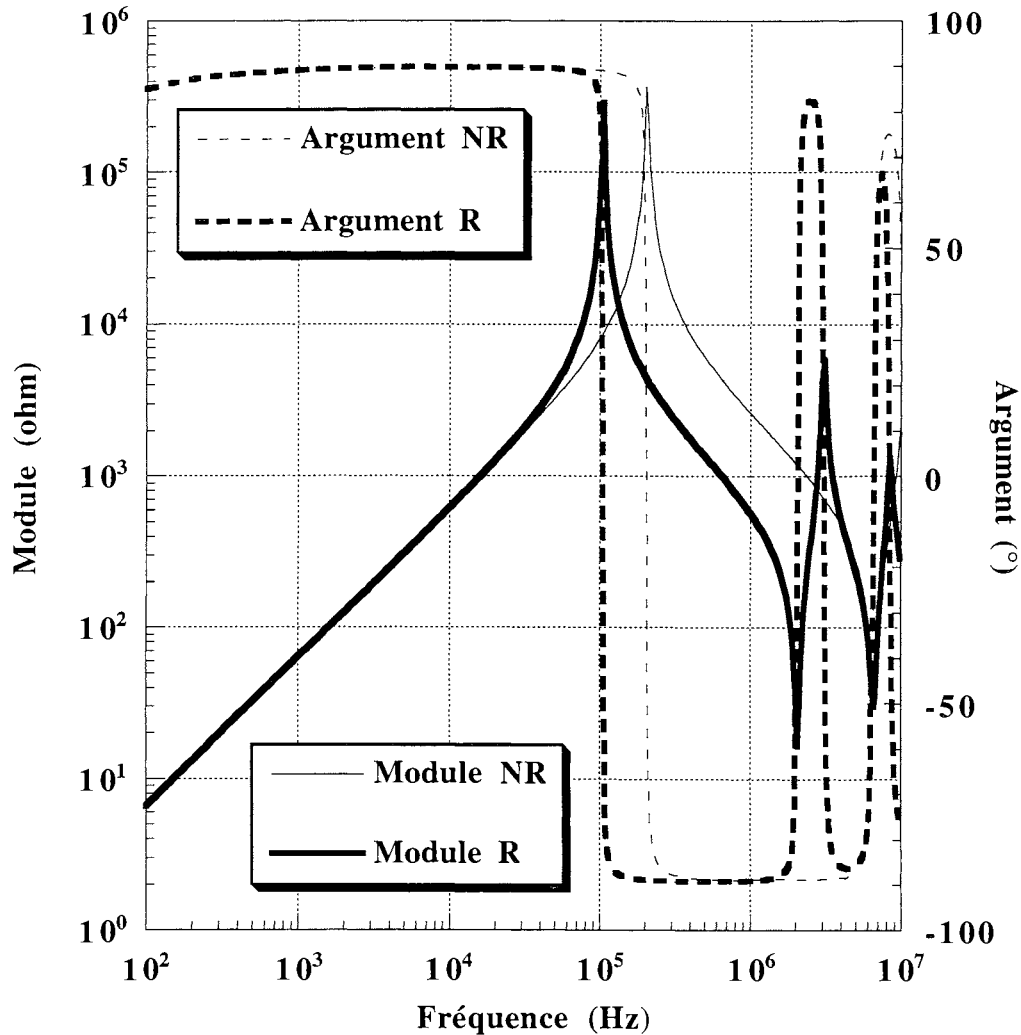
$$F_1 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_0 (C_1 + C_2)}}$$

$$F_2 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_{cc} (C_2 + C_3)}}$$

$$F_3 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_{cc} (C_1 + C_3)}}$$

$$F_4 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L_{cc} \left( C_3 + \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \right)}}$$

Les expressions de  $F_1$  à  $F_3$  montrent que si  $L_0$  et  $L_{cc}$  (cf. Fig. 5) ont été mesurés au préalable, les positions des résonances permettent de déduire les capacités  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ . En renouvelant cette mesure après modification du lien primaire-secondaire, on constate généralement un déplacement des résonances (Fig. 24) et on aboutit à trois nouvelles valeurs pour  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ . Ainsi, pour chaque câblage, on peut écrire trois équations faisant intervenir les six coefficients  $C_{ij}$ .



**Figure 24.** Impédance à vide vue du primaire ( $Z_0$ ) mesurée avec le secondaire flottant (NR) et avec la liaison BD (R).

Le schéma à trois capacités est également utilisable lorsque les deux enroulements ne sont pas du tout reliés extérieurement, c'est-à-dire lorsqu'ils flottent l'un par rapport à l'autre, car  $V_3$  résulte alors d'une division capacitive de  $V_1$  et  $V_2$ . La relation donnant  $V_3$  s'établit en remarquant que le courant  $I_3$  (Fig. 20), qui est exclusivement capacitif, est nul :

$$I_3 = j\omega \cdot (C_{13} \cdot V_1 + C_{23} \cdot V_2 + C_{33} \cdot V_3) = 0 \Rightarrow V_3 = -\left(\frac{C_{13} \cdot V_1 + C_{23} \cdot V_2}{C_{33}}\right)$$

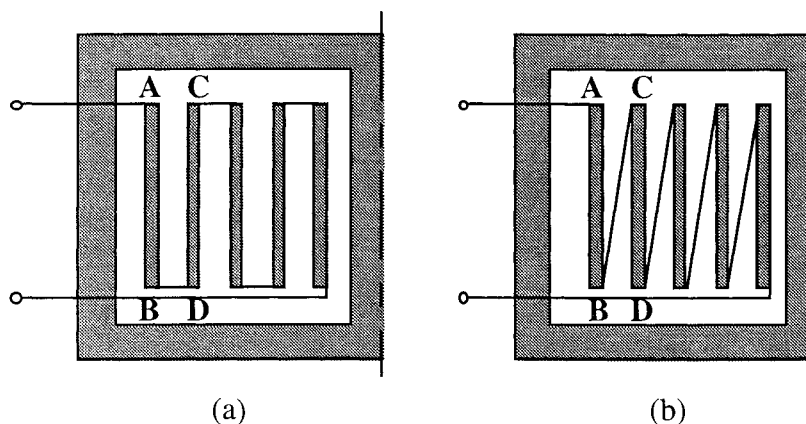
Par analogie avec le comportement d'un multipôle purement résistif, on peut dire que l'impédance d'entrée d'un multipôle purement capacitif diminue lorsque la charge d'une de ses sorties passe de l'infini à zéro. Ainsi, la capacité d'entrée augmente avec la présence du court-circuit et les capacités observées sont minimales lorsque les enroulements flottent l'un par rapport à l'autre. C'est pourquoi les fréquences de résonances (Fig. 24) sont plus élevées dans ce cas.

En définitive, pour parvenir aux valeurs des  $C_{ij}$ , et donc des  $\gamma_i$ , nous relevons d'abord la valeur de  $C_{33}$ , puis nous exploitons les résonances relevées successivement avec secondaire flottant et avec un lien électrique ; cela fournit en général suffisamment d'équations indépendantes pour conclure.

#### 4 - Réduction de la capacité parallèle d'un bobinage.

L'étude précédente est macroscopique dans le sens où elle permet de décrire le comportement d'un composant en l'observant uniquement de l'extérieur. Il va de soi que nous nous sommes également occupés de savoir comment modifier un bobinage pour réduire sa capacité parasite. Cette étude peut, comparativement à la précédente, être qualifiée de microscopique. Elle a été traitée par François Blache et est consignée dans [35\*]. En fin de compte, on peut dire que c'est le modèle analytique le plus sommaire (modèle plat, fig. 17) qui nous a menés aux conclusions les plus utiles. Est-ce vraiment un hasard ?

Dans un premier temps, comparons les deux principales façons de disposer les couches successives d'un enroulement (Fig. 25). Le modèle plat permet aisément d'évaluer la capacité qui apparaît en parallèle sur deux couches successives. Son étude électrostatique (Fig. 19) est résumée par la figure 26. Il suffit de chercher : pour la disposition (a), quelle capacité apparaît entre les bornes A et C lorsque B et D sont reliés, et pour la disposition (b), quelle capacité apparaît entre les bornes A et D lorsque B et C sont reliés.



**Figure 25.** Bobinage continu (a) et discontinu (b).  
Le second est quelquefois dit "à connexions remontées".

Ce calcul élémentaire donne  $C_0/3$  pour le mode (a) et  $C_0/4$  pour (b). Le rapprochement de ces deux valeurs montre qu'un abaissement d'environ 25% de la capacité parallèle du bobinage peut être

escompté lorsque le mode discontinu remplace le mode continu. Cette conclusion est confortée par l'observation du champ électrique dirigé d'une couche vers l'autre. En notant  $V$  la tension aux bornes d'une couche de spires, le champ électrique varie de 0 (en B) à  $2V/e$  (en A) dans le premier cas, alors qu'il est constant et vaut  $V/e$  dans le second. La valeur quadratique moyenne de ce champ, à laquelle l'énergie stockée est proportionnelle, est évidemment plus grande dans le premier cas.

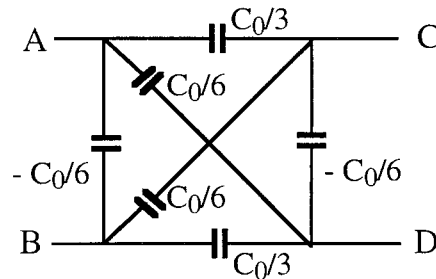


Figure 26. Capacités du modèle plat.

L'observation de la figure 27 permet de dégager un autre point important : il est préférable de disposer les spires parallèlement au petit côté de la section du bobinage plutôt que parallèlement au grand. Le volume de stockage de l'énergie électrostatique est le même dans les deux cas. Cependant, le champ est  $L/H$  fois plus petit pour (b) car la tension est répartie le long de  $H$ , alors qu'elle est répartie suivant  $L$  pour (a). L'énergie emmagasinée et la capacité sont donc  $(L/H)^2$  fois plus petites pour (b).

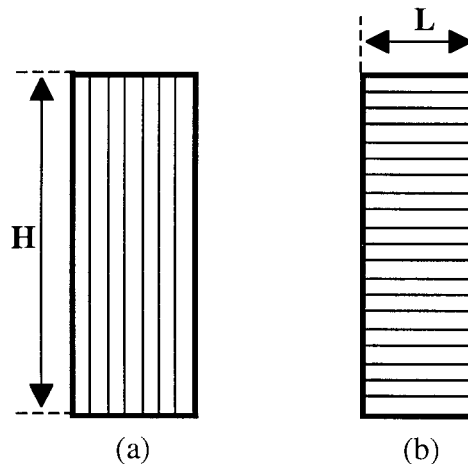
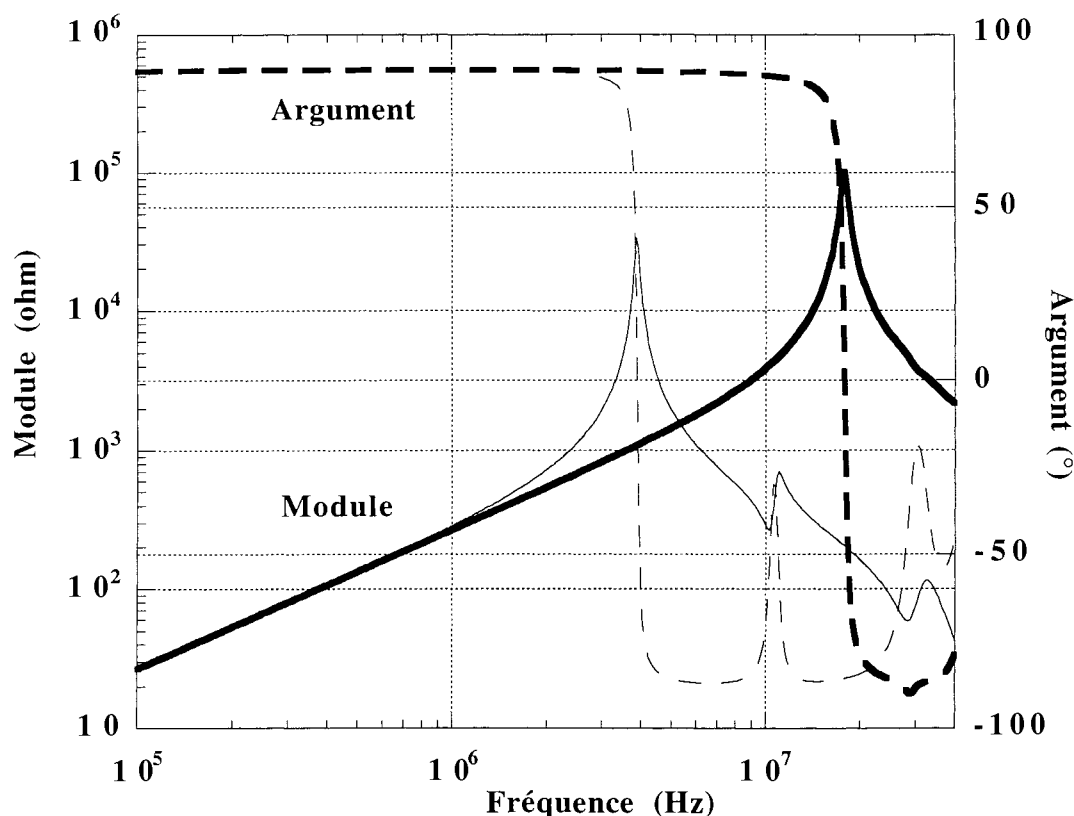


Figure 27. Disposition des spires : parallèlement au grand côté de la section du bobinage (a) et parallèlement au petit côté (b).

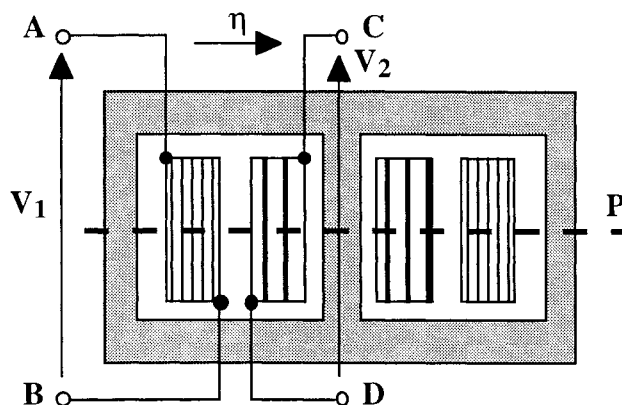
A titre de vérification une inductance, composée de 51 spires, a été réalisée suivant ces deux modes de bobinage : 3 couches de 17 spires (a) et 17 gallettes de 3 spires (b). La figure 28 fait apparaître un abaissement de la capacité parasite dans un rapport 20 pour la réalisation en gallettes. En résumé, la meilleure disposition des spires dans la section disponible est celle qui procure le champ électrique le plus homogène et le plus faible possible.



**Figure 28.** Impédance d'une inductance de 51 spires disposées :  
en 3 couches de 17 spires (trait fin), en 17 gallettes de 3 spires (trait gras).

## 5 - Indépendance des symétries magnétique et électrostatique.

La figure 29 montre pourquoi les performances d'un transformateur ne sont pas indifférentes à l'échange simultané des deux bornes du primaire et des deux bornes du secondaire. On y voit en effet, que l'espace inter-enroulement stocke moins d'énergie électrostatique lorsque B et D sont équipotentiels que lorsque A et C le sont. On note également que l'induction magnétique (pseudovectorielle) est paire par rapport au plan P, alors que le champ électrostatique ne présente aucune symétrie par rapport à ce plan. Si le champ électrostatique avait été pair par rapport à P, l'échange des bornes n'aurait eu aucune incidence sur le fonctionnement.



**Figure 29.** Dans un composant magnétique, la symétrie électrostatique est indépendante de la symétrie magnétique.

## 6 - Difficulté de la simulation électrostatique.

Enfin, au cours de ces investigations nous avons été confrontés à une limitation de la simulation électrostatique liée à la sensibilité de certaines grandeurs à de fins détails de la description géométrique (relation chaotique ?). La simulation d'un bobinage de transformateur montre une relative insensibilité de ses caractéristiques magnétiques à la disposition des spires dans la fenêtre ; celle-ci peut être idéalisée, sans conséquence néfaste, pour faciliter la description. La situation est totalement différente lorsque le comportement électrostatique est à l'étude ; celui-ci dépend en effet très fortement de détails géométriques fins tels que l'écartement et le parallélisme des fils. En pratique, les capacités parasites d'un bobinage standard s'avèrent impossibles à prévoir avec une précision raisonnable.

Bien sûr, certains bobinages dont les formes sont faciles à décrire comme, par exemple, ceux des transformateurs planars, donnent lieu à des prévisions correctes ; ceci n'est toutefois pas un gage de performance technique ! Je n'ai aucune idée sur la façon de résoudre ce problème qui gêne également l'étude analytique. Je souhaite simplement souligner le fait qu'un dispositif dont la simulation n'est pas précise n'est pas mauvais pour autant ! Le bobinage en nid d'abeille est connu pour sa capacité parasite faible, il ne faudrait pas que cela s'oublie du fait que cette structure est difficile à décrire et, en conséquence, à simuler...

## V - CONCLUSION

Au terme de ce travail, nous disposons, pour décrire le comportement d'un transformateur à deux enroulements, d'un circuit équivalent caractérisé par une vingtaine de constantes. Ce circuit prend en compte le couplage magnétique, les pertes séries et parallèles et le comportement électrostatique. Il couvre une plage de fréquence allant du continu jusqu'à une ou deux décades au-dessus de la fréquence maximale d'utilisation du composant (supposée être la fréquence de résonance parallèle de son impédance d'entrée à vide). Nous avons déjà exploité ce circuit pour décrire une multitude de transformateurs, allant du modèle intégré dont la plus grande dimension faisait 300 $\mu$ m, au transformateur de chauffage par induction de 10 kW.

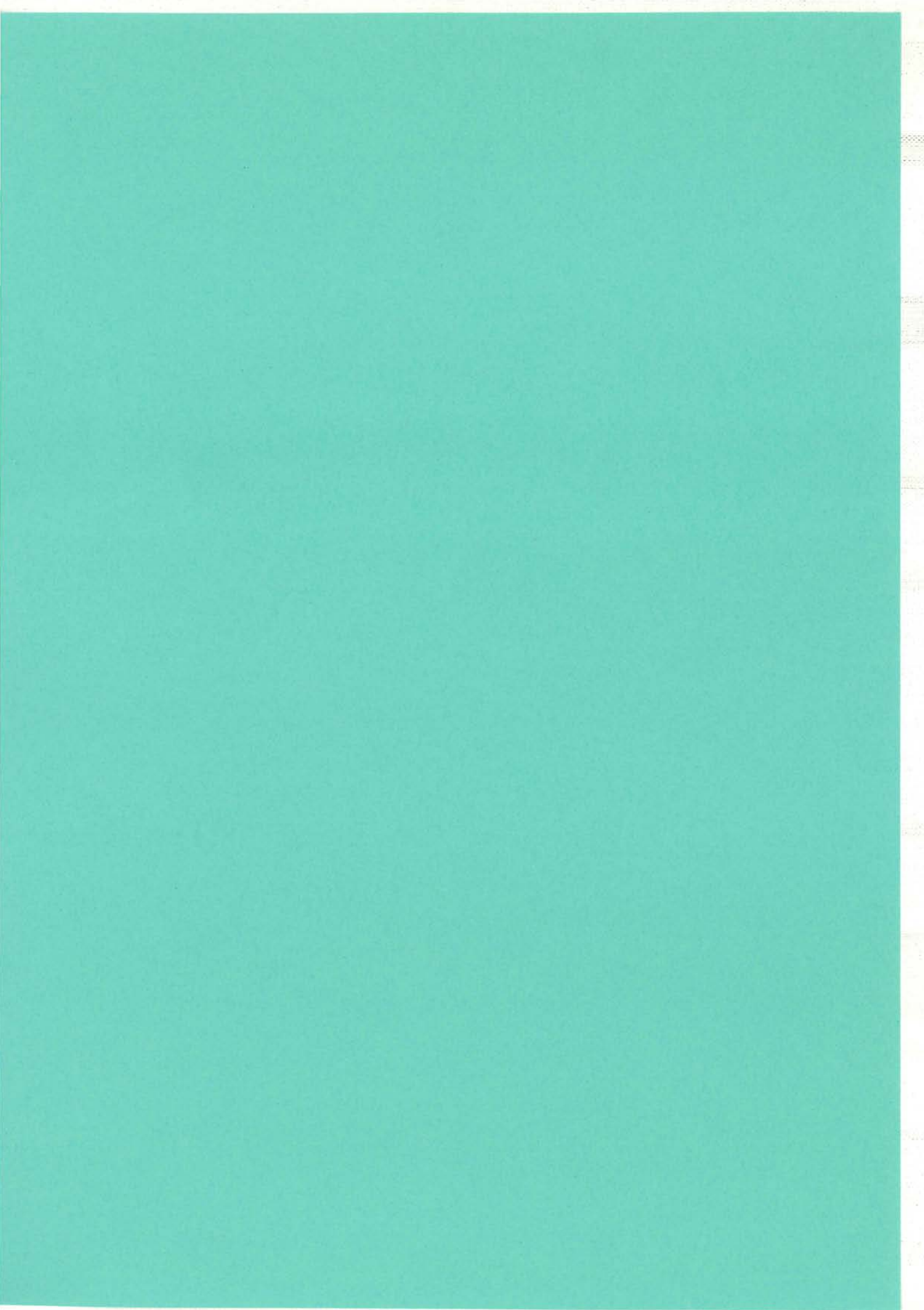
Des remises en cause importantes ont été nécessaires pour parvenir à ce circuit : valeur du rapport de transformation, répartition primaire-secondaire des fuites, représentation des effets des courants induits par des constantes localisées, introduction de capacités négatives. Toutes ces ruptures ont fait l'objet d'une justification physique et d'une validation expérimentale. En définitive, pratiquement tous les résultats acquis sont applicables indépendamment du nombre d'enroulements du composant.

Un circuit équivalent n'aide pas à mieux concevoir les transformateurs, mais il permet de mieux les utiliser et de mieux les spécifier. Notre méthode de caractérisation expérimentale [27\*] permet de déceler des modifications minimales du composant et d'en diagnostiquer la cause, accroissant ainsi la maîtrise du procédé de fabrication.

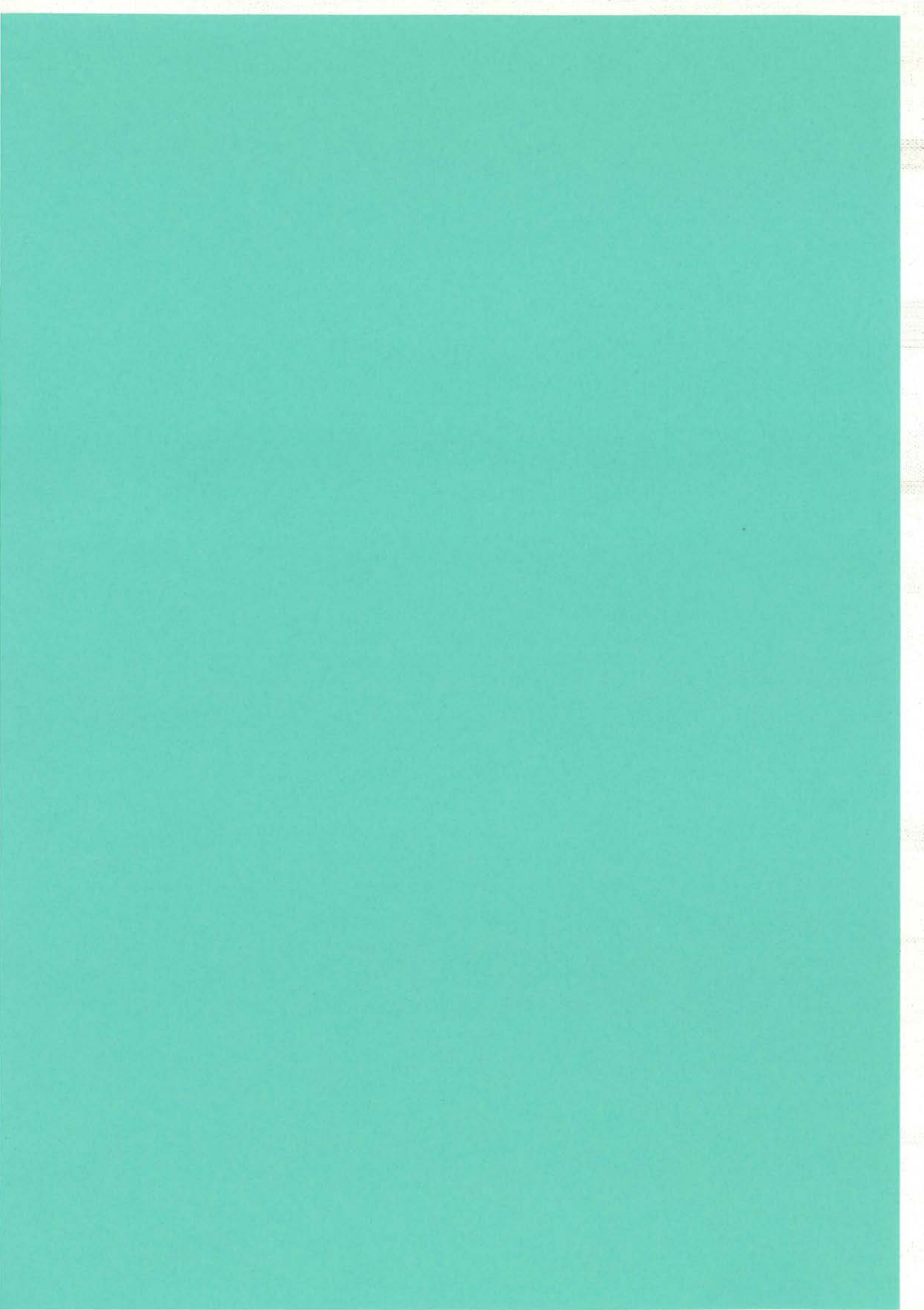
Les représentations antérieures des composants bobinés menaient, lors des simulations électroniques, à de piètres résultats. Avec notre circuit équivalent, les résultats obtenus sont très proches des mesures, que le composant bobiné soit utilisé seul ou au sein d'un montage [42\*]. Pour autant, il n'est pas toujours nécessaire d'utiliser ce circuit équivalent dans son intégralité : suivant l'environnement électronique, certaines simplifications sont compatibles avec la précision des résultats recherchés.

En complément de l'approche macroscopique précédente, deux règles simples de bobinage, visant à diminuer les capacités parasites, ont été édictées. Elles ont été établies au moyen d'une approche analytique, en s'appuyant sur une représentation simplifiée de l'espace séparant les fils. Plusieurs prototypes ont démontré l'effet bénéfique du respect de ces règles. En pratique cependant, le gain en performances doit être mis en balance avec l'accroissement de la difficulté de réalisation.









## **II - ÉTUDES EN COURS ET PROJETS**

### **I - CARACTÉRISATION H. F. DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES. 31**

- 1 - Caractérisation linéaire des métaux magnétiques massifs.
- 2 - Détermination simultanée de la perméabilité et de la permittivité.
- 3 - Les ferrites dans la pratique.
- 4 - La caractérisation des ferrites.
- 5 - Problèmes expérimentaux non résolus.

### **II - LA PROPAGATION ET LES COMPOSANTS BOBINÉS. 37**

- 1 - Évolution de l'utilisation des circuits équivalents.
- 2 - Propagation dans les noyaux magnétiques en ferrite.
- 3 - Propagation dans les enroulements.
- 4 - Rayonnement des composants bobinés.

### **III - LE LOGICIEL " TRANSFERT ". 41**

- 1 - Présentation.
- 2 - Les motivations.
- 3 - La philosophie.
- 4 - Brève description fonctionnelle.
- 5 - Les applications potentielles.

### **IV - DIPÔLES ET QUADRIPOLES NON "LINÉAIRES ET STATIONNAIRES". 45**

- 1 - La fin d'un monopole ?
- 2 - Questions sans réponses.
- 3 - Des mots pour en parler.
- 4 - Un quadripôle électrostatique non linéaire : l'IGBT.

### **V - THERMIQUE DES COMPOSANTS BOBINÉS. 53**

- 1 - Motivation.
- 2 - Quelques difficultés prévisibles.
- 3 - Observations préliminaires.
- 4 - Mise en pratique.

### **CONCLUSION. 54**



## **I - CARACTÉRISATION H. F. DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES.**

### **1 - Caractérisation linéaire des métaux magnétiques massifs.**

Bien que réalisé sur un noyau en fonte massive, le transformateur LABINAL, étudié au cours de la thèse de François BLACHÉ, transmettait des signaux dont les fréquences atteignaient 200 kHz. Dans un premier temps, nous avons abordé sa caractérisation comme celle d'un composant électronique. Après avoir montré que l'approximation linéaire était justifiée, l'établissement du circuit équivalent a apporté une grande fiabilité de la simulation électronique et une bonne compréhension du fonctionnement du montage dans son ensemble [42\*]. En complément, l'étude électrostatique locale des enroulements s'est soldée par une forte réduction des capacités parasites du composant et par l'élargissement de la bande passante du montage.

Durant la dernière phase de ce travail, nous avons souhaité retrouver les caractéristiques électriques du composant et, en particulier, celles liées à son noyau magnétique, à l'aide de simulations électromagnétiques. Après quelques essais décevants, nous avons conclu que les caractéristiques de la fonte n'étaient pas assez bien connues et qu'il était préférable de les relever nous-mêmes.

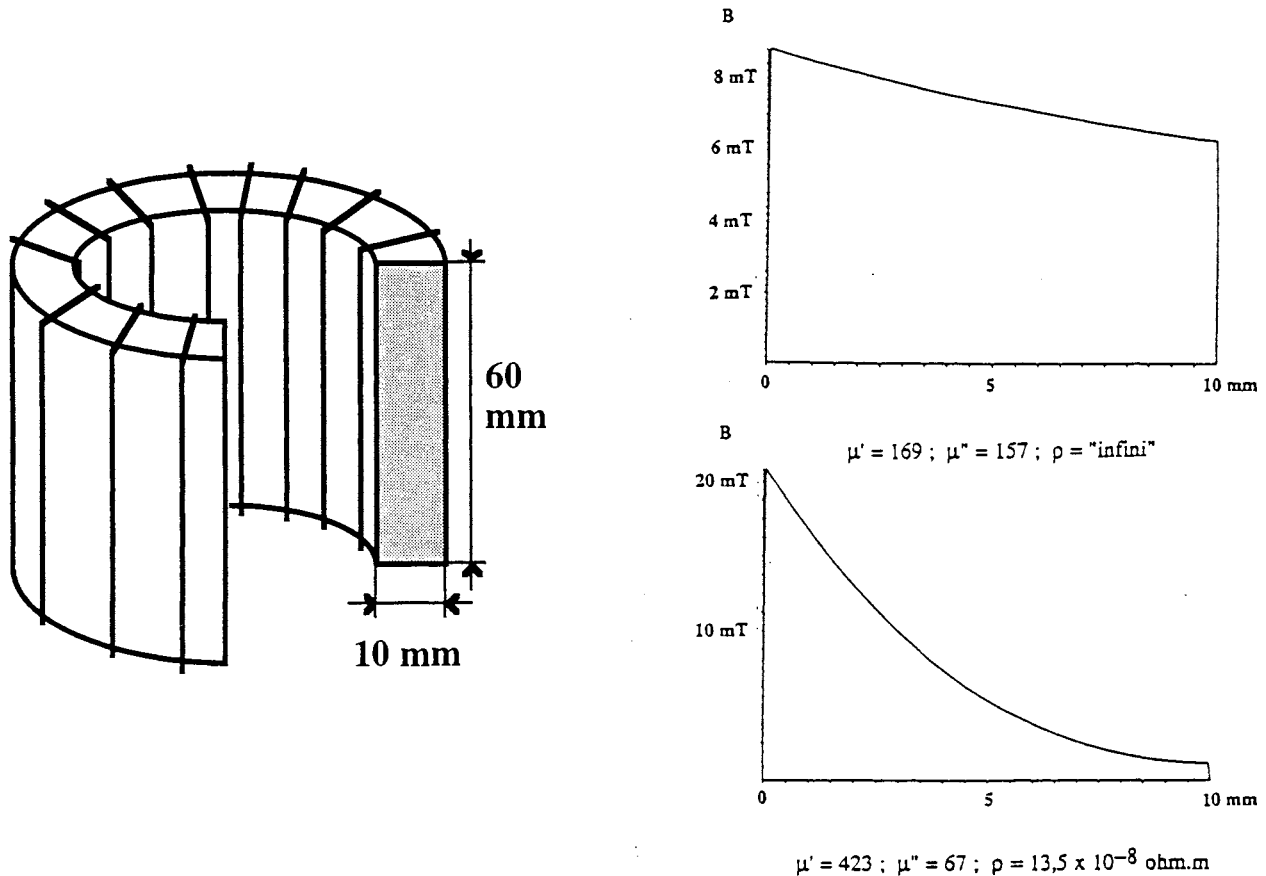
Avec l'aide de l'Équipe Matériaux Magnétiques et de Christophe CESTER en particulier, nous avons relevé des cycles d'hystérésis. Puisque nous recherchions une caractérisation linéaire, nous avons alimenté le tore d'essai par une tension sinusoïdale et nous n'avons conservé que la composante fondamentale du courant. Ce mode opératoire conduit à remplacer le cycle réel par une ellipse de même surface. Nous avons alors été confrontés à deux difficultés. La première, en raison de la non linéarité, les composantes de la perméabilité statique complexe variaient suivant le niveau d'excitation, bien avant que celui-ci ne s'approche de la saturation ; le niveau d'excitation atteint pendant l'utilisation étant connu, ceci ne constituait pas un réel obstacle. En second, il nous fallait des paramètres fiables jusqu'à 200 kHz, alors que la caractérisation standard ne relève que des cycles statiques.

En raison de l'épaisseur de l'échantillon (1 cm) nous avons observé le cycle statique à 0,25 Hz. Il est difficile, dans ces conditions, d'admettre que la perméabilité trouvée reste invariante jusqu'à... 200 kHz. Par ailleurs, après une mesure à 30 Hz, nous avons compris qu'une mesure pouvait s'interpréter de plusieurs manières très différentes. La figure 1 montre deux simulations conduites en attribuant au matériau des propriétés opposées ; dans un cas, toutes les pertes sont supposées être d'origine magnétique (résistivité infinie) alors que dans l'autre, elles sont toutes attribuées aux courants induits (perméabilité réelle). Ces deux simulations conduisent pourtant à la même impédance complexe !

L'ambiguïté précédente n'est pas surprenante si l'on considère que l'on dispose de deux mesures scalaires (les deux parties de l'impédance complexe) alors que l'on cherche trois caractéristiques scalaires du matériau (sa perméabilité complexe et sa résistivité). Certes, l'ambiguïté peut être levée en formulant l'hypothèse plausible que la résistivité conserve, à toute fréquence, sa valeur statique. Cependant, même en admettant ceci, il reste encore à extraire, des mesures perturbées par les courants induits, la valeur de la perméabilité. Cette opération est réalisable, par tâtonnement, avec l'aide de la simulation magnétodynamique. On peut même envisager son automatisation, mais nous avons préféré une approche différente que nous exposons ci-dessous.

### **2 - Détermination simultanée de la perméabilité et de la permittivité.**

La méthode développée vise à caractériser, d'emblée, l'ensemble des propriétés électromagnétiques des matériaux linéaires, homogènes et isotropes. On sait en effet que le comportement de ces matériaux ne dépend que du couple perméabilité-permittivité complexes ( $\bar{\mu}$  ;  $\bar{\epsilon}$ ) qui rend compte de l'ensemble des phénomènes physiques impliqués, conduction incluse. La méthode, fondée sur une approche analytique simple, requiert la mesure de deux grandeurs complexes, à chaque fréquence d'intérêt, pour déduire le couple ( $\bar{\mu}$  ;  $\bar{\epsilon}$ ). La mesure traditionnelle (impédance d'un bobinage torique) est exploitée, mais elle est complétée par une autre.



**Figure 1.** Une même mesure d'impédance d'un tore peut être attribuée à des caractéristiques très différentes du matériau magnétique.

Des mesures d'impédances ont été réalisées sur des tores massifs dont la longueur était au moins cinq fois plus grande que l'épaisseur. La comparaison des éprouvettes de différentes longueurs montre que l'impédance est proportionnelle à la longueur. Nous en déduisons que les champs ne varient pas parallèlement à l'axe du tore et l'échantillon devient un système 2D.

Ensuite, comme en magnétostatique, le tore est déroulé afin de le regarder comme une portion de lame à faces parallèles de hauteur égale à la ligne de champ moyenne. Les champs ne variant plus que suivant une seule direction, l'étude analytique se simplifie et elle aboutit aux relations analytiques cherchées. En plus de l'impédance de l'éprouvette, nous avons recherché le quotient  $r_\phi$  du flux traversant la moitié centrale par la moitié du flux total guidé par le tore. Cette grandeur est en effet représentative de la pondération des deux types de pertes (Fig. 1). Si les effets de peau sont marqués (pertes par courants induits), ce rapport est petit, alors qu'il est voisin de 1 dans le cas inverse.

Le tore présente une épaisseur  $a$ , un périmètre moyen  $b$  et une longueur axiale  $c$ .

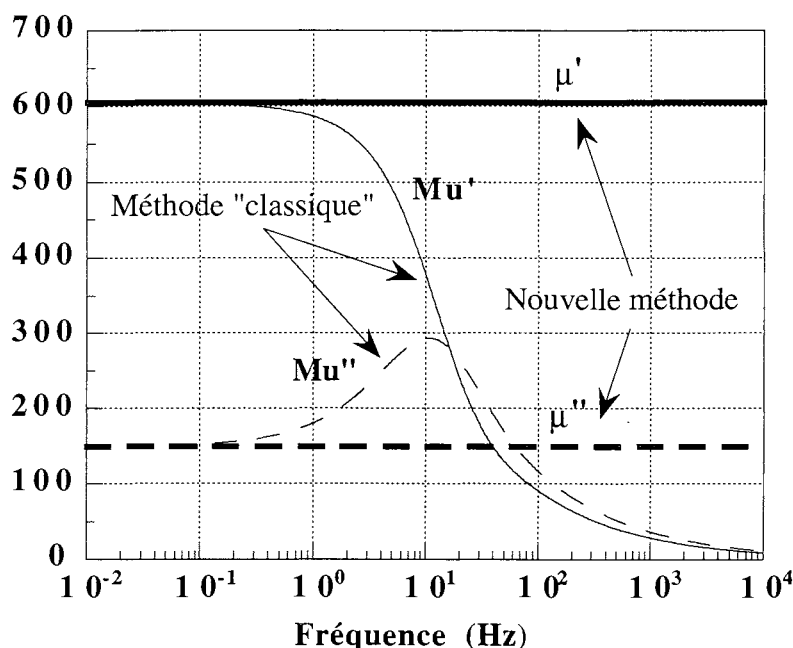
En posant : 
$$Z_C = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \text{et} \quad \theta = \omega \cdot \sqrt{\mu \cdot \epsilon} \cdot \frac{a}{2}$$

il vient : 
$$Z = 2j \frac{c}{b} Z_C n^2 \tan(\theta) \quad \text{et} \quad r_\phi = \frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2})}$$

Le principe de la recherche de  $\bar{\mu}$  et  $\bar{\epsilon}$  est le suivant :  $r_{\phi}$  donne  $\theta$ , donc le produit  $\bar{\mu} \cdot \bar{\epsilon}$ . En reportant  $\theta$  dans  $Z$ , on extrait  $Z_C$  et donc le quotient  $\bar{\mu} / \bar{\epsilon}$ . Enfin, en combinant le produit et le quotient, on accède aux deux grandeurs complexes  $\bar{\mu}$  et  $\bar{\epsilon}$ .

La comparaison des valeurs résultant de nos expressions, avec celles issues d'une simulation 2D, montre des écarts infimes ( $< 0,5\%$ ). Cette comparaison a porté sur six décades de fréquence centrées sur la fréquence pour laquelle l'épaisseur de peau est égale à l'épaisseur du tore. Ceci justifie clairement l'approximation du tore déroulé.

Pour finir, nous avons comparé (Fig. 2) les résultats fournis par notre méthode de caractérisation avec ceux de la méthode standard, dans un cas où les valeurs cherchées sont parfaitement connues. Nous avons en effet utilisé comme "mesures" les résultats d'une simulation menée avec une résistivité et une perméabilité indépendantes de la fréquence. Plus précisément, nous avons choisi  $\mu_r' = 605$ ,  $\mu_r'' = 150$  et  $\rho = 70 \cdot 10^{-8} \Omega.m$  si bien que l'épaisseur de peau est égale à l'épaisseur du tore à 3 Hz.



**Figure 2.** Comparaison d'une caractérisation standard et de notre caractérisation pour un matériau idéal admettant une perméabilité complexe et une résistivité indépendantes de la fréquence.

Cela manque encore de support expérimental mais l'enjeu est important. Si cette méthode s'avère exploitable, il sera possible de mesurer les caractéristiques du matériau à n'importe quelle fréquence, sans faire la moindre hypothèse de variation fréquentielle pour l'une d'entre elles.

### 3 - Les ferrites dans la pratique.

On a coutume d'admettre que le ferrite est un isolant électrique, si bien que la plupart du temps on ne parle que de ses propriétés magnétiques. Une telle description s'avère pourtant insuffisante pour expliquer certains phénomènes constatés en pratique.

Par exemple, le noyau ferrite de certains transformateurs très haute tension (plusieurs kV) est souvent relié à la masse par les fabricants de matériel dans le but d'assurer la sécurité des personnes (un courant peut circuler à travers le noyau !). Pour réaliser un transformateur d'intensité haute fréquence, il faut veiller à ne pas plaquer les spires sur le noyau ferrite car des courants capacitifs circulent alors dans le noyau, amenant un effet de shunt capacitif de l'enroulement et un abaissement de la fréquence de coupure haute du transformateur.

Effectivement, les essais sur des barreaux de ferrite (Fig. 3) font apparaître une résistance peu élevée (typiquement : quelques dizaines à quelques centaines d'ohms) en continu et en basse fréquence. En outre, cette résistance est shuntée par une impédance capacitive dès quelques dizaines de kHz, et le comportement se complique aux alentours du MHz.

La structure même des noyaux en ferrite (grains de ferrite de quelques microns de diamètre séparés par une couche isolante très fine) laisse deviner un comportement très diélectrique de ces matériaux. PHILIPS annonce une résistivité de quelques  $\Omega \cdot m$  et une perméabilité relative de l'ordre de  $10^5$  pour les ferrites au manganèse destinés à l'électronique de puissance. Nos observations confirment ces ordres de grandeur.

Les méthodes de caractérisation habituelles des matériaux magnétiques, justifiées par une approche magnétostatique, semblent incertaines puisque des courants de conduction et de déplacement importants circulent dans le matériau dès quelques dizaines de kHz.

En résumé, le ferrite apparaît globalement comme un matériau homogène, isotrope et linéaire (au moins tant que l'induction crête reste inférieure à 200 mT), mais sa description par sa seule perméabilité complexe est insuffisante. Une description plus conforme à la réalité doit faire appel également à la permittivité complexe (qui intègre la conductivité).

Évidemment, les effets d'inhomogénéité et/ou de non linéarité du matériau magnétique devraient être pris en compte mais, expérimentalement, ils semblent pouvoir être négligés lors d'une première approche ; ils seront abordés, si nécessaire, lorsque la caractérisation linéaire sera bien maîtrisée.

L'étude thermique des composants magnétiques démarre, elle est présentée en II-V. Les caractérisations de transformateurs en fonction de la température (uniforme) montrent que la variation la plus notable est celle des pertes magnétiques et, bien entendu, l'évaluation de la puissance dissipée en tout point du noyau est incontournable pour le calcul des échauffements. Cela constituait, pour Patrick FOUASSIER, deux raisons supplémentaires d'approfondir la caractérisation magnétique. Il a donc abordé ce sujet en Novembre 1995, dans le cadre des études thermiques entreprises pour MICROSPIRE et le CNES.

#### 4 - La caractérisation des ferrites.

La méthode suggérée pour l'étude des fontes est bien adaptée à un métal, dans lequel on peut percer des petits trous avant de placer une spire de fil qui embrasse le flux de la moitié centrale de la section. Dans du ferrite, cet usinage est nettement moins facile. C'est pourquoi nous avons remplacé la mesure du rapport  $r_\Phi$ , par celle de l'impédance apparaissant entre les deux couronnes planes et parallèles du noyau torique. Cette idée a été guidée par le fait que la mesure de l'inductance dépendant principalement de la perméabilité, il semblait préférable de lui adjoindre une mesure de capacité plutôt liée à la permittivité.

Les calculs précédents ont été repris avec les mêmes approximations (champ variant uniquement en fonction de la distance à l'axe et tore déroulé). On note  $Z_B$  l'impédance (inductive) relevée entre les bornes du bobinage de  $n$  spires et  $Z_E$  l'impédance (principalement capacitive) mesurée entre les deux faces parallèles du tore. Sans changer les notations définies plus haut on obtient :

$$Z_B = 2j \frac{c}{b} Z_C n^2 \tan(\theta) \quad \text{et} \quad Z_E = \frac{c}{b} Z_C \frac{1}{2j \tan(\theta)}$$

Le principe de la recherche de  $\bar{\mu}$  et  $\bar{\epsilon}$  est à peine modifié. On forme le produit  $Z_B \cdot Z_E$  qui donne directement le quotient  $\bar{\mu} / \bar{\epsilon}$ . On reporte ensuite  $Z_C$  dans l'expression de  $Z_B$  ou de  $Z_E$ , et on déduit  $\theta$ , donc le produit  $\bar{\mu} \cdot \bar{\epsilon}$ . Comme précédemment, les deux grandeurs cherchées ( $\bar{\mu}$  et  $\bar{\epsilon}$ ) se déduisent de leur produit et de leur quotient.

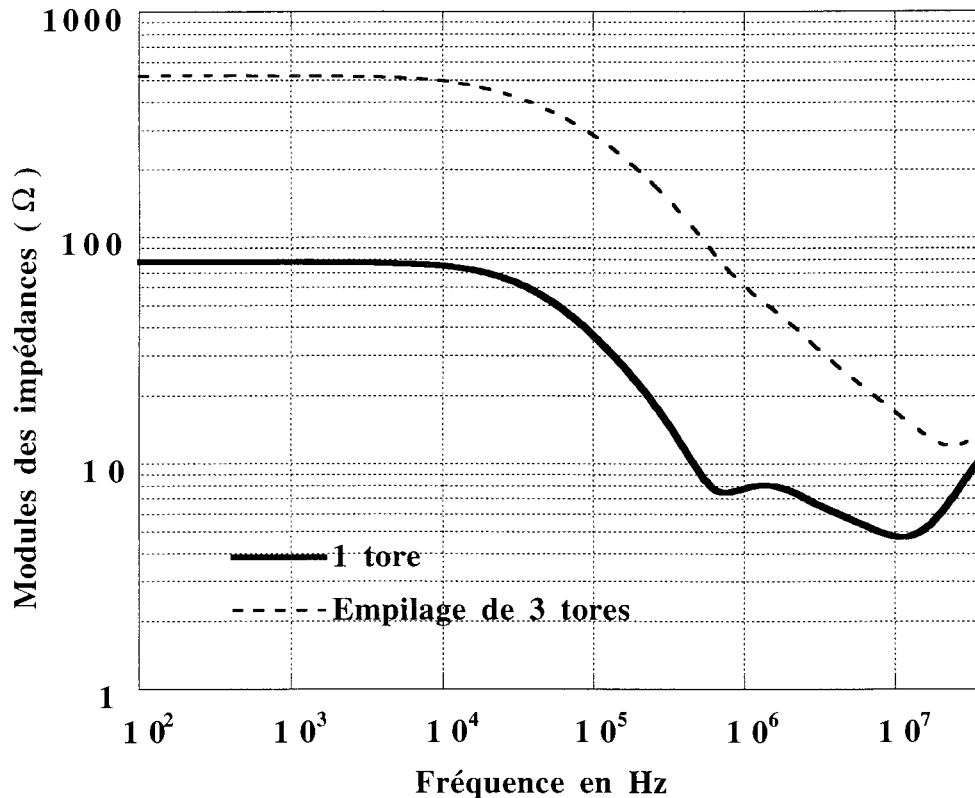
Nous avons confronté cette approche à l'expérimentation. Pour résumer, il semble que jusqu'à 10 MHz, le comportement du N27 de SIEMENS soit assez bien représenté par les fonctions de transfert ci-dessous.

$$\bar{\mu} = \mu_0 \left( \frac{\mu_r}{1 + j \frac{f}{f_\mu}} + 1 \right) \quad \text{où} \quad \mu_r = 4600 \quad \text{et} \quad f_\mu = 660 \text{ kHz}$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \left( \frac{1}{j\rho\omega\epsilon_0} + \frac{\epsilon_r}{1 + j \frac{f}{f_\epsilon}} + 1 \right) \quad \text{où} \quad \rho = 2,5 \text{ } \Omega\text{m}, \quad \epsilon_r = 10^5 \quad \text{et} \quad f_\epsilon = 785 \text{ kHz}$$

Le 1 ajouté aux deux expressions initiales de  $\bar{\mu}$  et  $\bar{\epsilon}$  évite que ces grandeurs ne deviennent inférieures à 1, ce qui pourrait mener à des vitesses de propagation supérieures à la vitesse de la lumière. Cet ajout n'intervient qu'en très haute fréquence. Ceci mis à part, on constate que l'ensemble des caractéristiques du matériau se résume par cinq constantes, ce qui est particulièrement simple à manipuler !

Par rapport aux données habituelles,  $\mu_r$  est deux fois plus grand que la valeur annoncée par le constructeur mais  $f_\mu$  est cohérent avec ces mêmes données. Seul PHILIPS indique des valeurs de résistivité et de permittivité qui sont, à 20% près, celles trouvées ici. Enfin, la valeur de  $f_\epsilon$  ne figure dans aucune documentation. Cette fréquence est due à la limitation du courant capacitif par une résistance série, celle opposée par la résistance interne des grains.



**Figure 3.** Impédance électrique d'un tore en ferrite. Les résonances visibles aux alentours de 1MHz sont sensibles à la longueur du tore.



## 5 - Problèmes expérimentaux non résolus.

Initialement, il nous semblait que pour obtenir des champs invariants suivant la direction parallèle à l'axe du tore, il était souhaitable d'utiliser un tore de longueur axiale très supérieure à l'épaisseur (pour se rapprocher d'un tube de longueur infinie). Nous avons réalisé ceci en assemblant, l'un sur l'autre et avec de la colle à l'argent, trois tores identiques. Nous ne sommes plus très sûrs de cette justification car, à 1 MHz, dans le matériau caractérisé ci-dessus, la longueur d'onde vaut 1,4 cm ! Pourtant, la comparaison des relevés de  $Z_E$  de l'assemblage et d'un tore unique (Fig. 3) tend à prouver que nous avons raison. Des vérifications demeurent nécessaires et il ne faudra pas oublier que la netteté de l'apparition des modes propres dépend beaucoup de l'amortissement.

Le relevé de  $Z_E$  en fonction de la fréquence montre, en basse fréquence, un palier horizontal directement lié à la résistivité  $\rho$ . Bien que cette mesure soit encore assez aléatoire, il est acquis que cette résistivité globale présente un coefficient de température négatif, comme celle d'un semi-conducteur. Enfin, le relevé de la caractéristique courant-tension à 50 Hz nous montre une non linéarité symétrique et une résistance dynamique approximativement doublée lorsque la tension est inférieure à 100 mV. Bien que cela confirme un comportement semi-conducteur, l'emplacement de la barrière de potentiel impliquée est encore incertain : joint de grain, électrodes...

La mesure de  $Z_B$  n'est pas non plus exempte de problèmes. Tout d'abord, le bobinage doit comporter un petit nombre de spires (pas plus de 10 à 15) pour éviter que des capacités parasites ne le shuntent, masquant ainsi les propriétés du noyau. Ensuite, lorsqu'on dispose dix spires le long d'une circonférence, on peut les répartir ou les rapprocher. Il s'avère que l'argument mesuré à 10 MHz est nettement plus grand (45° de plus !) dans le second cas, alors que l'augmentation de la capacité parasite devrait conduire à l'effet inverse.... Problème de propagation ? A suivre !

## **II - LA PROPAGATION DANS ET AUTOUR DES COMPOSANTS BOBINÉS.**

### **1 - Évolution de l'utilisation des circuits équivalents.**

Au cours des investigations passées concernant les composants magnétiques, nous avons pu étudier successivement leurs propriétés magnétiques et électrostatiques. Seuls les courants induits nous ont contraint à utiliser les équations de Maxwell sous une présentation un peu plus complète : celle de la magnétodynamique.

Pendant longtemps, le seul but assigné à nos circuits équivalents était de fournir un outil de travail aux concepteurs de montages électroniques. Dans la mesure où le circuit était fiable jusqu'à des fréquences dépassant d'une décade la fréquence de fonctionnement, ils étaient satisfaits. Aujourd'hui, la compatibilité électromagnétique entre dans le cahier des charges des composants. L'ingénieur veut connaître le comportement des composants lorsqu'ils sont soumis à des perturbations dont les fréquences sont indépendantes de celle du fonctionnement. L'exigence, en matière de validité des circuits équivalents, s'étend brusquement jusqu'à des fréquences beaucoup plus élevées !

La compatibilité électromagnétique s'intéresse également aux couplages involontaires et les problèmes rencontrés à cette occasion conduisent à la même conclusion. Ainsi, récemment, nous avons étudié le couplage des deux inducteurs d'un dispositif de chauffage par induction sous plasma gazeux. Le premier inducteur, alimenté à 100 kHz, engendre le chauffage, tandis que le second crée le plasma, en ionisant le gaz réactif à 13 MHz. Le couplage inévitable des deux bobines se traduit par l'injection de la puissance d'un générateur dans l'autre, avec les conséquences que l'on imagine ! L'étude des filtres réjecteurs nécessaires a nécessité celle du couplage et nous avons constaté que ce transformateur involontaire travaillait bien au delà des fréquences habituellement prises en considération pour un transformateur intentionnel. Cela nous a contraints à proposer un circuit équivalent différent...

Ainsi, des considérations pratiques de plus en plus nombreuses nous poussent à étudier le comportement des composants à des fréquences de plus en plus élevées et, en conséquence, à tenir compte de la propagation. Pour ce qui concerne les transformateurs, cette nécessité est aussi pressante pour les noyaux magnétiques que pour les bobinages.

### **2 - Propagation dans les noyaux magnétiques en ferrite.**

Nous avons vu qu'à 1 MHz, la longueur d'onde dans un ferrite standard destiné à l'électronique de puissance est de l'ordre de quelques centimètres. C'est une dimension comparable à celle des circuits magnétiques et il serait surprenant de ne pas observer les modes propres. Les résonances associées peuvent cependant être masquées si elles se produisent à des fréquences où les pertes du matériau sont importantes. Cette remarque explique pourquoi ces modes propres ne sont pas visibles dans les noyaux métalliques alors que la longueur d'onde, qui vaut approximativement  $2\pi$  fois l'épaisseur de peau, est du même ordre que les dimensions du noyau à des fréquences très basses.

La figure 3 montre l'impédance présentée par un tore en ferrite entre ses deux plans parallèles. Il est difficile de supposer que les résonances visibles autour de 1 MHz existent déjà à l'échelle microscopique car l'empilement de trois tores identiques présente un comportement radicalement différent. Ce phénomène semble donc bien lié aux dimensions du tore...

### **3 - Propagation dans les enroulements.**

En ce qui concerne les bobinages, nous avons remarqué, depuis longtemps déjà, que les impédances relevées au primaire lorsque le secondaire est à vide et lorsqu'il est en court-circuit, se rejoignent en haute fréquence signalant ainsi l'annulation du couplage. Dans la zone où ces courbes se confondent, le retrait du noyau magnétique ne change pas leur allure (Fig. 4). On en déduit que ce phénomène trouve son origine dans les enroulements. En outre, pour expliquer la réduction du couplage, il faut admettre que le courant trouve plus facile de sauter capacitivement d'un fil à l'autre que

de suivre les fils en créant des ampère-tours. Pour analyser ces phénomènes il faudra renoncer à considérer que le courant a la même valeur en tout point d'un même fil. Il n'est même pas exclu que deux spires connectées en série soient, au moment où elles passent à travers la même section du bobinage, parcourue par des courants en opposition de phase : il s'agit bien d'un phénomène de propagation.

L'énergie d'un bobinage sans noyau magnétique est essentiellement emmagasinée dans l'air et il est tentant d'en déduire que les ondes stationnaires ne peuvent exister que si une dimension est comparable à la longueur d'onde dans le vide. En réalité, le couplage des spires augmente beaucoup l'énergie magnétique de même que le champ électrique entre couches augmente avec le nombre de spires par couche. En définitive, les conditions de propagation n'ont rien à voir avec celles d'une onde plane et la longueur d'onde associée peut être bien plus courte. La vitesse de propagation d'une onde mécanique le long d'un ressort est bien plus petite que dans le métal qui le compose.

Nous ne savons pas encore avec certitude si nous serons confrontés à des propagations multidirectionnelles ou pas. Ce qui est certain, c'est que si cela survient, il faudra inventer de nouveaux modèles car un assemblage de lignes unidirectionnelles est inapte à cette représentation...

#### 4 - Rayonnement des composants bobinés.

C'est un domaine où tout reste à faire et des discussions sont engagées pour obtenir un financement de cette étude. Nous pensons que, pour le rayonnement à courte distance, il est possible de dissocier les champs électriques et magnétiques, et même, dans de nombreux cas, de négliger le champ électrique.

Si cette hypothèse simplificatrice s'avère exploitable, il faudra apprendre à caractériser simplement le rayonnement d'un composant. Alors qu'en principe il faut relever les trois composantes de l'induction en tout point de l'espace, il est concevable de s'appuyer sur le développement multipolaire pour procéder à un échantillonnage spatial qui permettrait de reconstituer la carte du champ à partir d'un nombre restreint de mesures.

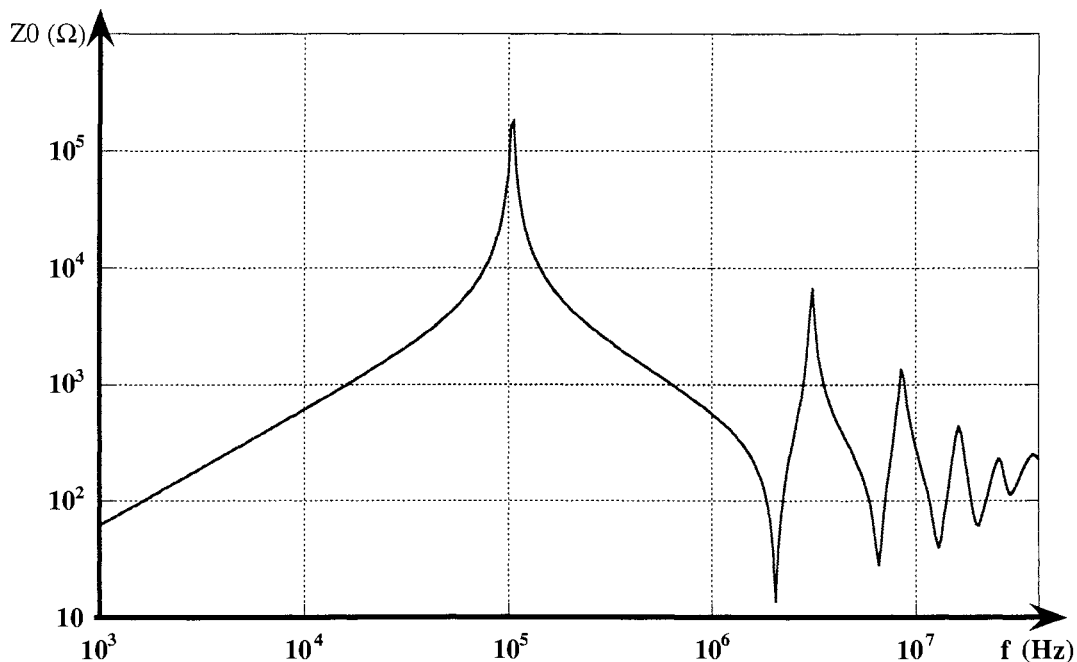


Figure 4 a. Impédance à vide d'un transformateur avec son noyau magnétique.

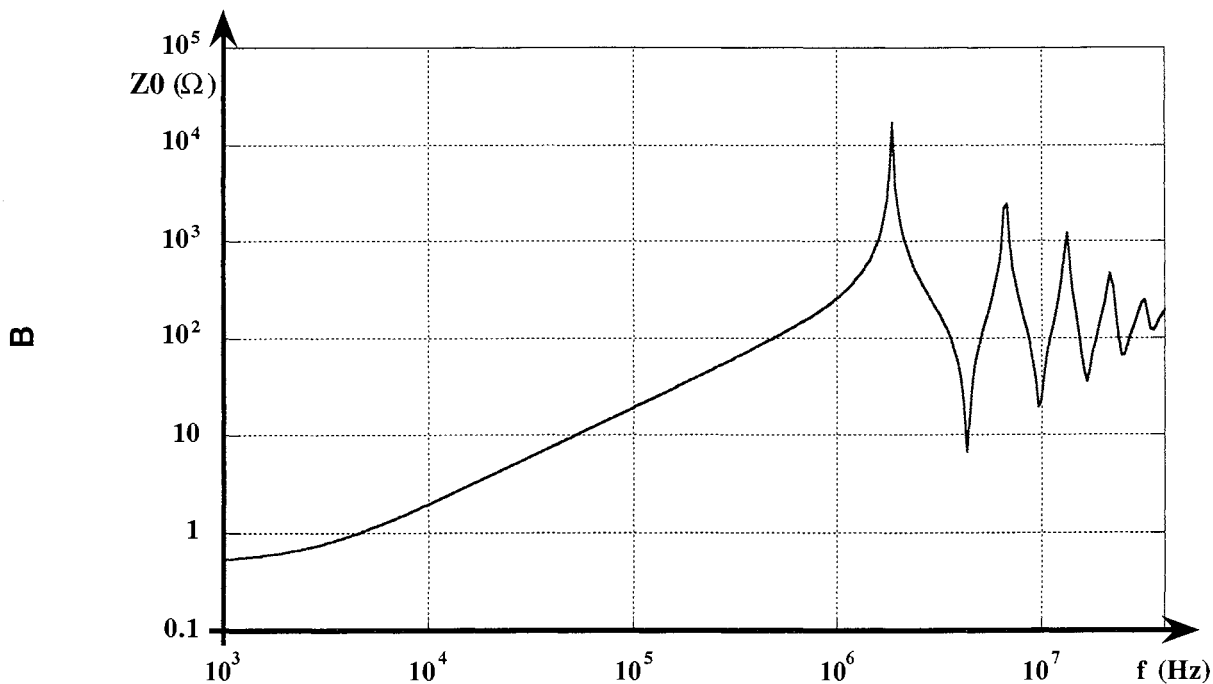


Figure 4 b. Impédance à vide d'un transformateur sans son noyau magnétique.

On peut penser également que le rayonnement d'un dispositif entier s'identifie, vu de l'extérieur, à celui d'un ensemble de courants et de charges répartis sur une surface qui l'entoure, sphérique par exemple. Si le système est passif et linéaire, ces densités sont proportionnelles au champ incident mais ce dernier doit lui même être décomposé en série pour tenir compte de sa non uniformité. Cette approche conduit à décrire le comportement externe du composant passif linéaire par un ensemble de coefficients tensoriels.

Parallèlement, il faudra s'efforcer de déduire le champ rayonné de la structure physique du transformateur. Nous savons déjà qu'un entrefer est un puissant émetteur de rayonnement qu'une équivalence permet de remplacer par une spire. Il est probable que le noyau magnétique, dans son intégralité, puisse être remplacé par un ensemble de courants surfaciques, voire, filiformes. Ce type d'approche est emprunté depuis longtemps par les spécialistes du magnétisme du navire.

Notons pour finir que, le transformateur étant un élément passif, sa susceptibilité électromagnétique est liée à son émissivité. Après les études précédentes, nous devrions mieux maîtriser la susceptibilité du transformateur aux perturbations extérieures, ce point étant très important pour un capteur de courant.



### **III - LE LOGICIEL " TRANSFERT ".**

#### **1 - Présentation.**

A l'issue de la thèse de Bruno Cogitore, il est apparu que le principal apport de son travail résidait dans l'établissement de circuits à constantes localisées permettant de simuler le comportement électrique des composants bobinés, ainsi que dans des méthodes expérimentales conduisant à la détermination de toutes les valeurs caractéristiques de ces circuits.

Afin que notre partenaire, MICROSPIRE, puisse tirer tout le bénéfice de ces études, il fallait disposer d'un outil réduisant leur temps de mise en oeuvre. Un travail complémentaire a été entrepris par Bruno Cogitore, au sein du LEG, dans le cadre d'un contrat post-doctoral de quinze mois. Le logiciel "TRANSFERT" est né et, depuis Janvier 1996, il rend déjà de grands services aux deux partenaires. MICROSPIRE l'utilise pour caractériser ses composants (et même ceux fournis par des clients, sous forme de prestations de services) et le LEG l'exploite pour faciliter l'étude de nouvelles propriétés relatives aux composants passifs.

Ce qui suit expose les objectifs visés par ce logiciel au moment de sa mise en chantier.

#### **2 - Les motivations.**

Malgré leurs limitations, les circuits équivalents à constantes localisées s'avèrent bien adaptés à la caractérisation des composants bobinés ; ils fournissent une approximation satisfaisante du comportement réel des composants magnétiques et s'avèrent très commodes pour simuler le fonctionnement d'un montage électronique.

Cependant, la complexité du circuit équivalent croît si vite avec le nombre d'enroulements que son étude manuelle devient inextricable dès trois enroulements. Ce fait est d'autant plus regrettable qu'il survient même si le fonctionnement du composant est entièrement compris, et que la généralisation des concepts développés pour deux enroulements permet de fixer complètement la topologie de son circuit équivalent.

Ainsi apparut la première motivation pour l'élaboration d'un logiciel : le LEG et MICROSPIRE souhaitent disposer d'un outil permettant de comparer le comportement d'un circuit, à celui du composant réel, observé dans les conditions simples des tests de caractérisation. Plus précisément, le but visé était de pouvoir comparer les courbes relevées à l'aide d'un analyseur d'impédances et de gains (style HP4194 A) à leurs homologues déduites du circuit testé.

#### **3 - La philosophie.**

Au cours de nos études, nous avons été amenés à introduire de nouveaux éléments linéaires (coupleurs), à attribuer des valeurs négatives à certains composants (inductances, capacités) et nous ne sommes pas certains que cette extension soit terminée. Afin de pouvoir éventuellement la compléter, le logiciel réalisé doit demeurer un outil exclusivement mathématique. Il ne doit imposer aucune contrainte topologique au circuit étudié, ni aucune restriction numérique aux valeurs des composants.

Cette position de principe distingue d'emblée TRANSFERT des logiciels existants ; en effet, tous imposent des règles topologiques (pas de partie isolée, pas de maille purement inductive, pas de condensateurs en série ...) ou numériques (pas de valeurs négatives pour les composants, pas de coefficient de couplage égal à 1, ...). L'insertion de composants complémentaires, qui permet d'outrepasser certains interdits de ces logiciels, introduit des pôles et des zéros supplémentaires dans les fonctions de transfert étudiées, ce qui est inacceptable pour les études visées.

Pour résumer, en restant dans le domaine des circuits linéaires stationnaires à constantes localisées, tout calcul faisable à la main (même péniblement) doit pouvoir être traité par notre logiciel. Si un calcul est infaisable, un message d'attention est affiché et l'utilisateur choisit comment modifier le problème posé.

#### **4 - Brève description fonctionnelle.**

##### *a) La formulation du problème.*

L'utilisateur définit la fonction de transfert, soit grâce à une description mathématique appropriée, soit, après avoir dessiné le circuit électrique, en pointant successivement le courant ou la tension associés au numérateur et au dénominateur du rapport cherché. Bien que la description graphique soit la mieux adaptée à l'étude de circuits complexes, plusieurs formats de descriptions mathématiques commodes ont été recensés : ils sont proposés au choix de l'utilisateur.

Un module de dessin et d'enregistrement de schéma a été développé en partant de celui du logiciel CIRCUIT : il bénéficie de ce fait d'une ergonomie éprouvée. L'analyse topologique et la mise en équation automatique font encore l'objet d'améliorations et, sous peu, plus aucune particularité topologique ne limitera le traitement.

##### *b) Les grandeurs recherchées.*

L'objectif principal est d'obtenir l'expression mathématique et la représentation graphique de toute fonction de transfert, définie par le quotient de deux grandeurs pouvant être chacune une tension ou un courant du circuit. Étant donné les circuits visés, ces fonctions de transfert sont exclusivement des fractions rationnelles de la variable de Laplace.

La résolution des équations est optimisée de manière à obtenir, pour les fractions rationnelles recherchées, l'écriture la plus simple possible, avec des degrés minimums au numérateur comme au dénominateur. Toutes les valeurs caractéristiques permettant de tracer le diagramme de Bode asymptotique (pôles, zéros, ...) sont calculées et les polynômes numérateur et dénominateur sont factorisés en termes du premier et du second degré à coefficients réels. Pour l'instant, les coefficients de la fraction rationnelle sont manipulés sous forme numérique mais la structure du programme est compatible avec une manipulation formelle...

Tous les résultats escomptés à long terme découlent de la connaissance d'une ou de plusieurs fonctions de transfert associées au composant. Ainsi, par exemple, la connaissance de l'une d'elles permet l'accès direct aux comportements harmonique, percussionnel et indiciel. Le théorème de superposition permet l'étude d'un régime périodique quelconque, aussi bien que celui résultant de l'application simultanée de plusieurs sources. En régime périodique, des calculs de puissance dissipée et de rendement en fonction de la fréquence sont également envisageables.

##### *c) La présentation des résultats.*

Cette présentation commence par la définition de la fonction de transfert demandée, l'écriture de son expression mathématique, et le rappel de ses valeurs caractéristiques. Ensuite, les propriétés harmoniques attachées à cette fonction sont représentées par des graphiques permettant la comparaison directe avec les résultats expérimentaux issus de l'analyseur d'impédances et de gains.

Outre la représentation habituelle module-argument, toutes celles proposées par l'analyseur sont disponibles dans le logiciel (Rs-Ls, Rp-Cp, ...). Trois autres grandeurs seront bientôt proposées : partie réelle, partie imaginaire et temps de propagation de groupe ( $= d\phi/d\omega$ ). On laissera à l'utilisateur le choix de la nature des échelles (linéaire ou logarithmique) ainsi que celui de l'intervalle conventionnel de représentation de la phase.

Quel que soit le graphique choisi, l'utilisateur a la possibilité de superposer une seconde courbe de même nature (admettant donc les mêmes échelles) issue, soit d'un autre calcul, soit d'un relevé

expérimental provenant de l'analyseur, soit d'une simulation électromagnétique.

Lorsque plusieurs fonctions de transfert relatives au même circuit sont étudiées simultanément, une page est réservée à chacune pour l'affichage des courbes associées. Une page supplémentaire permet de juxtaposer des résultats relatifs à plusieurs (jusqu'à 4) fonctions de transfert.

On étudiera la possibilité d'étendre jusqu'à 9 le nombre de courbes superposables avec une attention particulière pour l'indexation et le repérage des courbes, l'effacement, l'ajout, la renumérotation et le lien du curseur avec une courbe.

## **5 - Les applications potentielles.**

A terme, d'autres applications sont visées par ce logiciel. Elles seront utiles aussi bien aux ingénieurs qu'aux enseignants. Ainsi, tous les circuits linéaires et stationnaires (passifs et actifs) pourront, dans leur représentation à constantes localisées, être étudiés. La notion de source liante permettra de traiter, entre autres, les amplificateurs opérationnels idéaux. Des excitations variées pourront être appliquées (sources multiples, signaux périodiques quelconques, percussion de Dirac, échelon, rampe ...).

Les études topologiques menées pour le développement de TRANSFERT débouchent sur des équivalences de circuits. Certains circuits, refusés par les logiciels de simulation électronique, admettent des équivalents admis par ces mêmes logiciels. Ainsi, cette recherche conduira peut-être à un élargissement du domaine d'application de CIRCUIT.

Au cours de nos études, il nous est arrivé de déduire les diagrammes de Bode caractérisant un dispositif par d'autres moyens que la mesure, simulation électromagnétique et étude analytique par exemple. Si l'identification d'une fonction de transfert unique à partir d'un tel diagramme est un problème résolu, la recherche d'un circuit à constantes localisées cohérent avec plusieurs diagrammes, à notre connaissance, ne l'est pas. TRANSFERT peut, à coup sûr, faciliter une telle recherche par essais et retouches successives et il est probable qu'à terme, il sera au cœur d'un algorithme de recherche automatisée. Il compléterait alors utilement les logiciels INCA et FLUX3D.

A mesure que la technologie progresse, les dimensions des composants diminuent et leurs fréquences d'utilisations s'élèvent. Cela soulève des problèmes de mesure délicats qui seront évoqués au cours du chapitre III. En outre, il semble que la description par un circuit, d'un système électromagnétique, soit d'une validité limitée qu'il va être nécessaire de préciser. Les données caractérisant un circuit (tensions, courants) sont des grandeurs intégrales et, par exemple, le courant total pénétrant par un fil ne fixe pas la densité de courant dans ce conducteur dont dépendent les champs. Ainsi, la donnée des tensions et courants ne définit pas complètement les champs dans le dispositif. Bref, il y a là des investigations nécessaires et les outils commodes pour les mener à bien seront les bienvenus.



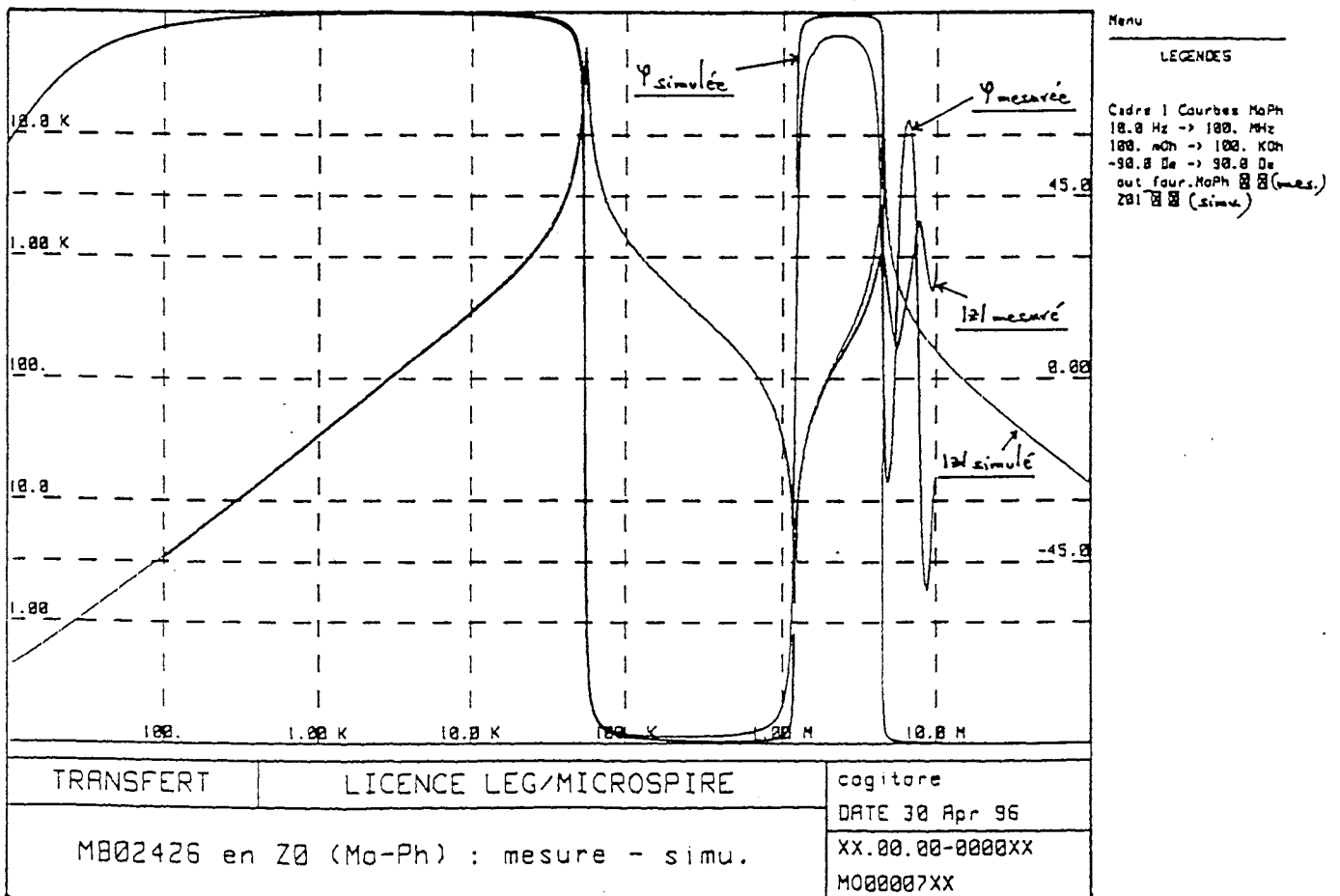
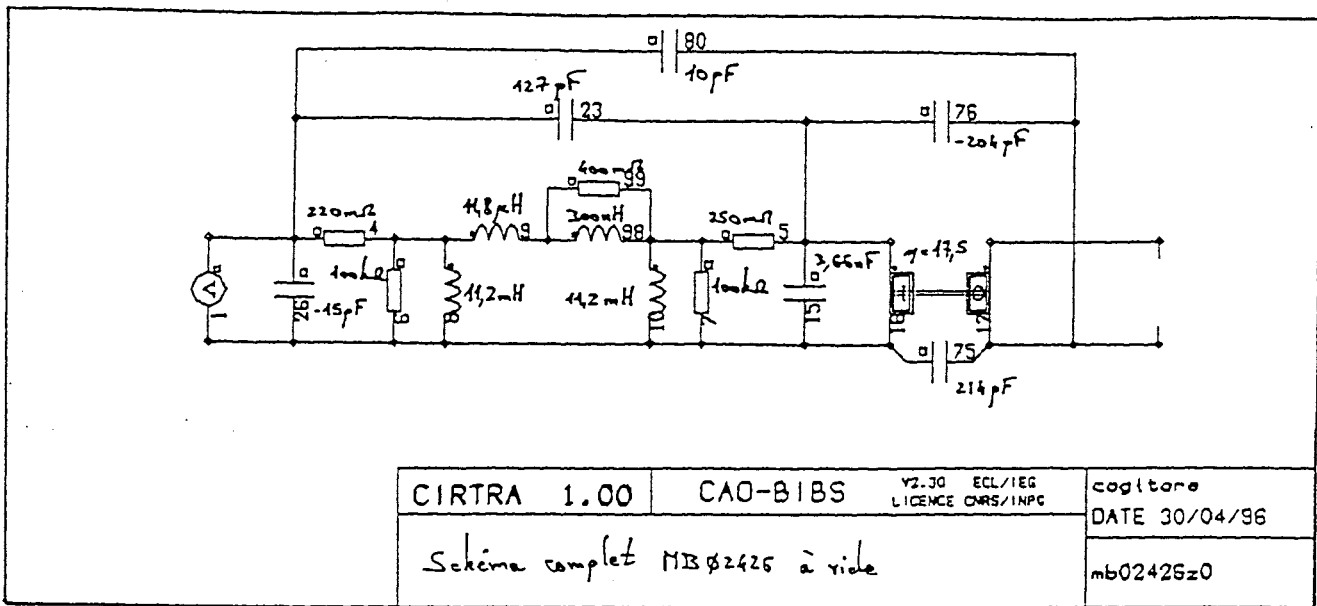


Figure 5. Utilisation du logiciel TRANSFERT. Dessin d'un circuit équivalent de transformateur puis comparaison des diagrammes de Bode théorique et expérimental.

## IV - DIPÔLES ET QUADRIPOLES NON "LINÉAIRES ET STATIONNAIRES".

### 1 - La fin d'un monopole ?

Au cours des études universitaires relatives à l'électronique et à l'électromagnétisme, la dépendance linéaire et stationnaire monopolise la majeure partie du temps consacré à ces disciplines. On peut dire que c'est la dépendance "standard" puisque dans de nombreux domaines, en l'absence d'indications contraires, ces deux propriétés sont admises tacitement. Parce qu'elle se prête bien à des études mathématiques simples, de nombreux concepts lui sont attachés, parmi lesquels on peut citer : les impédances, les quadripôles électriques, la permittivité.

A l'opposé, la dépendance non "linéaire et stationnaire" n'est définie que par défaut et l'immense diversité que recouvre ce terme ne permet pas de dégager des concepts généraux. Lorsque l'auteur d'un logiciel de simulation est sollicité pour introduire la "non linéarité", sa première réaction consiste généralement à demander : "- Laquelle ?". Je pense que la réponse à cette question mérite une réflexion approfondie.

Alors que l'on commence à utiliser des capacités non linéaires, que l'on se plaint de l'inexactitude des modèles "grands signaux" des interrupteurs et que l'on cherche à cerner le comportement transitoire des matériaux magnétiques, reprendre l'étude des dépendances "non standard" me semble tout à fait indiqué.

### 2 - Questions sans réponses.

Ce qui suit est une sélection de questions, suscitées par des problèmes concrets et dont les réponses mériteraient d'être éclaircies. Elles illustrent les insuffisances des notions attachées conventionnellement aux dépendances linéaires et stationnaires.

- Il existe des diodes à résistance (différentielle) négative. Peut-on obtenir des capacités différentielles négatives ? des inductances différentielles négatives ?

- Comment définir une capacité non linéaire en tenant compte de ses pertes ? Par quoi la caractériser (valeurs, fonctions, ...) et comment mener la caractérisation expérimentale ?

- Les pertes d'une inductance standard sont bien représentées par un ensemble de deux résistances, l'une en série et l'autre en parallèle. Cette représentation est-elle acceptable pour une inductance non linéaire, sous réserve de remplacer les trois éléments par des éléments non-linéaires ? Comment caractériser ces éléments à partir des mesures ?

- Le comportement électrostatique d'un quadripôle linéaire se représente par trois capacités (disposées en  $\pi$  par exemple). Comment représenter le comportement électrostatique d'un transistor à effet de champ qui est un quadripôle non linéaire ? La représentation par trois capacités non linéaires, qui vient spontanément à l'esprit, est-elle justifiée ?

- Comment définir un système sans pertes lorsque celui-ci est non stationnaire, ou que les sollicitations ne sont pas périodiques ?

- Quel critère permet de ranger un quadripôle non linéaire dans la catégorie des systèmes actifs ? Qu'est-ce qu'un amplificateur ? peut-on réaliser un amplificateur avec un système non dissipatif ?

- Un système stationnaire réagit toujours de la même façon à une excitation donnée, quel que soit l'instant où elle est appliquée. Un matériau magnétique peut-il être stationnaire s'il présente de l'hystérésis ? Comment définir l'hystérésis ? Faut-il formuler différemment la définition de la stationnarité ?

### **3 - Des mots pour en parler.**

Les questions précédentes sont probablement mal posées mais il est probable que dès qu'elles seront bien formulées, elles seront en grande partie résolues. Nous faisons tous appel à un vocabulaire hérité des systèmes linéaires et stationnaires, voire même d'approximations linéaires et stationnaires de systèmes qui ne le sont pas. Dans un autre contexte, les définitions originelles sont-elles encore applicables ? Les définitions de l'activité, de l'hystérésis, de l'amplification, des systèmes sans pertes ainsi que celles, plus communes, des capacités et inductances non linéaires ne mériteraient-elles pas un soigneux "dépoussiérage" ? Pour se comprendre, il faut, au minimum, que les mots aient le même sens pour tous.

Nous proposons, ci-dessus, de préciser les mots qui existent déjà. Il faut bien entendu envisager d'aller plus loin. N'oublions pas que l'objectif est de diviser l'ensemble des dépendances non "linéaires et stationnaires" en plusieurs catégories suffisamment simples pour que des propriétés et des concepts puissent leur être associés, et suffisamment larges pour que le recours à ces propriétés et concepts soit fréquent.

Par exemple, certains dispositifs linéaires qui ne sont pas stationnaires présentent, périodiquement au cours du temps, un nombre fini de structures individuellement linéaires et stationnaires. Plus concrètement, un tel dispositif inclut des composants passifs standards et des interrupteurs commandés exclusivement par une horloge interne de fréquence fixe. Nous avons eu l'occasion d'étudier un tel dispositif [18\*] mais, bien que des propriétés intéressantes aient été remarquées, nous n'avons pas entrepris l'étude systématique de cette structure. Il serait probablement utile de la nommer puis de rechercher systématiquement toutes ses propriétés générales. Un tel quadripôle doit pouvoir se caractériser comme un quadripôle linéaire, sous réserve d'ajouter des composants qui rendent compte de l'addition d'un bruit d'horloge sur les signaux d'entrée et de sortie. Quelles propriétés attribuer à ces composants ? Comment obtenir la matrice impédance d'un tel dispositif ? Est-elle symétrique ? Existe-t-il des impédances particulières jouant des rôles comparables aux impédances images ou itératives ?

Les dispositifs qui n'associent que des composants passifs linéaires et des interrupteurs idéaux peuvent être classés suivant les modes de commande des interrupteurs. Ceux-ci dépendent-ils uniquement d'une horloge à fréquence fixe ? Sont-ils synchronisés exclusivement par le signal d'entrée ? Des seuils non nuls interviennent-ils pour fixer les instant de commutation ? D'autres catégories de systèmes peuvent être définies. Par exemple, des systèmes sans pertes, des systèmes sans propagation... Des idées utiles pourront probablement être puisées dans d'autres disciplines comme l'automatique et la thermodynamique des processus irréversibles. Il restera tout de même à en changer la présentation et le vocabulaire pour que ces notions deviennent utilisables par des électroniciens de puissance. Pour passer d'une discipline à l'autre, il faut souvent traduire !

### **4 - Un quadripôle électrostatique non linéaire : l'IGBT.**

Les études évoquées ci-dessus ne doivent pas être obligatoirement intégrées dans les prochains sujets de thèse. Ma position consiste à dire qu'il faut les recenser le plus soigneusement possible et, dès que l'un d'eux est repéré dans un travail en cours, prendre le temps nécessaire pour mener l'investigation. L'étude [18\*] m'a été proposée par un doctorant de l'équipe. J'ai résolu son problème mais je n'ai pas eu le temps d'aborder la généralisation. A ma connaissance, il n'est pas encore trop tard... Une autre opportunité s'est présentée récemment et, cette fois, nous ne l'avons pas laissée passer. Ci-dessous nous donnons les principaux résultats de cette étude qui n'est pas encore terminée.

Au cours de ses études de métrologie oscilloscopique, Yves LEMBEYE a abondamment observé les commutations d'interrupteurs de puissance tels que VMOS, MCT et surtout IGBT. Ayant à notre disposition des relevés très précis de formes d'ondes, nous nous sommes naturellement préoccupés de les corrélérer. Après avoir relevé des caractéristiques statiques et mesuré certaines inductances de boîtier, nous avons voulu accéder aux capacités parasites du composant. Nous avons alors remarqué que, tant qu'il est bloqué, l'IGBT constitue un quadripôle électrostatique non-linéaire avec couplage (Fig. 6).

Ce dispositif est quasiment exempt de pertes, il ne présente pas d'hystérésis et aucun temps de propagation n'est perceptible lors des observations courantes. En outre, les propriétés observées dans ces conditions sont peu sensibles à la température. C'est donc un cas d'école inespéré qui va nous permettre de clarifier quelques définitions et propriétés. Ayant à l'esprit l'analogie électrostatique-magnétostatique, nous espérons bien pouvoir étendre certains résultats aux inductances...

Pour aborder cette étude nous prenons comme point de départ l'énergie électrostatique du dispositif (Conservez, conservez, il en restera bien quelque chose !). Notre seule hypothèse est que cette énergie  $U$  ne dépend que de deux tensions indépendantes : la tension grille-source ( $V_1$ ) et la tension drain-source ( $V_2$ ) et que cette dépendance est instantanée. Une variation élémentaire des potentiels entraîne une variation  $dU$  de l'énergie stockée par le composant :

$$U = f(V_1, V_2) \rightarrow dU = \frac{\partial U}{\partial V_1} \cdot dV_1 + \frac{\partial U}{\partial V_2} \cdot dV_2$$

Nous notons désormais  $Q_1$  la dérivée de  $U$  par rapport à  $V_1$ . C'est une fonction de  $V_1$  et  $V_2$  que nous identifions à la charge portée par la grille du composant.  $Q_2$  est définie d'une manière analogue. Nous l'assimilons à la charge portée par le drain et, puisque le composant est globalement neutre, la charge portée par la source est  $-(Q_1 + Q_2)$ . Comme dans un condensateur, toutes ces charges peuvent être localisées sur une partie de la surface de l'électrode dont le volume reste neutre. La relation précédente se distingue de l'écriture habituelle ( $V \cdot dQ$ ) du travail électrique. Ceci devra être éclairci. Peut-être que l'énergie invoquée ici est l'énergie libre ( $T = Cte$ )...

Écrivons maintenant les différentielles totales de  $Q_1$  et  $Q_2$ .

$$\begin{aligned} dQ_1 &= \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} \cdot dV_1 + \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} \cdot dV_2 \\ dQ_2 &= \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} \cdot dV_1 + \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \cdot dV_2 \end{aligned}$$

En notant  $C_{ij}$  la dérivée  $\partial Q_i / \partial V_j$ , nous définissons 4 coefficients et nous remarquons que  $C_{12} = C_{21}$  puisque ces grandeurs sont deux dérivées secondes de  $U$  qui se déduisent l'une de l'autre en changeant l'ordre des deux dérivations. Les équations ci-dessus permettent d'écrire les expressions des courants en régime quelconque :

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{dQ_1}{dt} = C_{11} \cdot \frac{dV_1}{dt} + C_{12} \cdot \frac{dV_2}{dt} \\ I_2 &= \frac{dQ_2}{dt} = C_{21} \cdot \frac{dV_1}{dt} + C_{22} \cdot \frac{dV_2}{dt} \end{aligned}$$

Les coefficients  $C_{ij}$  sont, évidemment, les capacités différentielles du système. Rappelons qu'ils dépendent de  $V_1$  et  $V_2$ . Si les variations de tension sont petites et sinusoïdales, on peut adopter une notation complexe et, en désignant les amplitudes complexes des variations par des minuscules, on obtient :

$$\begin{aligned} i_1 &= j\omega \cdot C_{11} \cdot v_1 + j\omega \cdot C_{12} \cdot v_2 \\ i_2 &= j\omega \cdot C_{21} \cdot v_1 + j\omega \cdot C_{22} \cdot v_2 \end{aligned}$$

Nous avons procédé à la mesure directe de  $C_{12}$  et de  $C_{21}$  pour une multitude de points de repos. Jamais l'écart entre ces deux coefficients n'a été supérieur à 1%. L'égalité théorique est donc confirmée. Ensuite, les capacités d'entrée et de sortie ont été mesurées (Fig. 6) en maintenant de l'autre côté, soit le potentiel constant, soit le courant nul (le potentiel variant alors autour de son point de repos).

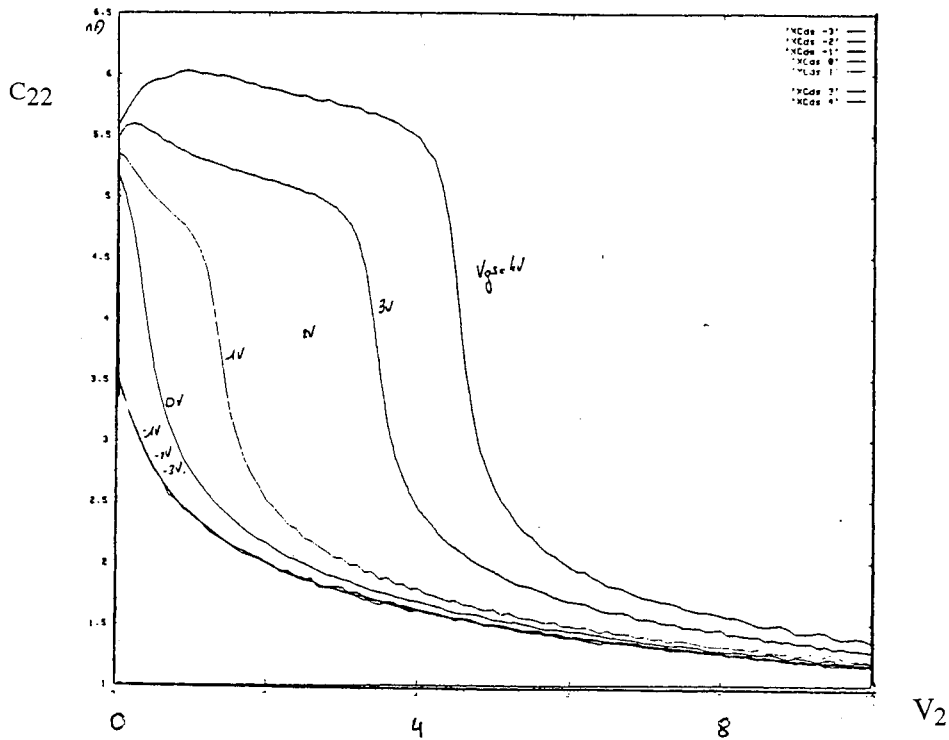


Figure 6. Capacité  $C_{22}$  ( $= C_{oss}$ ) d'un IGBT relevée en maintenant  $V_{gs}$  constante.

De ces mesures nous avons déduit les valeurs des trois capacités  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  du schéma équivalent en  $\pi$ , valable en petits signaux (Fig. 7). Il s'avère que ces capacités ne dépendent pas seulement de la tension qu'elles ont à leurs bornes ! Ainsi, nous avons étudié les variations de  $C_3$  en fonction de  $V_1 - V_2$  en prenant  $V_1$  comme paramètre (Fig. 8). Pour que  $C_3$  soit représentable par un dipôle capacitif non linéaire, il aurait fallu que sa valeur ne dépende que de  $V_1 - V_2$ , ce qui n'est pas le cas !

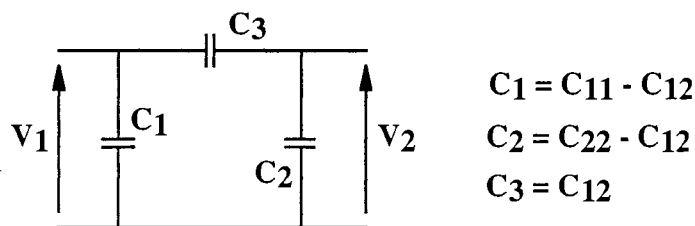


Figure 7. Représentation d'un quadripôle capacitif non linéaire.  
En général, chacun des trois composants varie suivant  $V_1$  et  $V_2$ .

En conclusion, un quadripôle électrostatique non linéaire admet une représentation par trois condensateurs reliés en  $\pi$  pour des petits signaux et les valeurs de ces capacités varient suivant le point de repos choisi. La façon la plus synthétique de définir complètement les propriétés de ce quadripôle consiste à donner la fonction  $U = f(V_1, V_2)$ . Reste à savoir comment la déduire de la caractérisation expérimentale....

Pour des grands signaux, la représentation par trois capacités non linéaires n'est pas générale. Au mieux, elle peut constituer une approximation acceptable dans certains cas. Lorsque cette représentation est admissible, l'énergie se décompose en une somme de trois termes, chacun ne dépendant que d'une seule différence de potentiel.

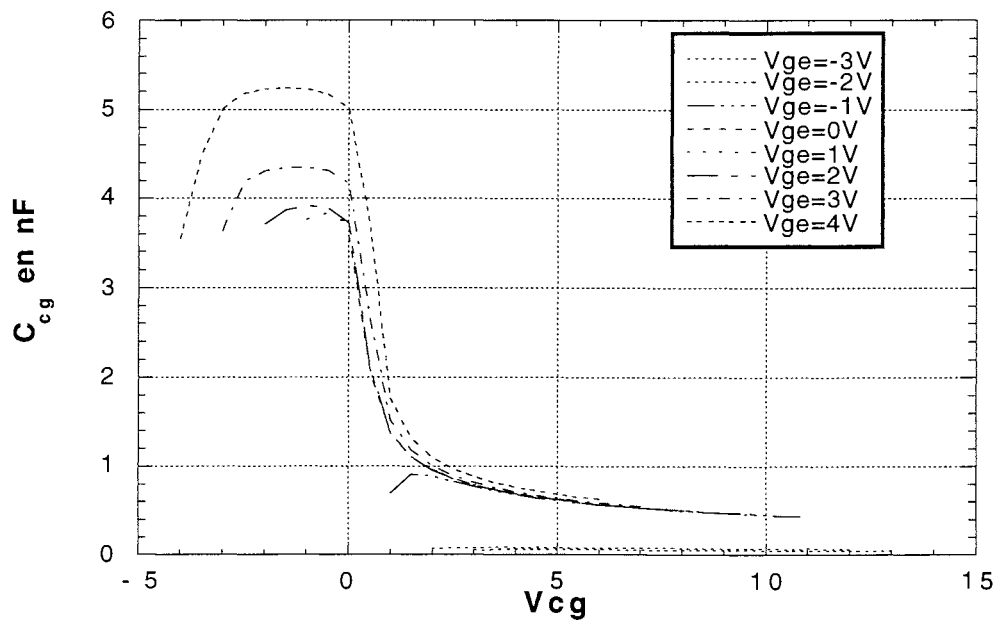
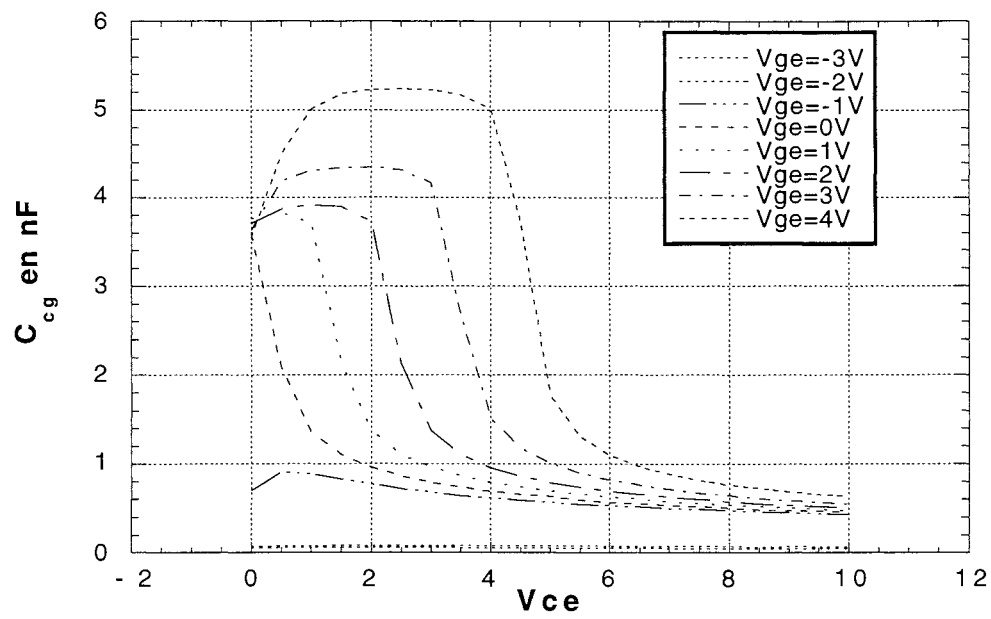


Figure 8. Capacité  $C_3 = C_{12} = C_{cg}$  d'un IGBT relevée en maintenant constante la tension grille émetteur.  
Il est clair que cette capacité ne dépend pas que de la tension à ses bornes...

## **V - THERMIQUE DES COMPOSANTS BOBINÉS.**

### **1 - Motivation.**

D'un point de vue pratique, les travaux antérieurs concernant les composants bobinés ont mené à une caractérisation électrique plus complète et, par suite, à une plus grande fiabilité des prévisions issues de la simulation électronique. Aujourd'hui, ce qui apparaît prioritaire pour affiner la maîtrise technologique de ces composants, c'est la compréhension de leur comportement thermique. Notre partenaire MICROSPIRE partageant ce point de vue, un contrat a été passé et le travail a été confié à Patrick FOUASSIER dans le cadre de la préparation d'une thèse de doctorat.

A l'expérience, on constate que la plupart des limitations d'utilisation de ces composants trouvent leur origine dans une cause thermique : une température qui amène le ramollissement d'un isolant, un gradient de température qui entraîne la fissuration du noyau ferrite... Ainsi, il apparaît que la connaissance des températures atteintes dans le composant au travail est essentielle pour prévoir ses défaillances. S'il maîtrise cette prévision, le concepteur peut, après s'être fixé librement une marge de sécurité, utiliser au mieux les matériaux disponibles. Il dispose alors de sérieux arguments pour garantir la fiabilité de ses produits.

### **2 - Quelques difficultés prévisibles.**

Lorsque la puissance globale dissipée dans un transformateur est fixée, le lieu où elle apparaît dépend de la charge et de la forme d'onde. Ainsi, lorsque le circuit secondaire est à vide, la puissance est engendrée dans le noyau, alors que s'il est en court-circuit elle est créée dans les bobinages. Dans ce dernier cas, la puissance est : soit entièrement dissipée dans le primaire (en continu), soit répartie entre les deux enroulements (aux fréquences moyennes), soit localisée près de la surface de certains conducteurs (en haute fréquence). En présence d'un entrefer, la puissance consommée à vide peut être dissipée dans quelques spires proches de l'entrefer. Il sera donc important de recenser, pour chaque transformateur, tous les points chauds potentiels.

Dans ces dispositifs, l'évacuation des calories n'est pas unidirectionnelle : toutes les surfaces extérieures contribuent à l'échange thermique. En outre, le rôle de la convection ne peut pas être négligé a priori. Il faudra soit l'éliminer, soit la contrôler, pour que les résultats expérimentaux soient reproductibles.

Enfin, les matériaux traversés par le flux thermique ne sont pas homogènes. Un enroulement peut inclure du cuivre, du vernis, de la soie, du carton, de l'air, ..., avec une configuration géométrique compliquée !

Les difficultés évoquées ne sont, pour le moment, que potentielles. Il paraît donc indispensable, pour apprécier leur importance, de guider la progression par l'expérimentation. L'observation, dans des conditions expérimentales précises et reproductibles, de quelques composants choisis pour leur représentativité ou leur simplicité de construction, doit permettre de classer ces phénomènes par ordre d'importance et suggérer les approximations admissibles.

En résumé, le travail qui s'engage est une oeuvre de défrichage et il est illusoire de planifier cette recherche sur une longue durée. Seul un réajustement périodique des objectifs est de nature à optimiser l'efficacité d'une telle entreprise.

### **3 - Observations préliminaires.**

Nous l'avons signalé dans la partie I, des observations préliminaires nous ont incités, dans un premier temps, à compléter nos connaissances des matériaux magnétiques. En effet, nous avons conduit une campagne de mesures exploratoires, consistant à observer le comportement de quelques

transformateurs, en fonction de la température, dans des conditions où celle-ci peut être supposée uniforme. Trois phénomènes prépondérants sont ressortis de ces essais.

**a** - Les pertes "cuivre" augmentent avec la température : la résistance série des enroulements, bien visible en basse fréquence, croît avec la température. La résistivité du cuivre est approximativement proportionnelle à la température absolue : ce phénomène est largement documenté dans la littérature.

**b** - Les pertes "fer" varient très vite avec la température. Pour le FERRINOX T22 de LCC, la résistance  $R_p$ , représentative des pertes "fer", chute d'un facteur 5 lorsque la température passe de 25° à 75°C. Les pertes "fer" augmentent donc dans le même rapport si la tension aux bornes d'un enroulement est fixée. Cette variation est conforme à celle indiquée par le fournisseur.

**c** - Avec l'élévation de la température, les parties descendantes des modules d'impédances se déplacent vers les basses fréquences, ce qui s'explique par une augmentation des capacités parasites du composant. Cela peut être imputé, soit à une variation de certaines permittivités avec la température, soit à une modification de l'écartement des spires, provoquée par des dilatations.

#### **4 - Mise en pratique.**

Nous entreprenons là une étude de fond qui va nécessiter bien des étapes intermédiaires. Pour ne pas perdre de vue les problèmes pratiques, j'ai accepté d'encadrer, avec Jean-Paul FERRIEUX, une thèse portant sur la transmission de puissance électrique sans contact. Cette étude, menée par Rachid LAOUAMER, et financée par la Division des Études et Recherches d'E.D.F, va nous conduire à réaliser un coupleur magnétique de plusieurs kW, voire même de plusieurs dizaines de kW. Les problèmes thermiques ne manqueront pas de se poser pour nous ramener à la (dure !) réalité.

#### **CONCLUSION.**

Bien que les sujets évoqués ci-dessus suffisent à m'occuper quelque temps, leur liste n'est pas exhaustive et d'autres seront peut-être suggérés par les études en cours. Si je devais choisir seul, je m'appuierais sur les remarques suivantes.

L'étude des composants linéaires est bien avancée et l'essentiel consiste maintenant à la faire passer dans la pratique. La réalisation d'un logiciel tel que TRANSFERT, dont les connexions avec les autres logiciels du LEG sont prometteuses, me paraît indispensable pour y parvenir. En restant dans le domaine linéaire, des études théoriques intéressantes peuvent être entreprises concernant premièrement, le rayonnement et la propagation interne des composants et deuxièmement, la thermique. Les systèmes non linéaires, en revanche, offrent un champ d'investigation très vaste et très peu défriché. Sous réserve de bien délimiter les problèmes, c'est probablement le terrain d'investigation qui peut apporter le plus de concepts nouveaux dans les prochaines années.

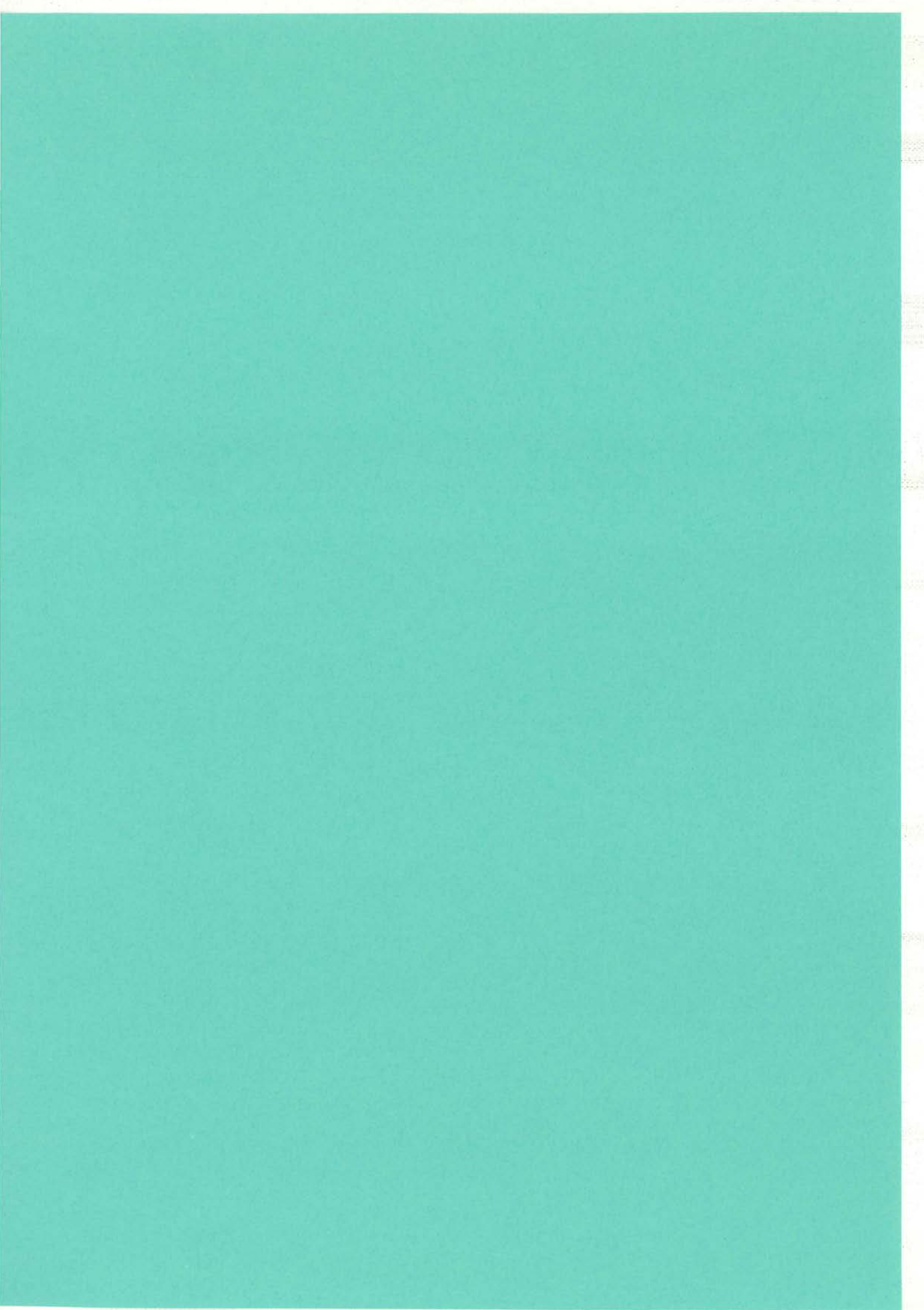
En pratique personne n'est jamais entièrement libre de ses choix, mais, lorsqu'une multitude de sujets déjà formulés attend, il devient improbable que quelques uns ne coïncident pas avec la demande industrielle tout en confortant l'action de l'équipe...

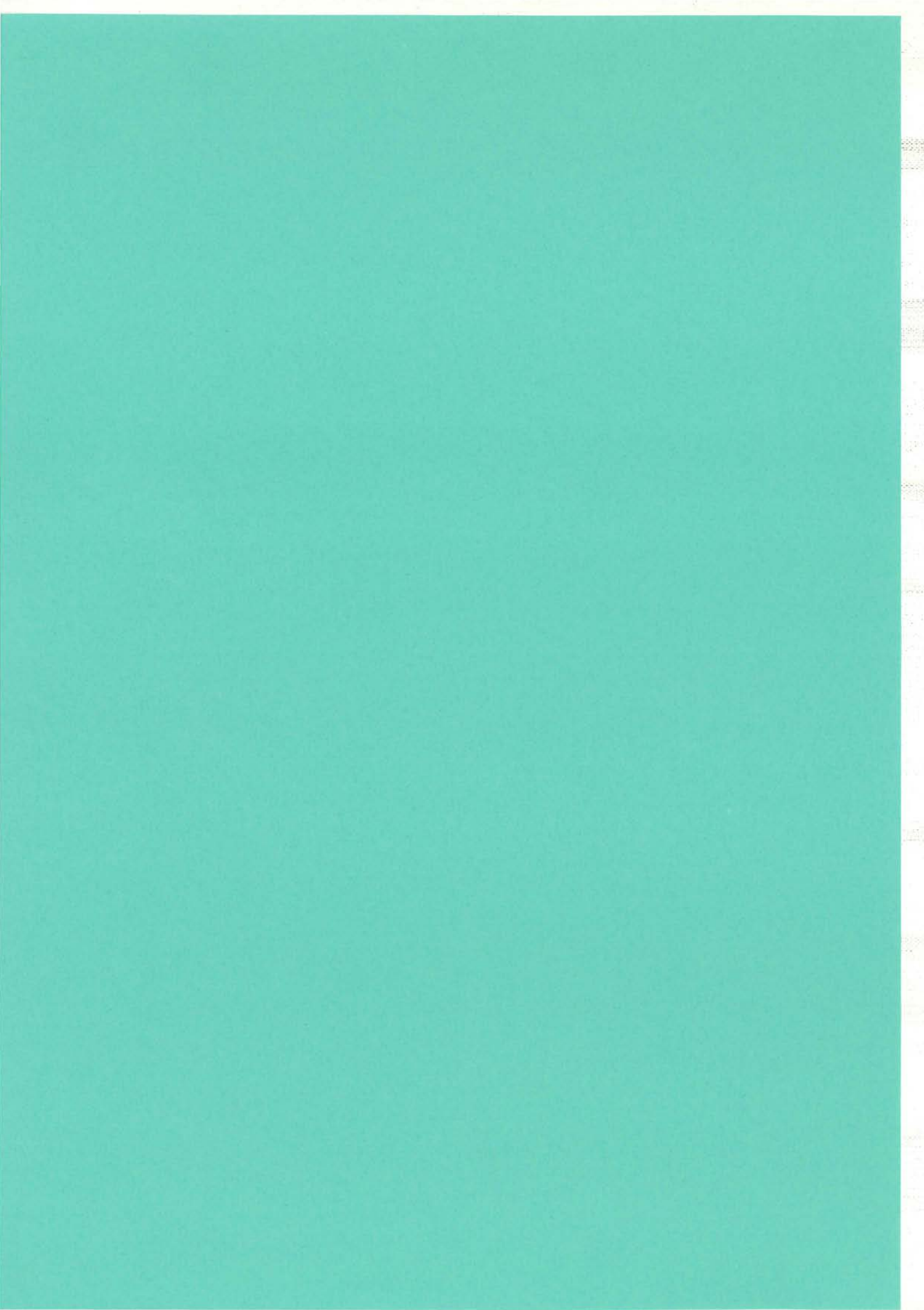
Enfin, s'agissant de projets, je ne peux pas éluder complètement ceux qui ont trait à mon travail d'enseignant. Dès ma prise de fonction, j'ai abordé l'enseignement comme une recherche à part entière. Bien entendu, des erreurs ont jalonné ce long parcours mais cette conception a été à l'origine de réussites et de quelques premières. C'est ainsi que j'ai été parmi les premiers à introduire les amplificateurs opérationnels à l'IUT (1971), la symétrie et l'utilisation des lasers en DEUG (1975), l'instrumentation programmable à l'IUT (1980), la théorie de l'information comme fil directeur d'un cours concernant la mesure à l'IUT (1988), etc. Une clé essentielle de la pédagogie consiste à communiquer une passion. Présenter les notions fondatrices avec rigueur, en les illustrant par des exemples technologiques très récents est le moyen que j'ai choisi pour y parvenir.



Depuis 1988, j'ai entrepris la mise au propre de polycopiés d'enseignement. Sur certains sujets ce travail est bien avancé et je souhaite le mener à terme. Je ne sais pas encore si ces documents seront édités un jour, mais je sais que je ne renoncerai pas à leur consacrer du temps.

Au terme d'une telle énumération, il va de soi que l'étude du procyon lotor ne sera pas négligée non plus.





### **III - MON JARDIN DE PHYSICIEN**

#### **I - MAIS QUE FAIT LA PHYSIQUE ? 55**

- 1 - Expérimentation et approximation sont les deux mamelles...
- 2 - Ne loupez pas le début du film !
- 3 - Modèles au top.
- 4 - L'ai-je bien validé ?
- 5 - Avant de reformuler la mécanique quantique, vérifiez donc les fusibles...
- 6 - Vie privée des systèmes physiques.

#### **II - CHUT... PHYSICIEN À L'AFFÛT. 59**

- 1 - Où vais-je, où cours-je ?
- 2 - Paré à l'appareillage ?

#### **III - SIX CENTS MILLIONS D'ÉLÉMENTS FINIS ET MOI ET MOI ET MOI.. 61**

- 1 - L'ingéniosité en péril.
- 2 - Simulation et analyse : le couplé gagnant.
- 3 - A mes souhaits.

#### **IV - DU TEMPS POUR APPRIVOISER LES ÉTOILES FILANTES. 63**

- 1 - Plaidoyer pour la flânerie.
- 2 - Une vertu oubliée : la persévérance.

#### **V - CONCLUSION 64**



## **I - MAIS QUE FAIT LA PHYSIQUE ?**

### **1 - Expérimentation et approximation sont les deux mamelles...**

Tous les phénomènes évoqués au cours des chapitres précédents ont d'abord été observés expérimentalement. Ensuite sont venues des phases de réflexion et de synthèse qui nous ont amenés à proposer des modèles nouveaux. Enfin, ces modèles nouveaux étant destinés à expliquer une plus large classe de phénomènes, il a fallu les valider, c'est-à-dire confronter leurs prévisions aux résultats expérimentaux. La démarche résumée ici est typiquement celle d'un physicien. L'expérimentation y occupe une place prépondérante puisqu'on la trouve aussi bien à l'origine qu'à la conclusion de chaque étape.

L'objectif du physicien est d'expliquer la nature. Ceci suppose à la fois des observations minutieuses et la formulation d'hypothèses permettant d'expliquer, c'est-à-dire de corrélérer logiquement, ces observations. L'élaboration d'un langage descriptif approprié s'inscrit naturellement dans ce cadre et la difficulté de l'entreprise impose le morcellement de la réalité en des phénomènes suffisamment simples pour être intelligibles, descriptibles et hiérarchisables. Sans approximation, pas de modèle, pas de concept et donc, pas de langage descriptif. Bref, sans approximation, pas de physique.

Cette apologie de l'approximation ne doit pas être ressentie comme un prétexte pour éviter des mathématiques compliquées. Il arrive qu'ayant mené un calcul rigoureusement on soit contraint, pour l'exploitation, d'en simplifier le résultat final ! Qui utilise les fonctions de Bessel pour évaluer l'incidence pratique de l'effet de peau dans un conducteur cylindrique ? L'approximation de Levasseur fait probablement davantage d'adeptes ! De la même façon, nous avons établi les expressions exactes des impédances du transformateur : elles sont illisibles dans le sens où leur longueur ne permet pas, même à un œil averti, d'y apprécier l'incidence des divers paramètres. En définitive, pour savoir de quels composants dépend une fréquence de résonance et pour déduire les éléments du circuit à partir des tracés d'impédances (problème inverse), nous sommes revenus à des relations approximatives. Cet exemple montre que, quel que soit son apport, le calcul formel n'éliminera pas le besoin d'approximations.

La démarche du physicien, rappelée au début de ce paragraphe, est par nature itérative : les observations devenant à la fois plus précises, plus complètes et plus variées, les théories en vigueur finissent inéluctablement par être prises en défaut. Cela conduit à des révisions plus ou moins déchirantes, au fil desquelles il apparaît que l'objectif ultime du physicien, sa quête, consiste à expliquer de plus en plus de phénomènes à l'aide d'un nombre toujours plus réduit d'hypothèses supposées être plus fondamentales. Il rejoint ainsi Camus qui affirmait : "les vérités premières sont celles que l'on découvre en dernier" mais, pour lui, cette phrase résonne comme une définition.

On retiendra de cette présentation que la physique progresse en prenant appui essentiellement sur l'expérimentation et sur l'approximation et qu'en raison de l'objectif qu'il s'est lui-même assigné, le physicien est responsable de la clarté de l'explication avancée autant que de l'exactitude des observations qu'elle entend corrélérer.

### **2 - Ne loupez pas le début du film !**

Lors d'une première étude, une grande précision expérimentale est rarement indispensable. Durant cette phase, la recherche est comparable à une enquête policière : il faut saisir les indices, les rapprocher, ne négliger aucune piste, diversifier les méthodes d'investigation, établir des preuves... C'est ce type d'approche qui nous a montré que les fréquences de résonance d'un transformateur dépendaient de la liaison primaire-secondaire et nous adoptons actuellement la même démarche pour observer le comportement des ferrites.

La difficulté de cette phase consiste essentiellement à employer avec modération sa propre connaissance préalable. Les repères qu'elle procure rendent l'observateur plus sensible au moindre

écart et c'est souvent ainsi qu'il remarque un fait capital. A l'opposé, si cette connaissance accapare trop l'esprit, elle risque d'orienter fortement le choix des observations effectuées et, par là même, d'entraîner l'abandon prématuré de certaines pistes. A ce point de l'étude, il est sain de procéder à quelques mesures sans justification précise, simplement par curiosité et il faut s'exposer à l'étonnement. Il est trop tôt pour ne chercher qu'à vérifier ! Dans cet esprit, entreprendre les observations préliminaires avant toute bibliographie spécialisée peut être considéré comme un gage d'ouverture et d'objectivité.

Vient ensuite l'étude phénoménologique, dont l'objectif est de synthétiser les résultats expérimentaux avant tout appel à des hypothèses solidement justifiées. Cette tâche relève du travail expérimental. Il revient en effet à l'expérimentateur de présenter ses résultats de façon synthétique en introduisant des variables réduites, en proposant des relations empiriques et même des formulations analytiques, cohérentes avec l'observation. Les outils informatiques désormais disponibles facilitent ce travail : il est dommage qu'il soit si souvent négligé. Sans étude phénoménologique nous n'aurions probablement pas proposé une cellule à constantes localisées pour rendre compte des pertes par courants induits, car cela allait à l'encontre de nos convictions théoriques de l'époque. Pourtant, la justification théorique a suivi...

### **3 - Modèles au top.**

Depuis la vulgarisation de l'informatique, la "modélisation" est devenue "la plus noble conquête du scientifique". Si j'admets que l'on attribue ce titre de noblesse à la simulation, j'éprouve quelques réticences à appeler "modélisation" ce qui, souvent, n'est que la résolution numérique d'un problème. Dans la culture d'un physicien, un modèle est une notion précise et féconde et je me méfie des imitations.

Afin d'expliquer un phénomène, le physicien dégage un petit nombre d'hypothèses simples qui, réunies, conduisent au comportement observé. C'est ce petit lot d'hypothèses nécessaires et suffisantes qu'il nomme "modèle". Une dimension humaine se glisse dans cette notion, car le modèle doit rester suffisamment simple pour autoriser un traitement analytique et pour élaborer le vocabulaire descriptif nécessaire.

Ainsi, à l'aide d'un modèle, le physicien, non seulement résout un problème, mais il dégage des concepts et enrichit son vocabulaire de façon à faciliter la résolution de problèmes analogues. Plus les hypothèses choisies sont en nombre restreint, plus il sera fréquent de les retrouver réunies, et plus la portée du modèle sera grande. Si elle n'était inspirée par une expérience, cette démarche semblerait très proche de celle empruntée par l'algèbre moderne. Pensons à l'exemple d'un espace vectoriel. Cette structure mathématique se définit par le regroupement de trois opérations. On cherche ensuite minutieusement toutes les propriétés qui découlent de cette association et, au passage, on propose de nouvelles définitions (vecteurs liés), on dégage de nouveaux concepts (base, dimension...).

Dans le langage commun, "modèle" s'applique à quelque chose qui peut être imité. Si, au cours d'une simulation, les hypothèses utilisées ont été clairement et complètement dégagées et si les phénomènes sont suffisamment compris pour être exprimés par des mots, le raisonnement pourra probablement être appliqué à une étude qui présente des similitudes : il pourra être imité. Parler alors de modélisation ne me paraît pas usurpé, même si je me remémore les critères de mes professeurs de physique. Mais, de grâce, restons lucides : si luthiers et violonistes nous charment en harmonie, les violoneux sont à fuir.

### **4 - L'ai-je bien validé ?**

Nous l'avons vu, le physicien exploite l'expérimentation alternativement comme guide et comme validation. Dans ce dernier cas, il n'est pas inutile de s'interroger sur le crédit à accorder à cette "preuve".

Pour tester un modèle, il faut confronter les propriétés qui résultent du lot d'hypothèses qu'il réunit, aux mesures correspondantes. Sa valeur se juge exclusivement à son aptitude à corrélérer des

réunit, aux mesures correspondantes. Sa valeur se juge exclusivement à son aptitude à corrélérer des observations. La précision expérimentale étant examinée plus loin dans le détail, supposons pour un temps qu'elle soit suffisante. Nous allons voir que, même dans ce cas idéal, l'investigateur doit montrer une grande prudence avant de conclure qu'un modèle est validé.

Hormis les problèmes de précision, la principale difficulté consiste à choisir le nombre des mesures indépendantes à réaliser, de manière adaptée à celui des paramètres ajustables du modèle. En effet, une mesure est, au mieux, une vision exacte mais partielle de la réalité. C'est pourquoi il arrive que des mesures en nombre insuffisant, ou non indépendantes, coïncident avec le modèle proposé et qu'une mesure supplémentaire montre un désaccord profond avec ce même modèle au point de l'invalidier totalement. Pour illustrer ceci, revenons un instant au métal magnétique massif évoqué à la page 32. Sa perméabilité se déduit de l'impédance d'une inductance torique et, après cette mesure, il est tentant d'admettre que les propriétés électromagnétiques locales du matériau testé sont bien représentées par cette grandeur complexe et que la théorie magnétostatique qui l'introduit est applicable. C'est pourtant une erreur manifeste, car la théorie invoquée est mise en défaut dès que l'on change les dimensions de l'échantillon ou que l'on se donne les moyens d'observer la variation de l'induction dans l'épaisseur du matériau.

Pour éviter des affirmations hâtives, il est nécessaire de prévoir des mesures en nombre suffisant pour déduire, sans hypothèses complémentaires, les valeurs de tous les paramètres ajustables. Pour être déclarée valide la théorie doit, après que tous ses paramètres arbitraires aient été définitivement fixés par ces mesures préliminaires, expliquer toutes les observations complémentaires et indépendantes. C'est seulement lorsque son caractère prédictif est avéré qu'on peut la déclarer juste... jusqu'à preuve du contraire. L'histoire montre que les plus grandes théories physiques sont celles qui introduisent le moins de constantes arbitraires. Donc, si vous avez de l'ambition, réduisez le nombre de vos paramètres indépendants.

Une extrême prudence est de mise vis-à-vis des modèles faisant appel à un grand nombre de paramètres ajustables. Comment prétendre qu'un circuit équivalent de transformateur incluant des centaines de composants est validé par un petit nombre d'observations ? D'une façon analogue, des théories microscopiques sont souvent avancées pour expliquer le comportement macroscopique de dispositifs complexes. Peut-on les justifier sans ambiguïté en s'appuyant sur un nombre restreint de mesures globales ? Une telle précipitation s'explique souvent par l'envie d'afficher très vite ses propres convictions. Cette attitude est dangereuse et, personnellement, je ne la considère pas comme scientifique. Elle s'apparente davantage à une discussion de comptoir où chacun avance une explication péremptoire pour rapprocher quelques observations. Bien sûr, cela permet de refaire le monde mais le scientifique ambitionne davantage : il désire l'expliquer...

Soulignons qu'un même jeu de mesures peut justifier deux modèles distincts. Il faut donc systématiquement s'interroger pour savoir si d'autres modèles sont compatibles avec les observations déjà rapprochées, puis imaginer des situations expérimentales dans lesquelles les prévisions de ces modèles diffèrent. Reste alors à mener ces nouvelles investigations pour conclure.

## **5 - Avant de reformuler la mécanique quantique, vérifiez donc les fusibles...**

Pour épauler ses sens le scientifique s'est peu à peu doté d'instruments qui lui permettent de percevoir ce qui est trop petit, trop rapide, trop lointain. Il n'observe plus que par procuration. Ces prothèses indispensables sont susceptibles de déformer la réalité et, comme le porteur de lunettes en haut d'un escalier, l'expérimentateur doit savoir apprécier ces effets pour ne pas tomber de haut !

Si une grande précision n'est pas toujours requise, l'expérimentateur ne peut en aucun cas se dispenser de son évaluation. Il ne peut pas davantage s'en remettre à celle réalisée par le concepteur ou l'utilisateur habituel du banc de mesure, car la précision d'un dispositif expérimental dépend aussi de l'expérience de son utilisateur ! C'est pourquoi la reproductibilité d'un résultat devrait toujours être évaluée par plusieurs candidats.

Certains chercheurs exploitent des dispositifs "prêts à mesurer" dans le but d'obtenir des



résultats rapidement, d'autres au contraire investissent beaucoup de réflexion pour concevoir un capteur ou un appareil au-dessus de tout soupçon. Il est fréquent que les uns et les autres omettent toute évaluation objective de l'appareillage. Il n'est donc pas inutile de souligner que, à reporter sans cesse l'évaluation ou l'étalonnage nécessaire, on ne bâtit que des châteaux de cartes. La juxtaposition de conclusions incertaines, même convergentes, n'a jamais valeur de preuve, elle demeure une présomption.

Quelquefois, la lecture attentive des spécifications des appareils permet de conclure rapidement mais il est souvent plus crédible de procéder à un étalonnage de l'expérience tout entière, en recréant des conditions aussi proches que possible de celles de la mesure. La reproductibilité d'un résultat obtenu après remplacement de l'échantillon et renouvellement de la procédure d'étalonnage, constitue également une indication utile concernant sa fiabilité.

Reste à apprécier si la précision obtenue est suffisante par rapport à l'objectif visé. Dans la négative, il faut soit imaginer d'autres expériences qui conduiraient à la conclusion recherchée, soit améliorer l'appareillage.

## **6 - Vie privée des systèmes physiques.**

Enfin, le meilleur matériel, associé à la méthode la plus astucieuse ne permet pas d'outrepasser certaines limites inhérentes au phénomène lui-même. Mesurer des impédances supérieures à celle d'une capacité de 1 pF ou inférieures à celle d'une inductance de 3 nH relève actuellement davantage de la croyance que de la mesure : je n'aimerais pas étayer une théorie par de telles preuves.

Le physicien a admis, depuis quelque temps déjà, que l'objet de ses attentions dispose d'une vie privée qui lui interdit de tout observer, de tout décrire. Une part du mystère lui est à jamais inaccessible, la nature est pudique ! Il discerne maintenant plus précisément les limites de son entreprise. Ainsi, les grandeurs thermodynamiques comme la température et la pression perdent leur sens à l'échelle atomique et on sait comment la mécanique quantique limite les prétentions de l'expérimentateur.

Ces limitations fondamentales se rencontrent aussi en électronique. Sans revenir sur la limite bien connue de la résolution temps-fréquence, il n'est pas rare, lorsqu'on mesure de petites variations d'un courant continu, d'être limité par le bruit dû à la nature corpusculaire de la charge. Récemment, nous avons compris que le temps mis par la lumière pour parcourir la circonférence d'un transformateur torique d'intensité bornait la fréquence de coupure supérieure de ce capteur. Face à de telles limitations, le physicien s'incline respectueusement. Il sait qu'il doit remettre en question l'essence même de ce qu'il cherche : sa définition, sa représentativité.

Ainsi, puisque les impédances des deux éléments parasites cités au début de ce paragraphe se rejoignent vers quelques GHz il faut s'attendre à ce que les mesures d'impédances ne soient plus très significatives au-delà de ces fréquences. Peut-être faut-il y voir la limite au-delà de laquelle l'échange de travail avec un système électrique est mieux représenté par des champs que par des courants et des tensions ? La caractérisation haute fréquence exige déjà la localisation précise des bornes du composant (caractérise-t-on la puce seule ou avec son boîtier ?). Dans un avenir proche il faudra probablement définir la surface qui le limite pour savoir si une énergie est interne ou non et tenir compte des couplages par rayonnement au travers de cette surface. On rejoindra ici les préoccupations de la compatibilité électromagnétique rapprochée...

## **II - CHUT... PHYSICIEN À L'AFFÛT.**

### **1 - Où vais-je, où cours-je ?**

Contourner l'obstacle pour atteindre l'objectif est souvent une marque d'habileté et le meilleur moyen de résoudre un problème consiste souvent à changer l'angle d'attaque. Si le but d'une mesure problématique est clairement identifié, il faut se demander s'il n'est pas possible de l'atteindre d'une autre manière, en réalisant un ou plusieurs autres essais plus simples. Même s'il n'écarte pas toutes les difficultés, ce réflexe s'avère salutaire et économique dans de nombreux cas.

L'étude de dispositifs industriels conduit fréquemment à s'intéresser à des défauts ou des phénomènes assez discrets, l'essentiel du fonctionnement étant déjà compris. Dès que les observations suggèrent une cause pour le phénomène étudié, il peut s'avérer utile de réaliser un prototype caricatural dans lequel le défaut est délibérément aggravé. Cela permet de s'assurer que l'origine présumée est la bonne et, par là même, facilite l'étude quantitative. La comparaison de prototypes très semblables, qui ne diffèrent que sur un paramètre, peut également être très instructive.

Enfin, l'étude de dispositifs très grands ou très petits conduit souvent à des essais très difficiles. Il faut alors penser à réaliser une maquette d'étude à une échelle plus accessible. Certes, extrapoler les observations réalisées sur celle-ci jusqu'à l'échelle du dispositif réel n'est pas une évidence, même dans le cas où le dispositif n'inclut que des milieux au comportement linéaire. Cependant, la possibilité d'extraire aisément des informations qualitatives peut compléter utilement les mesures difficiles réalisées en petit nombre.

### **2 - Paré à l'appareillage ?**

Seul un petit nombre de règles générales préside à la réalisation d'un bon appareillage. Tout d'abord, l'objectif visé doit être décrit aussi clairement que possible. Les grandeurs recherchées, leurs valeurs extrêmes, la précision visée, leurs vitesses de variations ainsi que les contraintes imposées par l'environnement, sont des données indispensables à consigner. Il faut également s'assurer qu'aucune limitation fondamentale ne va s'interposer sur le chemin de l'objectif fixé.

Ensuite, comme dans bien d'autres domaines, mieux vaut prévenir que guérir : éviter d'introduire l'erreur est la priorité de l'expérimentateur. Cela conduit à choisir, si possible, un matériel performant plutôt que de tabler, dès le départ, sur la mise en œuvre de réglages ou d'étalonnages. Contrairement aux apparences, ce choix n'est pas celui de la facilité, car un matériel performant est souvent un matériel spécialisé : il faut savoir exactement pour quelles performances on est prêt à payer ! En outre, plus le matériel est performant, plus il requiert des attentions. Un câblage négligé peut souvent réduire à néant l'avantage d'un matériel chèrement payé.

Même après un choix judicieux du matériel, la réduction des erreurs résiduelles demeure parfois nécessaire. Elle est accessible via des étalonnages divers et variés : localisation du zéro, soustraction de bruits répétitifs... En vue de cette étape finale, la stabilité temporelle du matériel apparaît comme un critère de choix important, de même que la facilité d'extraction des données en vu d'un traitement différé. Le principe de la double pesée reste l'un des principes les plus féconds de l'expérimentation, mais il suppose l'invariance temporelle de la balance ! La constance d'un appareil étant, en général, liée à sa précision initiale, nous pouvons dire par expérience que de tels étalonnages permettent souvent d'accéder à une précision dix fois meilleure que la précision initiale de l'appareil, jamais à une précision cent fois meilleure.

Certaines mesures délicates tiennent un peu du défi sportif, ce qui rend indispensable la parfaite connaissance de l'adversaire. De ce point de vue, le Traitement du Signal est exemplaire : le bruit à rejeter est étudié aussi attentivement que le signal à observer. Il faut en effet déterminer ce qui distingue l'un de l'autre avant de mettre en œuvre les techniques de tri appropriées dont l'efficacité n'est plus à démontrer. De la même façon, l'expérimentateur doit apprendre à reconnaître les distorsions engendrées par son appareillage afin de discerner le phénomène recherché au sein de

l'observation globale. Cet apprentissage passe par une phase d'identification des causes d'erreurs et peut nécessiter l'élaboration de modèles, des développements théoriques, des vérifications expérimentales spécifiques... Bref, ce travail réunit tous les aspects d'une recherche scientifique et il doit être abordé comme tel. Pour espérer quelques succès, il faut accepter d'y consacrer les moyens et le temps appropriés.

Comme pour tout autre sujet il convient, avant d'initier une telle recherche, d'évaluer l'intérêt et la faisabilité de l'entreprise. Il faut soupeser l'importance du résultat à établir et estimer si l'amélioration de la technique expérimentale peut ouvrir un nouveau champ d'investigation, ces deux éléments n'étant pas mutuellement exclusifs. Si seul compte l'établissement d'un résultat, il est primordial de s'assurer, conformément à ce qui a été dit plus haut, qu'aucune méthode plus simple ne permet d'y parvenir. Si la maîtrise expérimentale est en jeu, il faut rechercher le matériel de mesure le plus proche du besoin, s'assurer qu'on pourra en disposer, enfin et surtout, savoir qui fera le travail.

Pour le physicien, la recherche métrologique et la programmation, présentent un risque réel : ces études nécessitent un investissement important et soutenu, tant intellectuel que financier, si bien de que, progressivement, le sujet assigné à ces études s'estompe dans l'esprit de celui qui les mène, pour être supplanté par d'autres, propres à ces disciplines. Il faut alors des discussions ouvertes, approfondies et fréquentes pour déterminer dans quelle mesure une telle déviation est acceptable. S'il n'est jamais inutile de redéfinir le cap, la possibilité de valoriser le travail réalisé, par des publications dans des domaines connexes, doit être regardée comme un élément apte à encourager ce genre d'entreprise.

### **III - SIX CENTS MILLIONS D'ÉLÉMENTS FINIS ET MOI ET MOI ET MOI...**

#### **1 - L'ingéniosité en péril.**

Les demandes des ingénieurs vis-à-vis des logiciels de simulation s'accroissent de jour en jour. La tendance actuelle est d'éviter la construction de prototypes en s'appuyant sur une étude logicielle. Bien entendu, pour éviter cette première phase expérimentale, le logiciel doit donner des résultats fiables et précis. Qui plus est, puisque l'utilisation prend place avant l'expérimentation, négliger quoi que ce soit est considéré comme hasardeux. Bref, il faut résoudre les équations les plus générales, si possible automatiser la phase d'introduction des données (bibliothèques) et présenter les résultats de façon simple...

L'objectif prioritaire d'un ingénieur étant de réaliser un dispositif, l'outil défini ci-dessus semble idéal. A long terme en revanche, un tel outil présente un réel danger pour sa créativité. Cet ingénieur se rend-t-il compte que la façon de travailler dont il rêve est à l'opposé de la démarche scientifique ?

Certes, l'objectif de l'ingénieur est différent de celui du physicien mais, s'il se laisse aller à la facilité, s'il évite toutes les phases d'approximation, il perdra son aptitude à classer les phénomènes par ordre d'importance et, du même coup, sa capacité d'extrapolation. Ne pouvant plus travailler par analogie, il sera un éternel débutant et, faute d'avoir dégagé les concepts et choisi les mots pour en parler, il lui sera impossible de communiquer son expérience. Bien entendu, aucun logiciel n'oblige à travailler bêtement et la situation est décrite ici de façon caricaturale. Cependant, la tentation sera grande, une fois le résultat numérique obtenu, de remettre à plus tard la réflexion synthétique.

Soyons clair, je ne suis pas opposé à l'évolution évoquée ci-dessus et je pense même, très sincèrement, que ce défi lancé aux chercheurs constitue une formidable motivation : maintenant que la barrière mathématique est levée, profitons-en pour tester sans retenue nos hypothèses physiques. Il reste à l'enseignant que je suis, tout d'abord à signaler ce danger et ensuite à montrer comment utiliser ces outils à bon escient.

#### **2 - Simulation et analyse : le couplé gagnant.**

Au cours de mes précédents travaux, j'ai souvent essayé d'aborder un même phénomène par trois voies distinctes : la mesure, l'analyse et la simulation. Se passer d'un support expérimental ne sied pas au teint d'un physicien, et j'apprécie la complémentarité de la simulation et de l'approche analytique.

A la fin d'une étude, les résultats des simulations sont, en général, les plus proches des résultats expérimentaux. En revanche, seules des relations analytiques simples permettent d'apprécier, d'un coup d'œil, l'influence des divers paramètres impliqués. En outre, c'est souvent l'inversion de ces relations qui permet, en partant des mesures, de déduire un ou plusieurs paramètres. Enfin, l'établissement de relations simples suppose toujours l'adoption et la justification d'approximations, ce qui est le gage d'une compréhension plus synthétique des phénomènes.

Il ne faudrait pas déduire de ce qui précède que la simulation apporte seulement un peu plus de précision que les résultats analytiques. Récemment, lors de l'étude d'un montage électronique complexe, la simulation m'a permis de savoir rapidement ce que je pouvais espérer de l'annulation des capacités parasites d'un transformateur : l'expérience était inconcevable et le calcul analytique très lourd. D'autre part, la possibilité de ne prendre en compte qu'une partie des phénomènes impliqués, jointe à celle de modifier les paramètres introduits, m'a également aidé à trouver les paramètres pertinents en vue d'une étude analytique. Le danger évoqué plus haut n'est donc que potentiel : loin d'interdire l'usage des approximations, la simulation peut le faciliter.

### 3 - A mes souhaits.

Pour finir je voudrais exprimer deux souhaits concernant les logiciels de simulation : qu'ils résolvent les problèmes académiques et qu'ils fournissent les résultats mesurables.

Parlons pour commencer des logiciels de simulation électronique. Nombre de ces logiciels dressent des garde-fous qui interdisent l'introduction de données jugées non-réalistes telles qu'une capacité négative, une maille purement inductive, une isolation galvanique entre deux parties d'un circuit... Ceci est peut être utile pour les industriels, il faudrait s'en assurer, mais c'est un frein insupportable pour le chercheur qui se trouve dans l'impossibilité d'expérimenter des idées originales. Même des problèmes facilement résolus à la main sont rejetés et, paradoxalement, il faut les compliquer pour que le logiciel accepte de les résoudre !

S'il est judicieux d'interdire l'introduction de problèmes mathématiquement insolubles, il suffit d'alerter l'utilisateur lorsque des données introduites semblent inhabituelles. En outre, je souhaite que tout problème simple, dont la résolution manuelle peut être exigée d'un étudiant, soit accepté et résolu par le logiciel, sans obligation de le compliquer à l'introduction. Cela suppose en particulier l'acceptation des problèmes partiellement solubles. L'isolation galvanique de deux parties d'un circuit mène à l'indétermination des tensions entre les deux parties, pas à celle des autres variables. L'impédance d'un circuit résonant non-amorti ne présente qu'un point indéterminé... Outre son potentiel pédagogique évident, un logiciel ainsi conçu permettrait au chercheur de tester des approximations, exercice qui consiste, par principe, à scinder un problème initial en plusieurs problèmes canoniques.

Les logiciels de simulation électromagnétique ne sont pas loin de prendre en compte l'ensemble complet des équations de Maxwell en trois dimensions, au moins en régime harmonique et avec des milieux linéaires : que demander de plus ? Pour ma part, conformément aux idées exposées au sujet de la simulation électronique, j'aimerais qu'ils permettent l'étude de tous les cas canoniques : milieu semi-infini, système ayant une ou deux dimensions infinies, symétries simples, charges ponctuelles, charges ou courants linéiques et surfaciques pas forcément uniformes. Peut-être même, faudra-t-il envisager bientôt de décrire un champ par association de champs élémentaires : dipolaire, quadripolaire, ondes planes, cylindriques, sphériques. Ce langage est celui de la physique et il est souhaitable que les logiciels le comprennent.

La simulation informatique est née du besoin d'outrepasser les limites du calcul analytique pour résoudre des problèmes pratiques et les concepteurs, poussés par les industriels, se sont appliqués à traiter des problèmes de plus en plus compliqués. Je pense que le temps est venu de s'intéresser de nouveau à des problèmes plus académiques. Ceux-ci présentent des difficultés différentes, notamment ergonomiques, et la nécessaire synthèse des notions académiques utiles sera probablement très profitable. Encore une fois, trouver une description simple fait partie de la mission du physicien ; c'est pourquoi il souhaite s'appuyer sur des problèmes restreints qui admettent une solution analytique, c'est-à-dire sur des problèmes académiques. Finalement, c'est lorsqu'elle facilite ce travail de décomposition que la simulation justifie son nom de modélisation.

A propos du second point évoqué, c'est-à-dire la fourniture des résultats mesurables, j'ai soigneusement évité d'appeler cette tâche "simulation de mesure" car, bien entendu, il ne s'agit pas de remplacer la mesure mais de faciliter la comparaison avec la mesure véritable. Dans cet esprit, il serait utile que les concepteurs recensent les différents types de mesures susceptibles d'être effectuées sur les dispositifs simulés et qu'ils proposent des commandes simples pour présenter ces résultats sous une forme comparable à celle proposée par les appareils de mesures. A titre d'exemple, il serait souhaitable que l'étude d'un transformateur se conclue par le tracé des diagrammes de Bode de ses impédances ou par celui du rendement énergétique en fonction de la fréquence. Dernier détail, la sortie de tout résultat numérique (courbe en particulier), sous un format couramment assimilable par un logiciel mathématique, est également appréciée.

## IV - DU TEMPS POUR APPRIVOISER LES ETOILES FILANTES.

### 1 - Plaidoyer pour la flânerie.

Bien que l'exposé précédent soit tempéré par le rapport de quelques hésitations, sa lecture peut donner à penser que l'application docile d'une méthode plus ou moins cartésienne suffit, à elle seule, à engendrer des progrès scientifiques et que l'expérience (l'âge ?) ne conduit qu'à des certitudes. Si je me réfère au seul exemple que je connaisse, le mien, il n'en est rien et je tiens, pour conclure, à préciser ce point.

A mon commandement : créez ! Bien que le ridicule de cette injonction n'échappe à personne, il n'est pas certain que toutes les personnes impliquées dans un travail de création en tirent les conséquences. Que l'on considère l'ingénieur ou l'enseignant-chercheur, sa fonction remplit son agenda de façon très dense et, dans les heures non dirigées qui lui restent, le contexte actuel le pousse à se montrer "productif". Il se fixe un objectif, ne s'en laisse détourner sous aucun prétexte personnel et, au bout de la journée, il se sent coupable s'il s'est laissé aller à quelques "flâneries". Se rend-il compte alors qu'il applique à son esprit l'injonction dictatoriale qui l'a fait sourire plus haut ?

Comme les bons amis, les idées nouvelles me visitent souvent à l'improviste : pendant l'exposé d'un collègue, pendant le sommeil et même pendant les vacances. Elles sont éphémères : si je les néglige quelques instants, si je ne les retiens pas d'une manière ou d'une autre, elles s'évanouissent, définitivement. C'est pourquoi je dois, à tout moment, être prêt à saisir l'étoile filante qui illumine mon ciel. Selon les jours, c'est une pièce ajoutée à mon puzzle incomplet, ou une image qui surgit de l'assemblage de plusieurs pièces.

En dépit du caractère fortuit de ces révélations, il serait erroné de penser qu'aucune attitude active ne peut favoriser leur venue. Certes, l'instant de leur manifestation est aléatoire, mais leur contenu se rapporte toujours à un sujet familier, déjà longuement côtoyé, apprivoisé au cours de flâneries, de ces flâneries qui donnent mauvaise conscience au jeune cadre dynamique et qui irritent son patron. Certains verront là une insinuation inquiétante : les flâneries seraient-elles productives ? Leurs craintes sont fondées, car cette question est probablement la seule à laquelle j'ai apporté, depuis longtemps, une réponse définitive et... positive.

C'est vrai, les idées fécondes ne viennent ni instantanément, ni spontanément et elles ne poussent que sur un terrain préparé par des réflexions antérieures, abouties ou non. Il est vrai également que, sur un terrain longuement préparé, la floraison est plus rapide et plus dense. Il n'en reste pas moins que pour cueillir quelques fleurs en dehors des sentiers battus, il ne faut pas désherber sous prétexte de nettoyer les accotements.

Voilà pourquoi certains jours je m'adonne à la "Recherche Buissonnière". Ces jours là, mon agenda n'a plus qu'une voix consultative ! Lorsque je m'installe devant ma feuille de papier sous un prétexte quelconque, je sais déjà que dans quelques minutes je serai peut-être à cent lieues du sujet initial, car, c'est décidé, je n'opposerai aucune résistance à un détournement : il n'y aura ni hors sujet, ni interdiction de marcher sur les pelouses. Durant ces moments, c'est mon intuition qui me guide et quelquefois me ballote. Docilement j'écoute, je note, je ne suis plus que l'outil de son expression. Quelques heures plus tard, la feuille est couverte de pistes dont j'ignore la destination. Peu importe, la recherche est une exploration, pas un voyage organisé et je sais déjà que, dans quelques jours ou dans quelques mois, une idée nouvelle germera sur ce terreau. Je ne passe pas mon temps sous un pommier, mais, oserai-je le dire ? Je flâne et j'en suis fier !

De temps à autre, je reprends ces notes pour les ordonner : je rassemble les idées relatives à un sujet commun, j'élimine les doublons, j'établis un lien entre deux idées distinctes et, parfois, je parviens à un ensemble cohérent qui deviendra un élément de cours ou de publication. Les morceaux assemblés peuvent présenter des patines différentes : je fais quelquefois appel à des papiers vieux de plus de dix ans mais, que les écologistes se rassurent, il n'y a pas encore de trou dans ma couche de terreau, j'ai quelques flâneries d'avance ! Même lorsqu'un papier jauni part à la poubelle sans qu'apparemment son contenu ait été exploité, qui peut affirmer qu'il a été inutile ? Peut-être a-t-il engendré une nouvelle étoile plus brillante encore...

Qu'en déduire en pratique ? J'aime mon travail d'enseignant, tant sous sa forme traditionnelle où j'investis beaucoup pour innover, que sous la forme de l'encadrement doctoral qui me procure l'occasion d'accompagner quelques étudiants jusqu'à ce qu'ils atteignent le maximum de leurs possibilités. Le partage des hésitations et des réussites durant trois années de doctorat forge des souvenirs très persistants. Un tel engagement demande du temps, et j'estime qu'avec les charges et les responsabilités normales que j'assume actuellement, je ne peux pas encadrer plus de trois thèses à la fois d'une manière qui me satisfasse.

L'élaboration de la connaissance nécessite rigueur et imagination et le scientifique doit sans cesse rechercher son équilibre entre ces deux pôles. Si la rigueur est le résultat d'une méthode appliquée avec discipline, l'imagination n'éclôt qu'en liberté. Cette liberté est particulièrement difficile à conquérir, car c'est en soi-même qu'il faut la chercher. Le scientifique doit savoir prendre des libertés. Se sentir libre vis-à-vis des héritages, des certitudes, des habitudes, des modes et des obligations de toutes sortes, est probablement une illusion, sûrement un privilège. Peut être, un jour, dirai-je comme Aragon : " je me croyais libre sur un fil d'acier quand tout équilibre vient du balancier " mais j'ajouterai certainement : " tout de même, c'était bon de se sentir libre ! ".

## **2 - Une vertu oubliée : la persévérance.**

Contrairement à ce que voudrait faire croire une image trop répandue, une avancée scientifique découle rarement d'une seule idée géniale. En général, elle résulte de l'association de plusieurs idées successives et passe par de nombreuses phases de synthèse et de rédaction plus ou moins laborieuses. Entre comprendre et savoir expliquer, le chemin est parfois long ! Certains articles inclus dans ce mémoire ont été achevés cinq ou six ans après que l'idée directrice ait été énoncée.

A notre époque d'instabilité, la ténacité est une vertu qui semble un peu désuète. On lui préfère la rapidité, plus facile à évaluer. Comme enseignant, j'ai souvent le sentiment qu'on sélectionne sur cent mètres, un coureur qui va s'engager pour un marathon. Les épreuves ne sont pas conçues pour évaluer la clarté de la synthèse personnelle mais seulement les réflexes et on appelle "surdoué" celui qui est le plus rapidement apte à faire comme tous. Quel conformisme ! Concrètement et de façon plus personnelle, si j'avais abandonné une idée au bout de deux ou trois essais infructueux, une bonne part de mes articles n'aurait pas vu le jour ! J'espère que cet aveu redonnera confiance à ceux qui manquent un peu de rapidité : la persévérance peut combler ce soit-disant handicap, d'autant plus qu'elle n'est pas le monopole des plus vifs...

Ce qui se cache derrière les mêmes équations est différent suivant qu'on les regarde avec des yeux de physicien ou d'ingénieur. Cette différence, qui résulte de la formation, est accentuée par une inclination, naturelle chez moi, à n'adopter aucun résultat sans en approuver la justification. Ayant à l'esprit l'origine des phénomènes et des lois, il m'est plus facile de discerner jusqu'à quel niveau il faut remonter pour remettre les choses en ordre : c'est une liberté supplémentaire que je m'octroie vis-à-vis des lois établies. Certes, ce goût pour les labourages profonds ne pousse pas à ratisser large et vite mais, avec le temps, il est possible de multiplier les sillons pour couvrir un champ.

Ce mode de travail n'implique pas une production inférieure : plusieurs sujets peuvent mûrir ensemble. Il est clair cependant, qu'il s'accommode mal de changements fréquents d'orientation. Ceci explique pourquoi j'ai volontairement prolongé mes expériences professionnelles (coopération, responsabilités d'enseignement) au moins quatre années.

## **V - CONCLUSION**

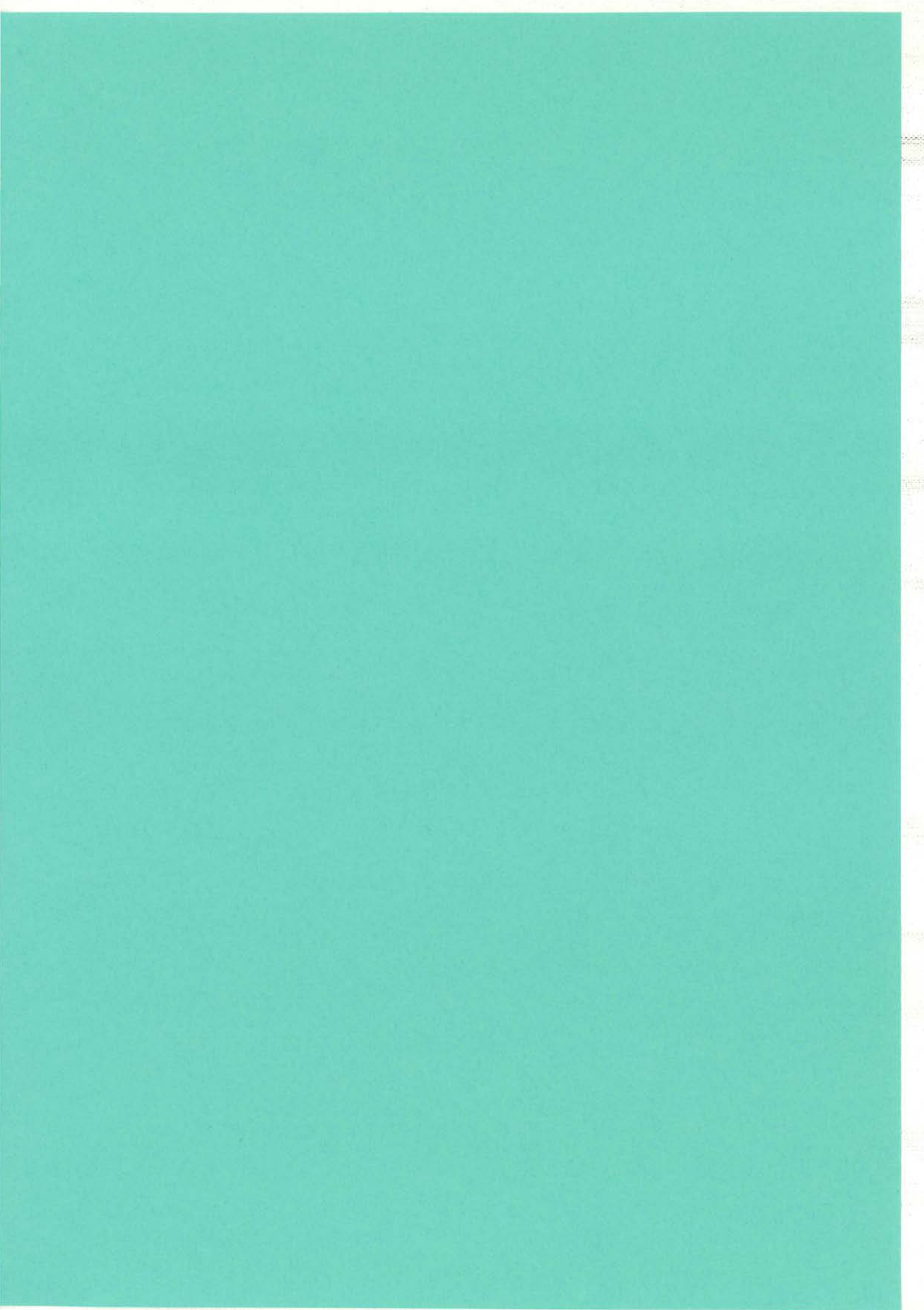
Ce chapitre rassemble probablement pas mal d'évidences pour un physicien en exercice. Pour ceux qui l'ont été, j'espère que la piqure de rappel n'aura pas été trop douloureuse. En fait j'ai écrit ces lignes parce que je suis entouré de chercheurs de culture différente. Certains me connaissent et ne trouveront là que la confirmation, un peu détaillée, de ce qu'ils ont pu déjà observer. Il m'a semblé que ce mode d'approche méritait d'être plus largement connu, car d'autres que moi en ont prouvé l'efficacité.

Qu'on ne se méprenne pas, cette partie n'a pas la prétention d'être une leçon : elle demeure une présentation. Si le lecteur trouve quelques idées à son goût, qu'il se serve : c'est gratuit ! Que ceux qui sont tombés dans la marmite de la méfiance dans leur jeunesse se rassurent : j'apprécie la différence des cultures réunies dans ce laboratoire et je n'en donnerai qu'une preuve, c'est que de plus en plus souvent je m'associe avec un collègue de sensibilité différente pour mener à bien un travail.

Au moment où l'on vante les vertus de la mobilité sans les avoir objectivement évaluées, évitons de systématiser. Si nombre de boissons jeunes nécessitent une agitation énergique pour exprimer leur saveur, certains breuvages plus anciens ne délivrent leurs arômes, leurs parfums, que s'ils sont manipulés avec le plus grand ménagement...









## CONCLUSION GÉNÉRALE

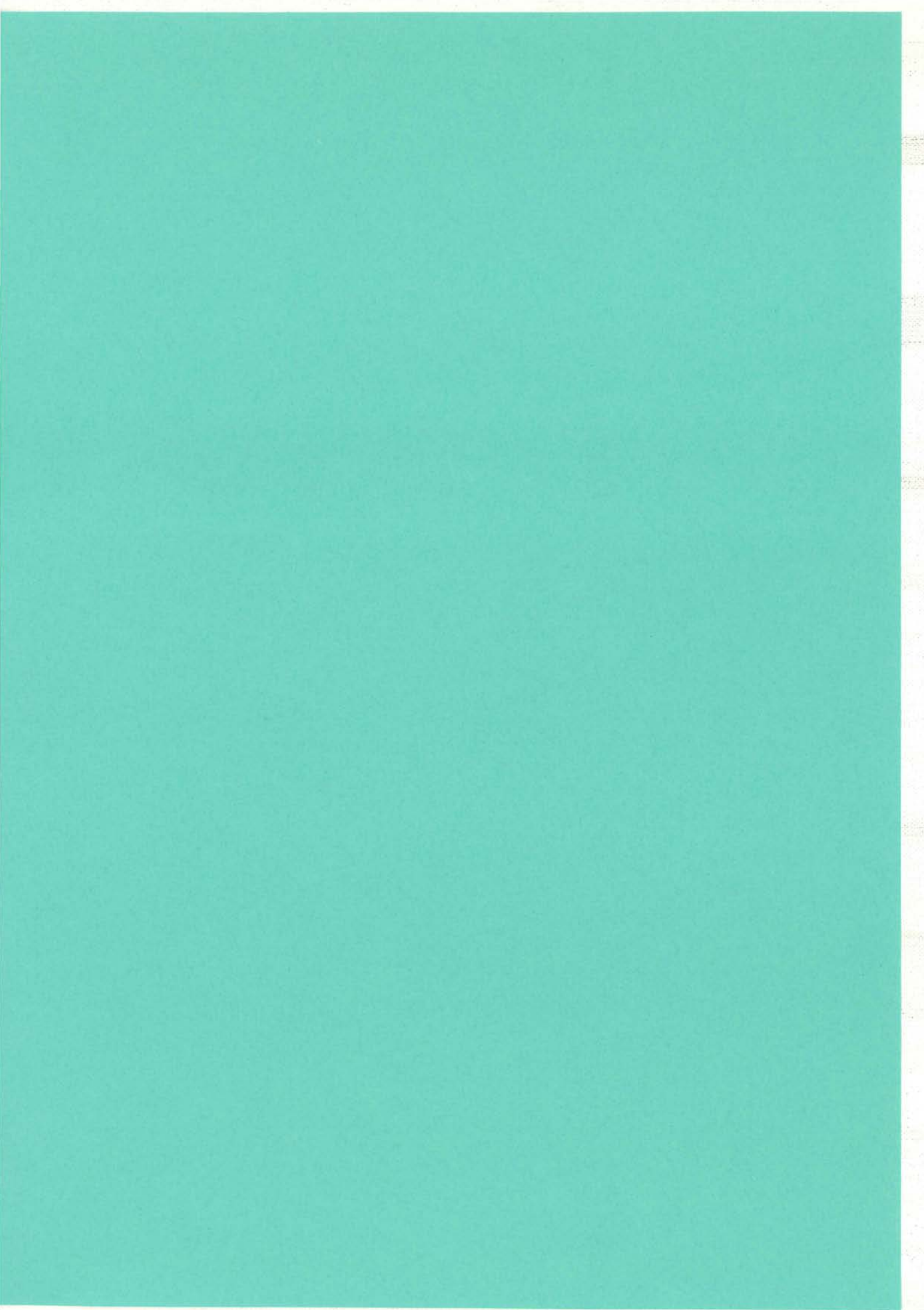
À la lecture de ce mémoire on a pu découvrir un échantillonnage de résultats acquis, de travaux en cours et même de questions seulement énoncées. J'ai également invité le lecteur à parcourir mon jardin de physicien qui est, comme tous les jardins, un lieu intime semblable à tous les autres, c'est-à-dire sans pareil. Au terme de la lecture, j'espère que le lecteur aura trouvé quelques éléments de réponse à la question, ô combien existentielle : "Dis Papa, c'est quoi la direction de recherche ?".

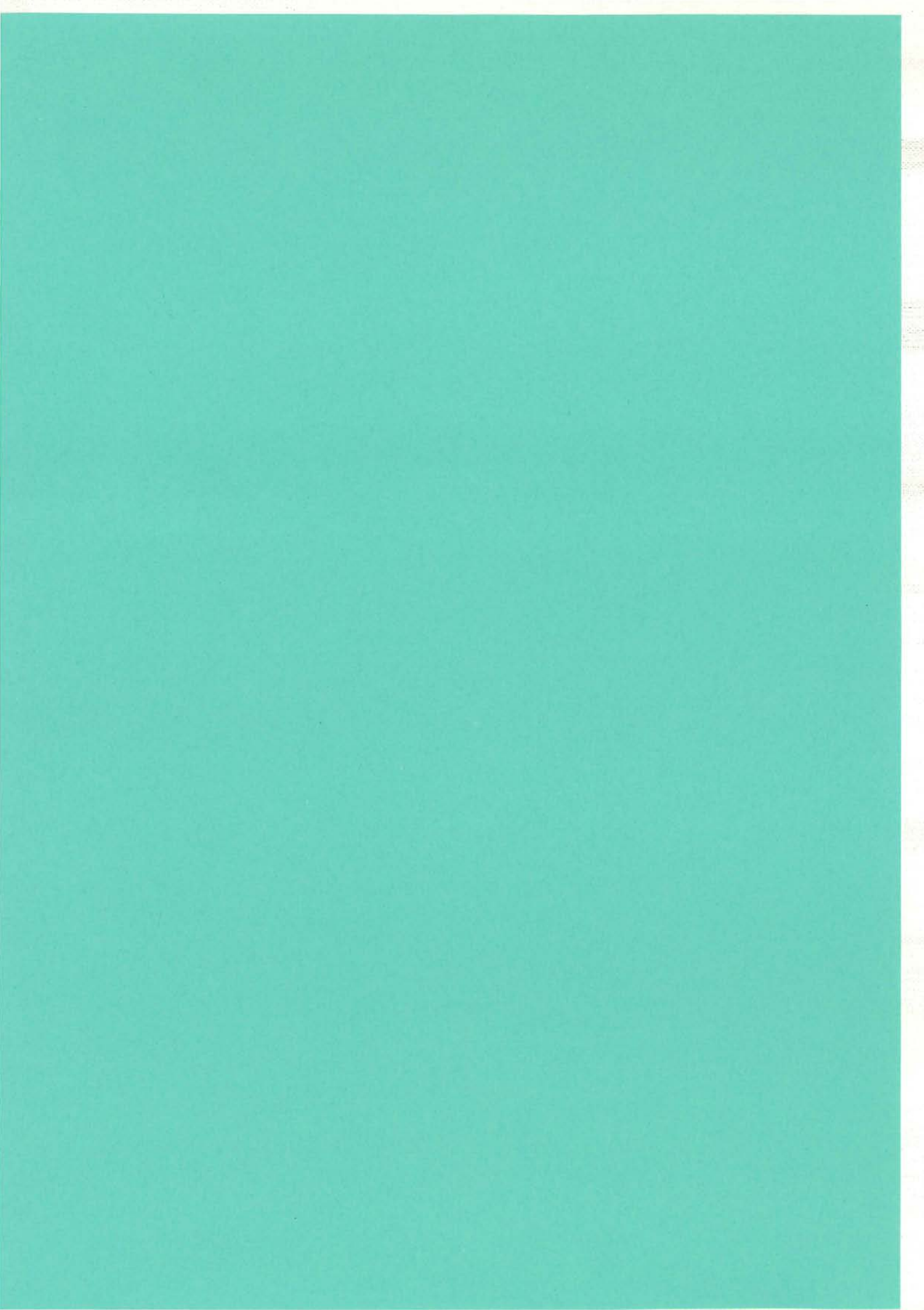
A titre de démonstration, et en dépit d'une connaissance bien assimilée de l'"Effet Visiteur", j'ai tenté de diriger, durant quelques instants, les recherches d'un Jury d'Habilitation en évoquant subrepticement le "procyon lotor" dans la conclusion du Chapitre II. Pour tranquilliser les plus perspicaces, je confirme qu'il s'agit bien d'un petit animal sympathique qui se rencontre communément dans nos contrées à la fin des inventaires, et qui est plus connu sous le nom de raton-laveur.

Toutefois, le lecteur distrait gardant toute mon estime et ma considération, je lui suggère, si la question candide le déconcerte encore, de répondre avec assurance : "C'est un tiers d'observation, un tiers de rigueur, un tiers de liberté et un gros tiers de bonne humeur. Même Pagnol savait ça !".

Jean Pierre KERADEC, Juin 1996.









**ANNEXE 1 :**

**ENCADREMENTS D'ÉTUDIANTS EN 3<sup>ème</sup> CYCLE**

**De Janvier 1985 à Juin 1996 :**

- 4 thèses ont été soutenues,
- 1 thèse sera soutenue en Janvier 1997,
- 2 autres thèses sont en cours,
- 5 D.E.A. ont été soutenus,
- 1 stage post-doctoral est achevé,





## 1 - THÈSES DE DOCTORAT DE L'I.N.P.G. SOUTENUES.

### 1 - E. LAVEUVE

(J. PERARD, J. P. KERADEC)

"Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence".  
12 Septembre 1991, T. H. et félicitations du jury.

**Collaboration, financement :**

Stes MERLIN GERIN et AMOS, bourse de la région Rhone-Alpes.

**Jury :**

M. J. C. SABONNADIÈRE, président,  
MM. P. FERRARIS (Turin) et J. C. SABONNADIÈRE, rapporteurs,  
MM. J. P. KERADEC, F. LAPPAS (Ste AMOS) et J. PERARD, examinateurs.

**Résumé :**

Le travail présenté concerne les composants bobinés utilisés dans les convertisseurs statiques de quelques centaines de W fonctionnant au-delà de 100 kHz. Il a pour but la compréhension des phénomènes physiques qui perturbent le comportement électrique haute fréquence de ces composants. L'accent est mis sur les courants induits dans les conducteurs et les couplages capacitifs.

L'approche expérimentale met en évidence, individuellement, les phénomènes physiques qui font l'objet de développements théoriques. Ces études sont menées analytiquement grâce à des modèles électromagnétiques simples. Elles sont ensuite confrontées quantitativement aux mesures ainsi qu'à des simulations.

De nouveaux schémas équivalents de composants sont proposés et testés: ils permettent de rendre compte du comportement électrique de ces composants jusqu'à plusieurs MHz. Ils amènent une plus grande précision lors de la simulation du fonctionnement d'un convertisseur, ainsi qu'une description plus fine de ces composants lors d'un achat.

La méthode d'élaboration expérimentale de ces schémas est établie et chaque élément est individuellement associé à un phénomène physique. Pour certains prototypes, on sait même prévoir leurs valeurs. Des théories générales développées au cours de ce travail permettent d'envisager l'extension de ces prévisions à des composants variés.

**Publications :**

[7, 11, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 33, D1]

### 2 - G. CAUFFET

(J. P. KERADEC)

"Optimisation d'un banc de mesures électriques pour l'électronique de puissance : analyse, caractérisation, correction et validation".  
3 Juillet 1992, T. H. et félicitations du jury.

**Financement :**

Bourse M.R.T. plus monitorat de l'Enseignement Supérieur.

**Jury :**

M. J. PERARD, président  
MM. F. FOREST (Cachan) et P. MERLE (Montpellier), rapporteurs,  
MM. P. BASTIANI (Ste TEKTRONIX) et J. P. KERADEC, examinateurs.

**Résumé :**

L'amélioration de la fiabilité des convertisseurs haute fréquence passe par la connaissance de la puissance instantanée fournie à chaque interrupteur. Cette grandeur est très difficile à mesurer et le travail présenté vise à obtenir une bonne précision sur sa détermination en utilisant un oscilloscope numérique.

Bien qu'en théorie la grandeur cherchée soit simplement le produit du courant par la tension, aucun appareil actuel ne permet d'atteindre une précision satisfaisante. Au cours de cette étude, de nombreuses causes d'erreur sont identifiées. Pour la plupart d'entre elles, des améliorations faisant appel, soit à des procédures d'étalonnage-correction, soit à des techniques de traitement du signal, sont présentées et testées.

Les erreurs introduites par les convertisseurs analogiques-numériques de l'oscilloscope (quantification, non linéarités) ainsi que par les sondes de tension et de courant sont étudiées avec un soin particulier.

Enfin, l'ensemble de cette étude permet de dégager des méthodes de mesures et des critères de choix d'un oscilloscope numérique pour ce type d'application. Ce travail s'est concrétisé par le développement et la mise au point d'une chaîne de mesure pour l'électronique de puissance.

**Publications :**

[22, 23, 24, 25, 29, D1]

### 3 - B. COGITORE

(J. P. KERADEC)

"Recherche de circuits équivalents pour les composants magnétiques haute fréquence."

11 Juillet 1994, T. H. et félicitations du jury.

**Collaboration, financement :**

M. R. T., Ste MICROSPIRE, bourse CIFRE.

**Jury :**

M. J. C. SABONNADIÈRE, président,

MM. B. TRANNOY (Toulouse) et C. ZARDINI (Bordeaux), rapporteurs,

MM. R. CORNEC (Ste MICROSPIRE), J. P. KERADEC et C. KIENY (EDF-DER) examinateurs.

**Résumé :**

Le travail présenté ici poursuit deux objectifs : l'élaboration de circuits à constantes localisées représentant le comportement électrique des composants magnétiques du continu jusqu'à quelques MHz et la compréhension du fonctionnement interne de ces composants en vue d'en déduire des améliorations technologiques. Initialement, cette étude concernait les transformateurs utilisés dans les convertisseurs statiques de quelques centaines de W fonctionnant à quelques centaines de kHz, mais la généralité des méthodes employées est telle que la validité des résultats dépasse largement ce cadre initial.

Des études macroscopiques sont développées indépendamment du nombre d'enroulements pour les trois aspects physiques fondamentaux: couplage magnétique, couplage électrostatique et pertes. Les résultats sont confirmés expérimentalement. Pour le transformateur à deux enroulements ces études aboutissent à un circuit équivalent caractérisé par une quinzaine de constantes. Une méthode expérimentale, indépendante de la constitution du composant, permet d'évaluer toutes ces constantes. L'extension de cette méthode à un nombre quelconque d'enroulements est envisageable grâce à un logiciel dont le développement est déjà commencé.

En complément, des études microscopiques sont développées pour réduire les capacités parasites et les pertes dans les conducteurs voisins d'un entrefer. Des modifications technologiques, suggérées par des études analytiques et des simulations, ont été testées et les améliorations espérées, observées expérimentalement.

**Publications :**

[21, 27, 30, 34, 35, 37, 41, D2]

### 4 - F. BLACHE

(J. P. KERADEC, G. MEUNIER)

"Modélisation électronique et électromagnétique d'un transformateur haute fréquence à circuit magnétique en fonte."

21 Décembre 1995, T. H. et félicitations du jury.

**Collaboration, financement :**

Ste LABINAL, bourse CIFRE.

**Jury :**

M. C. GLAIZE (Montpellier), président,

MM. C. GLAIZE et G. GRELLET (Lyon), rapporteurs,

MM. J. P. KERADEC, V. MAZAURIC (Ste SCHNEIDER ELECTRIC), G. MEUNIER et A. SINIC (Ste LABINAL), examinateurs.

**Résumé :**

Ce travail commence par une présentation de l'état de l'art en matière de circuit équivalents et de caractérisation expérimentale de composants bobinés. Il précise ensuite les méthodes expérimentales à appliquer à des transformateurs à faible rendement et/ou faible couplage.

Ensuite le circuit équivalent du transformateur étudié est établi expérimentalement, le comportement du circuit électronique exploitant ce composant est simulé à l'aide de PSPICE et les résultats sont confrontés à l'expérience. Le gain en précision résultant de l'emploi d'un modèle adéquat pour chaque composant bobiné est ainsi mis en évidence.

La suite de l'étude s'intéresse au calcul électromagnétique des éléments du circuit équivalent du transformateur. Dans un premier temps l'accent est mis sur les capacités parasites. L'incidence du mode de bobinage sur leur valeurs est élucidée et des règles de construction simples sont édictées.

Enfin, l'étude du circuit magnétique est conduite à l'aide d'un nouveau module de FLUX2D qui introduit la perméabilité complexe. L'intérêt d'un tel traitement est établi mais la connaissance précise des matériaux est requise. Une méthode expérimentale destinée à mesurer, à chaque fréquence, la résistivité et la perméabilité complexe d'un matériau magnétique conducteur est proposée et simulée. Son extension aux matériaux magnétiques isolants (ferrites) est envisagée : elle doit mener à la détermination simultanée de la perméabilité et de la permittivité complexes.

**Publications :**

[34, 35, 37, 42, D4, D5]

## 2 - THÈSES DE DOCTORAT DE L'I.N.P.G. EN COURS.

### 5 - Y. LEMBEYE

(J. P. KERADEC)

"Caractérisation expérimentale des propriétés dynamiques des interrupteurs de puissance rapides".

Commencée le 1<sup>er</sup> Septembre 1992.

**Financement :**

A. M. N., puis poste de professeur agrégé.

**Publications :**

[22, 25, 29, 39, 40, 43, D3]

=====

### 6 - P. FOUASSIER

(J. P. KERADEC)

"Comportement thermique des composants bobinés dans les convertisseurs statiques haute fréquence".

Commencée le 1<sup>er</sup> Novembre 1995.

**Collaboration, financement :**

Ste MICROSPIRE, bourse CIFRE.

**Publications :**

[ ]

=====

### 7 - R. LAOUAMER

(J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC)

"Chargeur de batteries à couplage inductif"

Commencée le 1<sup>er</sup> Octobre 1995.

**Collaboration, financement :**

E. D. F. Direction des Études et Recherches, bourse algérienne de doctorat.

**Publications :**

[.]

### 3 - D. E. A. de GÉNIE ÉLECTRIQUE SOUTENUS

#### 1- M. LARGER

(M. JUTTARD, J. P. KERADEC)

"Etude d'une méthode de dépouillement des courants perturbateurs des circuits de voie".  
Septembre 1988, B.

#### 2- E. BOURGOIN

(J. ROUDET, J. P. KERADEC)

"Implantation et évaluation d'une analyse spectrale dans un banc de mesures".  
Juillet 1989, A. B.

#### 3- B. COGITORE

(E. LAVEUVE, J. P. KERADEC)

"Modélisation semi-automatique des composants passifs linéaires".  
Juin 1990, B.

#### 4- Y. LEMBEYE

(G. CAUFFET, J. P. KERADEC)

"Caractérisation et correction numérique de la réponse fréquentielle des sondes d'oscilloscopes".  
Juin 1991, B.

#### 5- P. FOUASSIER

(B. COGITORE, J. P. KERADEC)

"Automatisation de la recherche de circuits équivalents pour composants passifs linéaires".  
Septembre 1994, T. B.

### 4 - STAGE POST DOCTORAL

#### 1 - B. COGITORE

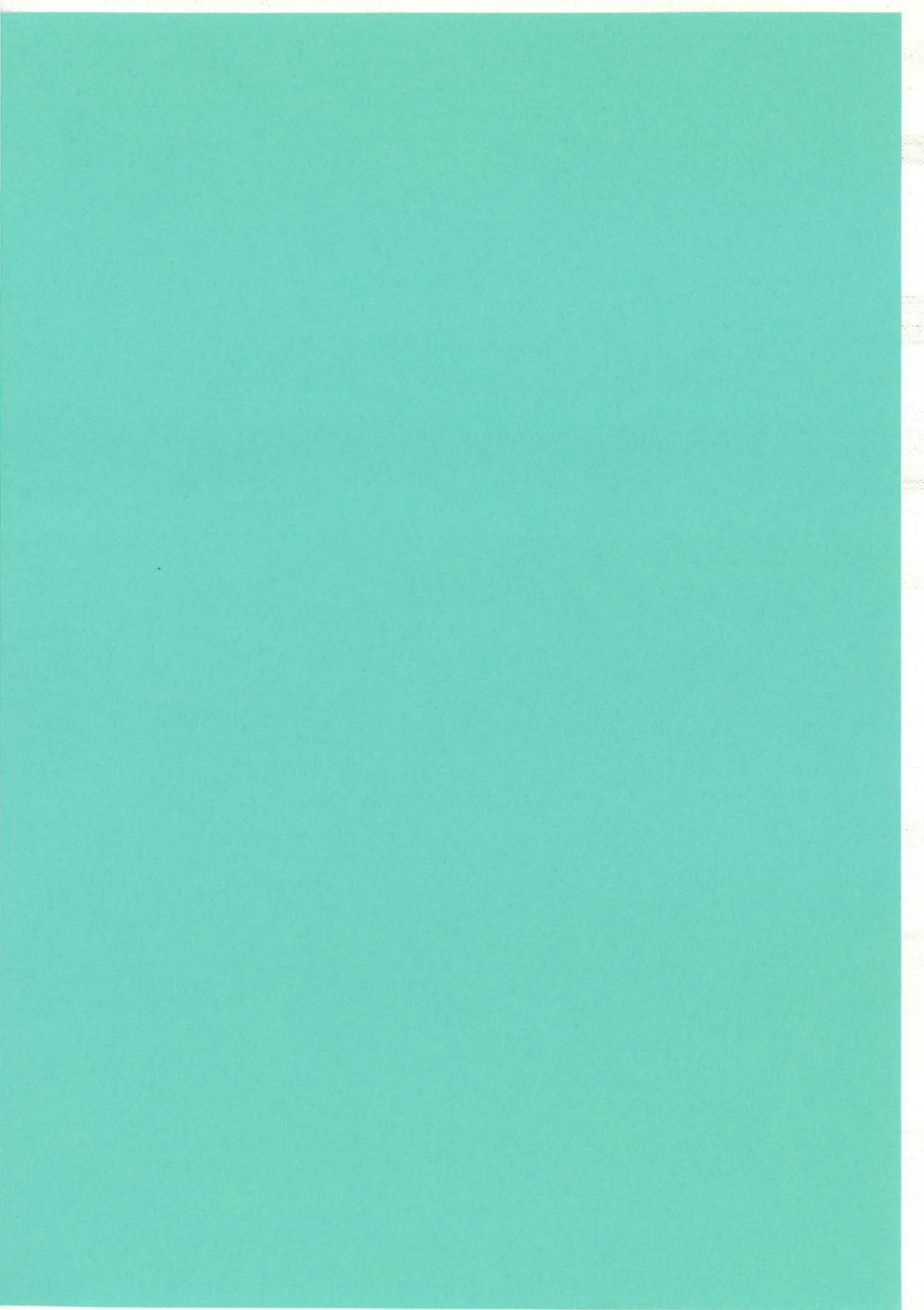
(J. P. KERADEC)

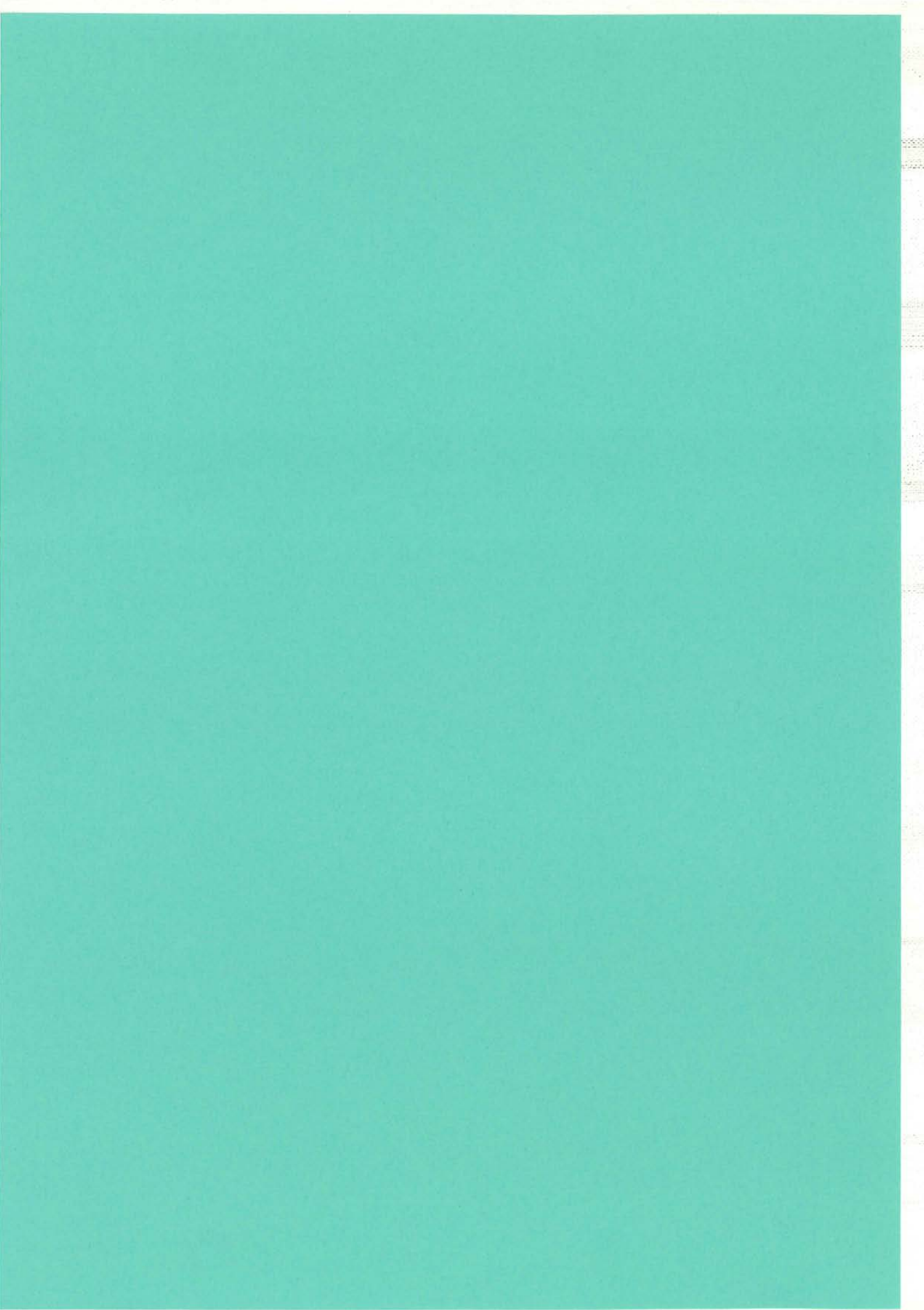
"Réalisation du logiciel "TRANSFERT" d'aide à la recherche de modèles pour composants passifs."  
Septembre 1994 à Décembre 1995.

**Collaboration, financement :**

Ste MICROSPIRE.

=====





## **ANNEXE 2 :**

### **LISTE DES PUBLICATIONS**

**De Janvier 1985 à Juin 1996 :**

- 12 articles ont été publiés dans des revues (dont 7 internationales),**
- 23 articles ont été présentés dans des congrès internationaux,**
- 3 articles ont été présentés dans des conférences nationales.**





## I. LISTE CHRONOLOGIQUE DES PUBLICATIONS

- [ 1] **J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"Modélisation d'un transformateur d'alimentation à découpage. Étude des pertes cuivre en H. F."  
*Rapport de contrat de recherche LEG-OPTION*, 11 Jan. 1985.
- =====
- [ 2] **J. P. LAVIEVILLE, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"Hacheur à accumulation capacitive avec couplage magnétique".  
*Électronique de Puissance*, no. 14, Avril 1986, pp. 43-48.
- =====
- [ 3] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, R. FEUILLET**  
"Le BASIC 4.0 Hewlett Packard".  
*Bureau d'Étude et Automatismes*, no. 34, Mai 1987, pp. 95-99.
- [ 4] **J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC, Y. BAUDON**  
"A serie resonant inverter for induction heating".  
*European Power Electronics*, Grenoble (F), 22-24 Sept. 1987, Proc. vol.1, pp. 263-269.
- L'article ci-dessus a été repris dans une sélection effectuée par la *Revue Générale d'Électricité*,  
no. 2, Février 1988, pp. 54-62.
- Un résumé du même article est paru dans le *Journal Français d'Électrothermie*, no. 28, Déc 1987, p 16.
- [ 5] **J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC, Y. BAUDON**  
"A high frequency serie resonant converter using new Comfet transistors".  
*IEEE Industry Application Society*, Atlanta (Ge, USA), 18-23 Oct. 1987, Proc. part 1, pp. 717-723.
- =====
- [ 6] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Un banc de mesure pour l'étude de la puissance instantanée en électronique de puissance rapide".  
*Revue Générale d'Électricité*, no. 8, Sept. 1989, pp. 35-37.
- Ce travail a été présenté à: *Électronique de Puissance du Futur*, Bordeaux (F),  
1-3 Juin 1988, Proc. pp. 170-173.
- et aux *Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Clamart (F),  
21-22 Avril 1988, C. R. pp. 47-51.
- =====
- [ 7] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"La modélisation des composants magnétiques".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Bordeaux (F),  
25-26 Mai 1989, C. R. pp. 88-95.
- [ 8] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Mesures en électronique de puissance : validation des modèles comportementaux de diodes de puissance".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Bordeaux (F),  
25-26 Mai 1989, C. R. pp. 17-26.
- [ 9] **J. ROUDET, J. P. KERADEC, T. RAFESTHAIN**  
"Comparison of switches losses between forced commutation and resonant converter".  
*European Power Electronics*, Aachen (G), 9-12 Oct. 1989, Proc. vol. 2, pp. 669-676.
- [10] **J. P. KERADEC, R. FEUILLET, J. PERARD**  
"Eddy current losses and high frequency modelling of switching power supply transformer".  
*European Power Electronics*, Aachen (G), 9-12 Oct. 1989, Proc. vol. 2, pp. 963-965.
- =====

- [11] **J. P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. PERARD**  
"Composants bobinés H.F.: quels problèmes ?"  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Lyon (F),  
14-15 Juin 1990, C. R. Tome II, pp. 71-74.
- [12] **J. ROUDET, O. NORMAND, J. P. KERADEC, L. PIERRAT**  
"Improving analysis of frequential performances of power components : a method of measuring instantaneous electrical stresses".  
*IEEE Power Electronics and Variable Speed Drives*, London (G.B.), 16-18 jul. 1990, Proc. pp. 269-274.
- [13] **M. BENSOAM, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"A double switch quasi resonant converter : state plane and high frequency operation measurements".  
*IEEE Industrial Application Society*, Seattle (Wa, USA), 7-12 Oct. 1990, Proc. part II, pp. 1132-1137.
- [14] **M. BENSOAM, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"Etude d'un convertisseur pseudo-résonnant haute fréquence à deux interrupteurs".  
*Électronique de Puissance du Futur*, Toulouse (F), 10-12 Oct. 1990, Proc. pp. 207-213.
- [15] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, F. LAPPAS**  
"Un obstacle à la montée en fréquence : les composants bobinés".  
*Électronique de Puissance du Futur*, Toulouse (F), 10-12 Oct. 1990, Proc. pp. 115-119.
- [16] **J. P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. ROUDET**  
"Multipolar development of vector potential for parallel wires. Application to the study of eddy current effects in transformer windings".  
*IEEE Transactions on Magnetics*, Sept. 1991, vol. 27, no. 5, pp. 4242-4245.
- Présenté à *IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Toronto (CN),  
22-24 Oct. 1990, Proc. pp. (FA 07).

=====

- [17] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, G. MEUNIER**  
"Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer".  
*Electric Machines and Power Systems*, vol. 19, no. 1, Jan. 1991, pp. 55-68.
- [18] **R. FEUILLET, J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"Buck converter modelling for harmonic interaction study".  
*European Power Electronics*, Florence (I), 12-13 Sept. 1991, Proc. vol. IV, pp. 505-508.
- [19] **E. LAVEUVE, M. BENSOAM, J. P. KERADEC**  
"Wound component parasitic elements: calculation, simulation and experimental validation in high frequency power supply".  
*European Power Electronics*, Florence (I), 12-13 Sept. 1991, Proc. vol. II, pp. 480-483.
- [20] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, M. BENSOAM**  
"Electrostatic of wound components : analytical results, simulation and experimental validation of the parasitic capacitance".  
*IEEE Industrial Application Society*, Dearborn (Mi, USA), 28 Sept.- 4 Oct. 1991, Proc. pp. 1469-1475.

=====

- [21] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE**  
"Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs hautes fréquences".  
*Revue Générale de l'Électricité*, Numéro Spécial "Électronique de Puissance",  
Mai 1992, no. 5, pp. 36-47.
- Présenté à la *Journée G.d.R. "Conception de dispositifs et systèmes électrotechniques"*,  
Atelier Composants Passifs, LESIR, Cachan (F), 16 Avril 1992.
- [22] **Y. LEMBEYE, G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Numerical correction of low frequency response for oscilloscope probes"  
*Power Conversion and Intelligent Motion*, Nuremberg (G), 28-30 April 1992,  
Proc. vol. "Power Conversion", pp. 230-240

- [23] **G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Digital oscilloscope measurements in high frequency switching power electronics".  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec. 1992, vol. 41, no. 6, pp. 856-860.  
  
Présenté à *IEEE Instrumentation, Measurements and Technology Conference*,  
New York (N.Y., USA), 12-14 May 1992, Proc. pp. 445-447.
- [24] **G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Incidence of resolution and differential non linearity of analog digital converters on high dynamic signal measurements. Experimental characterization."  
*IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, New York (N.Y., USA),  
12-14 May 1992, Proc. pp. 295-298.
- [25] **J. P. KERADEC, G. CAUFFET, Y. LEMBEYE**  
"Mesures en électronique de puissance"  
*Organisation d'un Atelier G.d.R. au LEG*, Grenoble (F), 8 Oct. 1992, C. R. du 27 Oct. 1992.
- [26] **D. LAFORE, J. P. KERADEC**  
"Caractérisation du composant en situation."  
Rapport d'activités pour le *G.d.R. Composants de l'Électronique de Puissance*, Déc. 1992.  
  
=====
- [27] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, J. BARBAROUX**  
"The two winding ferrite core transformer : an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit."  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, April 1994, vol. 43, no. 2, pp. 364-371.  
  
Présenté à *IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, Irvine (Ca, USA),  
18-20 May 1993, Proc. pp. 558-562.  
  
et à : *European Space Power Conference*, Poitiers (F), 4-8 Sept. 1995. Proc. vol. 1, pp. 235-240.
- [28] **D. LAFORE, J. P. KERADEC**  
"Caractérisation des composants et validation des modèles."  
*Journée G.d.R.- GIRCEP* "Modèles des interrupteurs et simulation des circuits en électronique de puissance."  
Paris, 30 Juin 1993.
- [29] **Y. LEMBEYE, J. P. KERADEC, G. CAUFFET**  
"Improvement in the linearity of fast oscilloscope used in averaging mode".  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec. 1994, vol. 43, no. 6, pp. 922-928.  
  
Présenté à *IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, Irvine (Ca, USA),  
18-20 May 1993, Proc. pp. 146-150.
- [30] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, R. CORNEC**  
"Representation of copper losses of magnetic components in high frequency : an equivalent circuit with fixed value model".  
*ESA Electronic Components Conference*, Noordwijk (NL), 24-28 May 1993, pp. 267-272.
- [31] **D. LAFORE, A. CLAUDIO SANCHEZ, J. P. KERADEC**  
"Testing power components. Soft and hard switching".  
*European Symposium on Reliability of Electron Devices, Failures Physics and Analysis*,  
Bordeaux (F), 4-7 Oct. 1993.  
  
=====
- [32] **J. P. KERADEC**  
"Les effets des courants induits dans les transformateurs à deux enroulements"  
Présenté à la *Journée G.d.R. "Conception de dispositifs et systèmes électrotechniques"*,  
Atelier Composants Passifs, LEG, Grenoble (F), Jan. 1994, Rapport de synthèse, pp. 92-99.
- [33] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE, M. BENSOAM**  
"Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements".  
*Journal de Physique III France*, Avril 1994, vol. 4, pp. 751-773.

- [34] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, F. BLACHE**  
"Power transfer in a two winding transformer : from 1D propagation to an equivalent circuit"  
*IEEE Transactions on Magnetics*, Jan. 1996, vol. 32, no. 1, pp. 274-280.
- Un résumé de ce travail, intitulé : "1D Propagation in multilayer media : from optics to electronics",  
à été présenté à : *IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Aix les Bains (F),  
5-7 Juil. 1994, Proc. p. 35 (P1B06)
- [35] **F. BLACHE, J. P. KERADEC, B. COGITORE**  
"Stray capacitances of two winding transformers : equivalent circuit, measurement, calculation and lowering"  
*IEEE Industrial Application Society*, Denver (Co, USA), Oct. 2-6 1994, Proc. pp. 1211-1217.
- [36] **J. P. KERADEC**  
"Étude prospective du logiciel Transfert"  
*Rapport interne LEG*, Sept. 1994.
- [37] **F. BLACHE, B. COGITORE, J. P. KERADEC**  
"De nouveaux circuits équivalents pour la modélisation des composants magnétiques haute fréquence"  
*Rencontres Rhone Alpes Futur*, Charbonnières (F), 9 Déc. 1994.
- =====
- [38] **J. P. KERADEC**  
"Une mise en équation générale pour le logiciel Transfert"  
*Rapport interne LEG*, Fév. 1994.
- [39] **J. P. KERADEC, Y. LEMBEYE**  
"Evaluation du composant en situation. La mesure en électronique de puissance."  
*Les cahiers du GIRCEP*, Rapport no. 95-1, Avril 1995.
- [40] **J. P. KERADEC, Y. LEMBEYE**  
*Organisation d'une journée GIRCEP "Mesures"* de présentation des résultats de l'étude [39]  
LEG, Grenoble (F), 1 Juin 1995.
- [41] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, B. KRAFFT**  
"Understanding wire heatings near wound component air gap"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 1, pp. 151-156.
- [42] **F. BLACHE, J. P. KERADEC, J. L. SCHANEN**  
"Improving electronic simulation accuracy by using new equivalent circuits for wound components"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 2, pp. 813-818.
- [43] **Y. LEMBEYE, J. P. KERADEC, D. LAFORE**  
"Measurement of losses of fast power switches : impact of typical causes of inaccuracy"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 1, pp. 701-706.
- =====
- [44] **J. P. KERADEC**  
"Le temps d'appivoiser les étoiles filantes"  
Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, LEG, 1996.
- [45] **P. COLPO, R. ERNST, J. P. KERADEC**  
"Electrical modelling of the R. F. coupled inductors supplying a double frequency inductive plasma reactor"  
Soumis à APEC 97.

## AUTRES COMMUNICATIONS RELATIVES A CES TRAVAUX

**E. LAVEUVE**

"Modélisation des transformateurs haute fréquence"

*Rapports d'avancement pour la société AMOS* et la Région Rhone-Alpes, Mai 1989, Juin 1990, Juin 1991.

[D1] **M. BENSOAM, G. CAUFFET, E. LAVEUVE, J. BARBAROUX**

"Métrologie en électronique de puissance : analyse des erreurs dues aux C. A. N. et aux sondes d'oscilloscopes."  
*Électronique de Puissance du Futur*, Toulouse (F), Oct. 1990.

**B. COGITORE**

"Modélisation des composants bobinés des convertisseurs haute fréquence"

*Rapports d'avancement pour la société MICROSPIRE*, Jan 1992, Juil. 1992, Oct. 1992.

**B. COGITORE**

"Caractérisation d'une tête de lecture-écriture intégrée pour disque dur magnétique."

*Rapport d'étude faite pour le SILMAG*, Grenoble, Juil. 1993.

[D2] **R. CORNEC, B. COGITORE**

"New approach to modelling wound parts."

*Electronic Engineering*, Aug. 1993, p. 27.

[D3] **Y. LEMBEYE**

"Amélioration de la linéarité des oscilloscopes numériques rapides utilisés en mode moyennage"

Conférence *FIRELEC*, Grenoble (F), 6-8 Avr. 1994, pp. IX-56 - IX-59.

**F. BLACHE**

"Modélisation du transformateur tournant"

*Rapports d'avancement pour la société LABINAL*, Oct. 1993, Déc. 1994.

[D4] **F. BLACHE**

"Simulation du fonctionnement d'un transformateur H. F à deux enroulements : modèle, méthode et résultats"

Conférence *FIRELEC*, Grenoble (F), 6-8 Avr. 1994, pp. VIII-18 - VIII-21.

[D5] **S. TABAGA, L. PIERRAT, F. BLACHE**

"Parameter computation of a planar transformer by 3D finite element method"

*European Power Electronics*, Séville (SP), Sept. 19-21 1995, Proc. vol. 1, pp. 273-276.

**B. COGITORE**

"Modélisation électrique des composants magnétiques haute fréquence. Création du logiciel Transfert"

Rapport de fin de contrat CNES/MICROSPIRE, 31 Octobre 1995.

**P. FOUASSIER**

"Modélisation thermique des composants magnétiques utilisés dans les convertisseurs haute fréquence"

Rapport d'avancement, contrat CNES/MICROSPIRE no. 896/CNES/94/1261/00, 30 Avril 1996.

## II CLASSEMENT DES PUBLICATIONS PAR GENRE

### 1 REVUES AVEC COMITÉ DE LECTURE

- [ 2] **J. P. LAVIEVILLE, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"Hacheur à accumulation capacitive avec couplage magnétique".  
*Électronique de Puissance*, no. 14, Avril 1986, pp. 43-48.
- [ 3] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, R. FEUILLET**  
"Le BASIC 4.0 Hewlett Packard".  
*Bureau d'Étude et Automatismes*, no. 34, Mai 1987, pp. 95-99.
- [ 4] **J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC, Y. BAUDON**  
"A serie resonnant inverter for induction heating".  
*Revue Générale d'Électricité*, no. 2, Février 1988, pp. 54-62.
- Un résumé du même article est paru dans le *Journal Français d'Électrothermie*, no. 28, Déc 1987, p. 16.
- [ 6] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Un banc de mesure pour l'étude de la puissance instantanée en électronique de puissance rapide".  
*Revue Générale d'Électricité*, no. 8, Sept. 1989, pp. 35-37.
- [16] **J. P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. ROUDET**  
"Multipolar development of vector potential for parallel wires. Application to the study of eddy current effects in transformer windings".  
*IEEE Transactions on Magnetism*, Sept. 1991, vol. 27, no. 5, pp. 4242-4245.
- [17] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, G. MEUNIER**  
"Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer".  
*Electric Machines and Power Systems*, vol. 19, no. 1, Jan. 1991, pp. 55-68.
- [21] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE**  
"Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs hautes fréquences".  
*Revue Générale de l'Électricité* : Numéro Spécial "Électronique de Puissance",  
Mai 1992, no. 5, pp. 36-47.
- [23] **G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Digital oscilloscope measurements in high frequency switching power electronics".  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec. 92, vol. 41, no. 6, pp. 856-860.
- [27] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, J. BARBAROUX**  
"Two winding ferrite core transformer : an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit."  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, April 1994, vol. 43, no. 2, pp. 364-371.
- [29] **Y. LEMBEYE, J. P. KERADEC, G. CAUFFET**  
"Improvement in the linearity of fast oscilloscope used in averaging mode".  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec 1994, vol. 43, no. 6, pp. 922-928.
- [33] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE, M. BENSOAM**  
"Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements".  
*Journal de Physique III France*, Avril 1994, vol. 4, pp. 751-773.
- [34] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, F. BLACHE**  
"Power transfer in a two winding transformer : from 1D propagation to an equivalent circuit".  
*IEEE Transactions on Magnetism*, Jan. 1996, vol. 32, no. 1, pp. 274-280.

## 2 CONGRÈS INTERNATIONAUX AVEC ACTES PUBLIÉS

- [ 4] **J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC, Y. BAUDON**  
"A serie resonant inverter for induction heating".  
*European Power Electronic*, Grenoble (F), 22-24 Sept. 1987, Proc. vol. 1, pp. 263-269.
- [ 5] **J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC, Y. BAUDON**  
"A high frequency serie resonant converter using new Comfet transistors".  
*IEEE Industry Application Society*, Atlanta (Ge, USA), 18-23 Oct. 1987, Proc. part 1, pp. 717-723.
- [ 9] **J. ROUDET, J. P. KERADEC, T. RAFESTHAIN**  
"Comparison of switches losses between forced commutation and resonant converter".  
*European Power Electronics*, Aachen (G), 9-12 Oct. 1989, Proc. vol. 2, pp. 669-676.
- [10] **J. P. KERADEC, R. FEUILLET, J. PERARD**  
"Eddy current losses and high frequency modelling of switching power supply transformer".  
*European Power Electronics*, Aachen (G), 9-12 Oct. 1989, Proc. vol. 2, pp. 963-965.
- [12] **J. ROUDET, O. NORMAND, J. P. KERADEC, L. PIERRAT**  
"Improving analysis of frequential performances of power components : a method of measuring instantaneous electrical stresses".  
*IEE Power Electronics and Variable Speed Drives*, London (GB), 16-18 Jul. 1990, Proc. pp. 269-274.
- [13] **M. BENSOAM, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"A double switch quasi resonant converter : state plane and high frequency operation measurements".  
*IEEE Industrial Application Society*, Seattle (Wa, USA), 7-12 Oct. 1990, Proc. part II, pp. 1132-1137.
- [16] **J. P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. ROUDET**  
"Multipolar development of vector potential for parallel wires. Application to the study of eddy current effects in transformer windings".  
*IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Toronto (CN), 22-24 Oct. 1990, Proc. pp. FA07.
- [18] **R. FEUILLET, J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"Buck converter modelling for harmonic interaction study".  
*European Power Electronics*, Florence (I), 12-13 Sept. 1991, Proc. vol. IV, pp. 505-508.
- [19] **E. LAVEUVE, M. BENSOAM, J. P. KERADEC**  
"Wound component parasitic elements : calculation, simulation and experimental validation in high frequency power supply".  
*European Power Electronics*, Florence (I), 12-13 Sept. 1991, Proc. vol. II, pp. 480-483.
- [20] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, M. BENSOAM**  
"Electrostatic of wound components : analytical results, simulation and experimental validation of the parasitic capacitance".  
*IEEE Industrial Application Society*, Dearborn (Mi, USA), 28 Sept. - 4 Oct. 1991, Proc. pp. 1469-1475.
- [22] **Y. LEMBEYE, G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Numerical correction of low frequency response for oscilloscope probes".  
*Power Conversion and Intelligent Motion*, Nuremberg (G), 28-30 April 1992, Proc. vol. "Power Conversion", pp. 230-240.
- [23] **G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Digital oscilloscope measurements in high frequency switching power electronics".  
*IEEE Instrumentation, Measurements and Technology Conference*, New York (N.Y., USA), 12-14 May 1992, Proc. pp. 445-447.
- [24] **G. CAUFFET, J. P. KERADEC**  
"Incidence of resolution and differential non linearity of analog digital converters on high dynamic signal measurements. Experimental characterization".  
*IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, New York (N.Y., USA), 12-14 May 1992, Proc. pp. 295-298.



- [27] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, J. BARBAROUX**  
"Two winding ferrite core transformer : an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit."  
*IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, Irvine (Ca, USA),  
18-20 May 1993, Proc. pp. 558-562.  
et : *European Space Power Conference*, Poitiers (F), 4-8 Sept. 1995, Proc. vol.2, pp. 235-240.
- [29] **Y. LEMBEYE, J. P. KERADEC, G. CAUFFET**  
"Improvement in the linearity of fast oscilloscope used in averaging mode".  
*IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference*, Irvine (Ca, USA),  
18-20 May 1993, Proc. pp. 146-150.
- [30] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, R. CORNEC**  
"Representation of copper losses of magnetic components in high frequency : an equivalent circuit with fixed value model".  
*ESA European Electronic Components Conference*, Noordwijk (NL), 24-28 May 1993, pp. 267-272.
- [31] **D. LAFORE, A. CLAUDIO SANCHEZ, J. P. KERADEC**  
"Testing power components. Soft and hard switching".  
*European Symposium on Reliability of Electron Devices, Failures Physics and Analysis*,  
Bordeaux (F), 4-7 Oct. 1993.
- [34] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, F. BLACHE**  
"1D Propagation in multilayer media : from optics to electronics",  
*IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Aix les Bains (F), 5-7 Juil. 1994,  
Proc. p. 35 (P1B06)
- [35] **F. BLACHE, J. P. KERADEC, B. COGITORE**  
"Stray capacitances of two winding transformers : equivalent circuit, measurement, calculation and lowering"  
*IEEE Industrial Application Society*, Denver (Co, USA), Oct. 2-6 1994, Proc. pp. 1211-1217.
- [41] **B. COGITORE, J. P. KERADEC, B. KRAFFT**  
"Understanding wire heatings near wound component air gap"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 1, pp. 151-156.
- [42] **F. BLACHE, J. P. KERADEC, J. L. SCHANEN**  
"Improving electronic simulation accuracy by using new equivalent circuit for wound components"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 2, pp. 813-818.
- [43] **Y. LEMBEYE, J. P. KERADEC, D. LAFORE**  
"Measurement of losses of fast power switches : impact of typical causes of inaccuracy"  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 1, pp. 701-706.

### 3 CONFÉRENCES NATIONALES

- [ 6] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Un banc de mesure pour l'étude de la puissance instantanée en électronique de puissance rapide".  
*Électronique de Puissance du Futur*, Bordeaux (F), 1-3 Juin 1988, Proc. pp. 170-173
- [14] **M. BENSOAM, J. P. FERRIEUX, J. P. KERADEC**  
"Étude d'un convertisseur pseudo-résonnant haute fréquence à deux interrupteurs".  
*Électronique de Puissance du Futur*, Toulouse (F), 10-12 Oct. 1990, Proc. pp. 207-213.
- [15] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, F. LAPPAS**  
"Un obstacle à la montée en fréquence : les composants bobinés".  
*Électronique de Puissance du Futur*, Toulouse (F), 10-12 Oct. 1990, Proc. pp. 115-119.

#### 4 SÉMINAIRES NATIONAUX

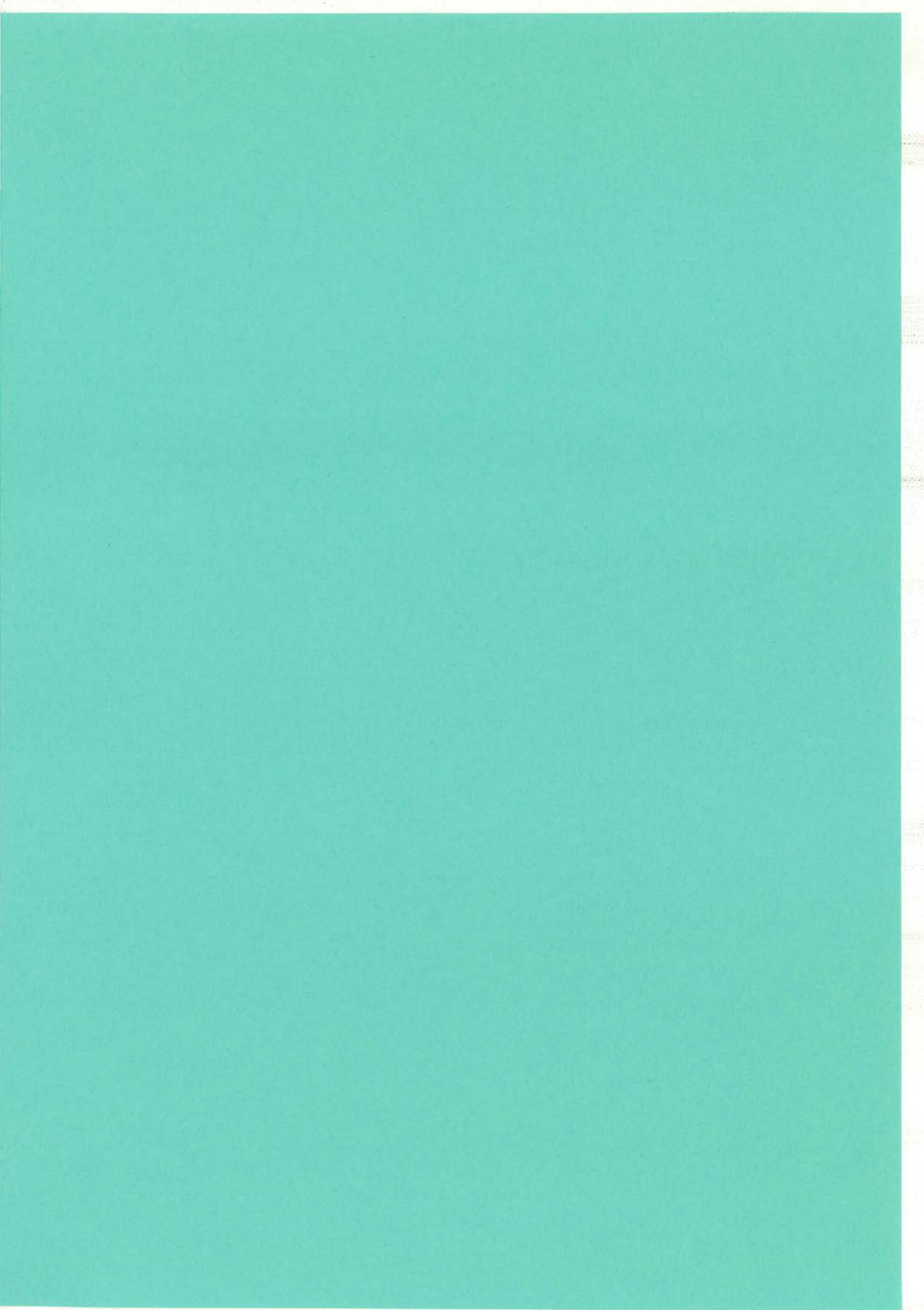
- [ 6] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Un banc de mesure pour l'étude de la puissance instantanée en électronique de puissance rapide".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Electrotechniques"*, Clamart (F), 21-22 Avril 1988,  
Proc. pp. 47-51.
- [ 7] **E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"La modélisation des composants magnétiques".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Bordeaux (F), 25-26 Mai 1989,  
Proc. pp. 88-95.
- [ 8] **J. P. KERADEC, J. P. FERRIEUX, J. ROUDET**  
"Mesures en électronique de puissance : validation des modèles comportementaux de diodes de puissance".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Bordeaux (F), 25-26 Mai 1989,  
Proc. pp. 17-26.
- [11] **J. P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. PERARD**  
"Composants bobinés H. F. : quels problèmes ?".  
*Journées GRECO "Dispositifs et Systèmes Électrotechniques"*, Lyon (F), 14-15 Juin 1990,  
Proc. tome II, pp. 71-74.
- [21] **J. P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE**  
"Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs hautes fréquences".  
*Journée G.d.R. "Conception de dispositifs et systèmes electrotechniques"*, Atelier Composants Passifs,,  
LESIR, Cachan (F), 16 Avril 1992.
- [25] **J. P. KERADEC, G. CAUFFET, Y. LEMBEYE**  
"Mesures en électronique de puissance"  
*Organisation d'un Atelier G.d.R. au LEG*. Grenoble (F), 8 Oct. 92, C. R. du 27 Oct. 92.
- [28] **D. LAFORE, J. P. KERADEC**  
"Caractérisation des composants et validation des modèles."  
*Journée G.d.R.- GIRCEP : "Modèles des interrupteurs et simulation des circuits en électronique de puissance."*  
Paris, 30 Juin 1993.
- [32] **J. P. KERADEC**  
"Les effets des courants induits dans les transformateurs à deux enroulements"  
*Journée G.d.R. "Conception de dispositifs et systèmes électrotechniques"*,  
Atelier Composants Passifs, LEG, Grenoble (F), Jan. 1994, Rapport de synthèse, pp. 92-99.
- [40] **J. P. KERADEC, Y. LEMBEYE**  
"Évaluation du composant en situation. La mesure en électronique de puissance."  
*Organisation d'une journée GIRCEP au LEG*. Grenoble (F), 1 Juin 1995.

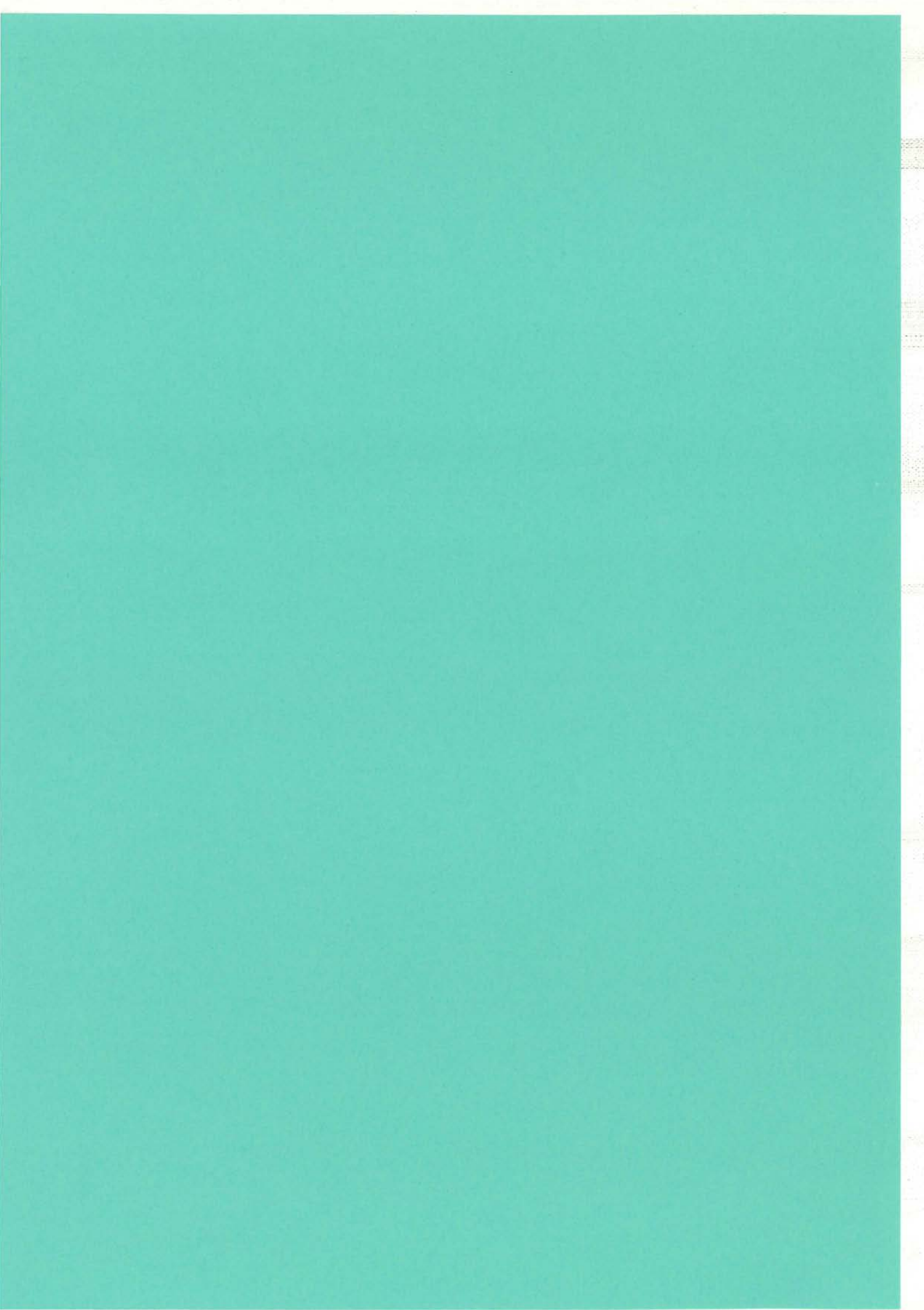
#### 5 RAPPORTS DE FIN DE CONTRATS ET RAPPORTS INTERNES

- [ 1] **J. P. KERADEC, J. PERARD**  
"Modélisation d'un transformateur d'alimentation à découpage. Etude des pertes cuivre en H. F".  
*Rapport de contrat de recherche LEG-OPTION*, 11 Jan. 1985.
- [26] **D. LAFORE, J. P. KERADEC**  
"Caractérisation du composant en situation."  
Rapport d'activités pour le *G.d.R. Composants de l'Electronique de Puissance*, Déc. 1992.
- [36] **J. P. KERADEC**  
"Étude prospective du logiciel Transfert"  
*Rapport interne LEG.*, Sept. 1994.
- [38] **J. P. KERADEC**  
"Une mise en équation générale pour le logiciel Transfert"  
*Rapport interne LEG.*, Fév. 1995.

[39] **J. P. KERADEC, Y. LEMBEYE**

"Évaluation du composant en situation. La mesure en électronique de puissance."  
*Les cahiers du GIRCEP*, Rapport no. 95-1, Avril 1995.





## ANNEXE 3 : SÉLECTION DE PUBLICATIONS

### 1 - LA MODÉLISATION DES TRANSFORMATEURS.

- [33] J.P. KERADEC, B. COGITORE, E. LAVEUVE, M. BENSOAM  
"Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements."  
*Journal de Physique III France*, Avril 1994, vol. 4, pp. 751-773.
- [17] E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, G. MEUNIER  
"Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer".  
*Electric Machines and Power Systems*, vol. 19, no. 1, Jan. 1991, pp. 55-68.
- [34] J.P. KERADEC, B. COGITORE, F. BLACHE  
"Power transfer in a two winding transformer : from 1D propagation to an equivalent circuit."  
*IEEE Transactions on Magnetics*, Jan. 1996, vol. 32, no. 1, pp. 274-280.
- [20] E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, M. BENSOAM  
"Electrostatic of wound components : analytical results, simulation and experimental validation of the parasitic capacitance".  
*IEEE Industrial Application Society*, Dearborn (Mi, USA), 28 Sept. - 4 Oct. 1991, Proc. pp. 1469-1475.
- [35] F. BLACHE, J.P. KERADEC, B. COGITORE  
"Stray capacitances of two winding transformers : equivalent circuit, measurement, calculation and lowering."  
*IEEE Industrial Application Society*, Denver (Co, USA), Oct. 2-6 1994, Proc. pp. 1211-1217.
- [27] B. COGITORE, J.P. KERADEC, J. BARBAROUX  
"The two winding ferrite core transformer : an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit."  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, April 1994, vol. 43, no. 2, pp. 364-371.
- [42] F. BLACHE, J.P. KERADEC, J.L. SCHANEN  
"Improving electronic simulation accuracy by using new equivalent circuits for wound components."  
*European Power Electronics*, Séville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 2, pp. 813-818.
- [16] J.P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. ROUDET  
"Multipolar development of vector potential for parallel wires. Application to the study of eddy current effects in transformer windings."  
*IEEE Transactions on Magnetics*, Sept. 1991, vol. 27, no. 5, pp. 4242-4245.

### 2 - MÉTROLOGIE EN ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE RAPIDE.

- [23] G. CAUFFET, J.P. KERADEC  
"Digital oscilloscope measurements in high frequency switching power electronics."  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec. 1992, vol. 41, no. 6, pp. 856-860.
- [29] Y. LEMBEYE, J.P. KERADEC, G. CAUFFET  
"Improvement in the linearity of fast oscilloscope used in averaging mode."  
*IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Dec. 1994, vol. 43, no. 6, pp. 922-928.
- [39] J.P. KERADEC, Y. LEMBEYE  
"Évaluation du composant en situation. La mesure en électronique de puissance."  
*Les cahiers du GIRCEP*, Rapport no. 95-1, Avril 1995. (Extraits)
- [43] Y. LEMBEYE, J.P. KERADEC, D. LAFORE  
"Measurement of losses of fast power switches : impact of typical causes of inaccuracy."  
*European Power Electronics*, Seville (SP), 19-21 Sept. 1995, Proc. vol. 1, pp. 701-706.

### 3- AUTRE SUJET.

- [18] R. FEUILLET, J.P. KERADEC, J. PERARD  
"Buck converter modelling for harmonic interaction study."  
*European Power Electronics*, Florence (I), 12-13 Sept. 1991, Proc. vol. IV, pp. 505-508.



Classification  
Physics Abstracts  
41.10D

## Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements

J. P. Keradec, B. Cogitore, E. Laveuve (\*) et M. Bensoam (\*\*)

Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, CNRS URA-355, Domaine Universitaire, B.P. 46, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France

(Reçu le 24 septembre 1991, révisé les 10 novembre 1993 et 10 janvier 1994, accepté le 10 janvier 1994)

**Résumé.** — Le but de cet article est de traduire le comportement électrique d'un nombre quelconque d'enroulements magnétiquement couplés, par des coupleurs et des inductances. Deux méthodes, établies mathématiquement, sont proposées. La seconde n'introduit que des inductances positives. A titre d'exemple, elle est appliquée à la représentation d'un transformateur triphasé à trois colonnes. Les schémas obtenus fournissent l'indispensable ossature de schémas plus complets, aptes à représenter le comportement haute fréquence des composants bobinés, notamment dans un logiciel de simulation électronique.

**Abstract.** — The aim of this paper is to represent the electrical behaviour of any number of magnetically coupled windings with couplers and inductors. Two methods, mathematically justified, are proposed. The second one introduces only positive inductances. As an exemple, it is applied to the representation of a three column three phase transformer. The obtained circuits supply the requisite guide to design more complete circuits which allow the high frequency behaviour of wound components to be taken into account, especially in electronics simulation softwares.

### 1. Introduction.

Le récent accroissement de la fréquence de travail des convertisseurs statiques a entraîné, pour tous les composants, la recherche de modèles rendant compte de leur comportement électrique en haute fréquence. Des progrès sensibles ont été enregistrés pour la représentation des inductances et des transformateurs à deux enroulements, grâce à l'élaboration d'un circuit équivalent à constantes localisées : divers éléments judicieusement adjoints au modèle magnétostatique ont permis de prendre en compte le comportement haute fréquence des conducteurs et des noyaux magnétiques ainsi que les couplages capacitifs [1-3]. Ce circuit

---

(\*) E. Laveuve travaille maintenant au centre de recherche chez Merlin-Gerin à Grenoble.

(\*\*) M. Bensoam travaille maintenant au laboratoire de photo-électricité à Saint-Jérôme à Marseille.



équivalent traduit correctement le comportement électrique du composant jusqu'à une fréquence environ dix à cent fois supérieure à sa fréquence de travail. On sait mesurer toutes ses valeurs numériques [4] et sa topologie est indépendante de la géométrie du composant et de la technologie adoptée pour le fabriquer.

Malheureusement, les raisonnements utilisés pour deux enroulements ne peuvent être transposés à plus de trois enroulements car aucun schéma électrique du même type n'a encore été proposé pour traduire le couplage magnétique de ces composants. La plupart des logiciels de simulation électronique acceptent la description d'un transformateur par sa matrice inductance. Cependant, pour rendre un tel modèle plus réaliste, on ne peut qu'ajouter des éléments à l'extérieur de ce composant magnétique. L'exemple du transformateur à deux enroulements nous montre que cette approche est incorrecte : des courants induits dans les parties conductrices peuvent modifier les éléments de la matrice inductance en haute fréquence [5, 6]. Ainsi, en raison de ses possibilités d'aménagements internes, le schéma électrique représentant le modèle magnétostatique s'avère plus intéressant que la matrice inductance dont il est l'équivalent mathématique.

Dans cet article nous exposons deux méthodes permettant de traduire une matrice inductance, supposée indépendante de la fréquence, par un circuit électrique composé uniquement d'inductances et de coupleurs. Ces deux méthodes sont indépendantes de toute considération technologique, ne nécessitent aucune approximation, et s'appliquent sans limitation du nombre d'enroulements. La seconde n'introduit que des inductances positives susceptibles de recevoir une interprétation physique individuelle. Enfin, les schémas qu'elle fournit, convenablement complétés par des résistances et des condensateurs afin de traduire le comportement haute fréquence, sont acceptés par tous les logiciels de simulation électronique.

## 2. Critique des modèles classiques.

2.1 COUPLEURS SIMPLES ET MULTIPLES. — Pour représenter un transformateur réel il est utile d'introduire le « transformateur parfait à deux enroulements » ou « coupleur ». Ayant en vue l'extension des raisonnements présentés ici à des couplages capacitifs, nous préférons l'appellation « coupleur » et nous utiliserons le graphisme de la figure 1 évitant toute allusion à un bobinage.

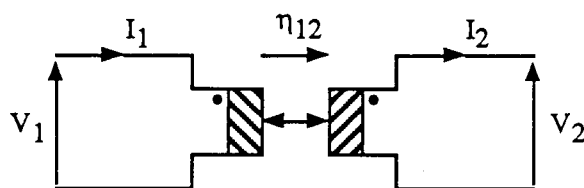


Fig. 1. — Coupleur.

[Coupler.]

Le rapport de couplage  $\eta_{12}$  est tel que

$$V_2 = \eta_{12} V_1 \quad \text{et} \quad I_1 - \eta_{12} I_2 = 0.$$

Par convention, un point placé près de chaque entrée du coupleur indique l'orientation du vecteur tension de cette entrée. La flèche de courant est placée du côté du point et son sens

indique conventionnellement le sens de déplacement de la puissance moyenne. Le déplacement de l'un des points permet de changer le signe du rapport de couplage.

Par analogie avec les transformateurs à enroulements multiples, nous adopterons, pour les coupleurs à entrées multiples, la représentation de la figure 2. Elle se généralise aisément. Les flèches bidirectionnelles symbolisent l'échange de puissance.

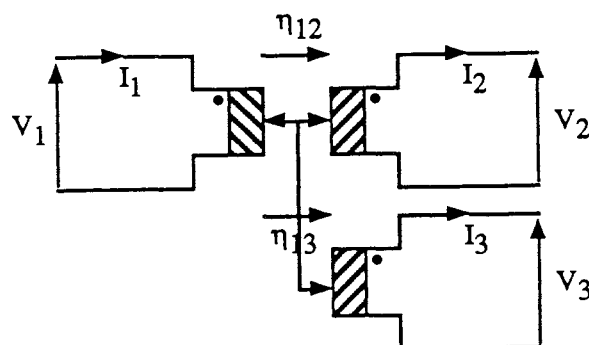


Fig. 2. — Coupleur à entrées multiples.

[Multi input coupler.]

Les rapports de couplage sont tels que

$$V_2 = \eta_{12} V_1, \quad V_3 = \eta_{13} V_1 \quad \text{et} \quad I_1 - \eta_{12} I_2 - \eta_{13} I_3 = 0.$$

Le symbole habituel du transformateur est conservé pour représenter le composant réel, le coupleur n'étant qu'un des éléments permettant la représentation fonctionnelle de ce composant.

2.2 MODÈLE CLASSIQUE POUR DEUX ENROULEMENTS. — En électrotechnique, le transformateur à deux enroulements est couramment représenté par le schéma de la figure 3 :

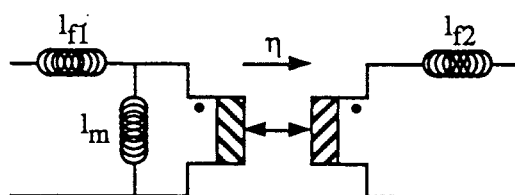


Fig. 3. — Schéma classique du transformateur à deux enroulements.

[Usual circuit of the two winding transformer.]

En général, le rapport de transformation  $\eta$  est choisi égal au rapport du nombre de spires,  $\ell_m$  représente l'inductance magnétisante et  $\ell_{f1}$  et  $\ell_{f2}$  sont appelées inductances de fuites partielles du primaire et du secondaire [7].

Pour justifier les noms donnés aux inductances, étudions le couplage de solénoïdes

cylindriques infinis d'axes parallèles (Fig. 4). Notons  $S_1$  et  $S_2$  leurs sections respectives,  $S_{12}$  la surface de leur intersection,  $N_1$  et  $N_2$  les nombres de spires sur une hauteur  $h$ .

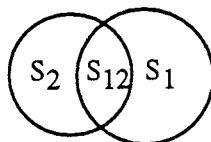


Fig. 4. — Solénoïdes partiellement couplés.

[Partly coupled solenoids.]

Les excitations magnétiques créées par chacun des solénoïdes valent  $N_1 I_1/h$  dans  $S_1$  et  $N_2 I_2/h$  dans  $S_2$ . Evaluons l'énergie magnétostatique  $W$  emmagasinée sur une hauteur  $h$  de ce dispositif.

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \left[ \left( \frac{N_1 I_1}{h} \right)^2 (S_1 - S_{12}) h + \left( \frac{N_2 I_2}{h} \right)^2 (S_2 - S_{12}) h + \left( \frac{N_1 I_1}{h} + \frac{N_2 I_2}{h} \right)^2 S_{12} h \right]$$

$$= \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_1}{h} N_1^2 I_1^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_2}{h} N_2^2 I_2^2 + \mu_0 \frac{S_{12}}{h} N_1 N_2 I_1 I_2.$$

Cette expression peut être identifiée à celle de l'énergie stockée par les inductances du modèle :

$$W = \frac{1}{2} \ell_{f1} I_1^2 + \frac{1}{2} \ell_{f2} I_2^2 + \frac{1}{2} \ell_m \left( I_1 + \frac{N_2}{N_1} I_2 \right)^2.$$

On en déduit les valeurs des trois inductances :

$$\ell_m = \mu_0 \frac{S_{12}}{h} N_1^2, \quad \ell_{f1} = \mu_0 \frac{S_1 - S_{12}}{h} N_1^2 \quad \text{et} \quad \ell_{f2} = \mu_0 \frac{S_2 - S_{12}}{h} N_2^2.$$

L'examen des surfaces intervenant dans ces relations montre que l'inductance magnétisante crée le flux commun aux deux enroulements alors que chaque inductance de fuite partielle correspond au flux généré par un enroulement pour lui seul.

Dans le cas particulier où  $S_2$  est à l'intérieur de  $S_1$ ,  $S_{12} = S_2$  et la représentation devient celle de la figure 5.

Les composants du schéma sont tels que :

$$\ell_f = \mu_0 \frac{S_1 - S_2}{h} N_1^2, \quad \ell_m = \mu_0 \frac{S_2}{h} N_1^2 \quad \text{et} \quad \eta = \frac{N_2}{N_1}.$$

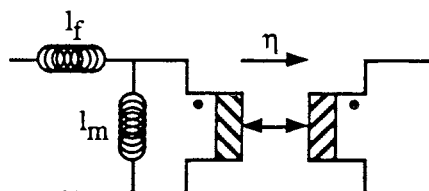


Fig. 5. — Représentation du couplage de deux solénoïdes concentriques.

[Equivalent circuit for two concentric solenoids.]

Ici, tout le flux créé par le secondaire traverse le primaire : il n'y a pas de fuites partielles au secondaire.

Malgré leur apparente cohérence, ces notions ne sont pas généralisables. Ainsi par exemple, si on étudie le couplage de deux spirés quelconques dans l'espace, il est très difficile de répartir l'énergie stockée en trois parties bien localisées. En outre, si la représentation précédente est commode pour les transformateurs classiques, il est prudent de s'en méfier pour certaines géométries de circuits magnétiques ou pour des transformateurs à couplage faible parfois utilisés dans les alimentations à résonance. L'exemple suivant, montre que l'inductance de fuites partielle du primaire doit être choisie négative. Dès lors, quelle interprétation physique lui attribuer ?

Considérons les deux solénoïdes finis et concentriques de la figure 6. Ils ont des sections quasiment identiques. Le flux traversant la section du solénoïde extérieur diminue vers ses extrémités, mais il est à peu près constant sur la longueur du bobinage intérieur, comme le montre la ligne de flux ci-dessous. Il en va donc de même pour la tension apparaissant aux bornes de chaque spire.

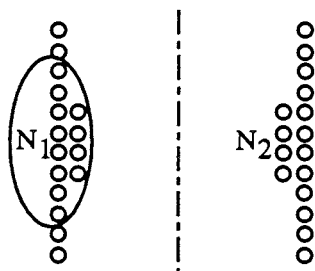


Fig. 6. — Solénoïdes ayant une inductance de fuite partielle négative.

[Solenoids with a negative partial leakage inductance.]

Pour évaluer le gain en tension à vide  $G_0$  de ce transformateur, notons  $V$  la tension apparaissant aux bornes d'une spire de l'enroulement intérieur.

Puisque

$$V_2 = N_2 V \quad \text{et} \quad V_1 < N_1 V \Rightarrow G_0 = V_2/V_1 > N_2/N_1.$$

On peut vérifier sur la figure 3 que ceci implique  $\ell_{f1} < 0$ , car  $\ell_{f1}$  et  $\ell_m$  doivent élever la tension...

**2.3 MODÈLE MAGNÉTOSTATIQUE POUR DEUX ENROULEMENTS.** — En régime sinusoïdal, les équations aux impédances se déduisent directement des équations magnétostatiques donnant les flux dans des circuits couplés :

$$\begin{aligned} V_1 &= jL_1 \omega I_1 + jM \omega I_2 \\ V_2 &= jM \omega I_1 + jL_2 \omega I_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Les relations d'Onsager [8] ont permis d'établir la symétrie de la matrice des coefficients et des considérations énergétiques [9] montrent que :

$$L_1 \geq 0, \quad L_2 \geq 0, \quad M^2 \leq L_1 L_2. \quad (2)$$

La dernière inégalité sert à définir le coefficient de couplage  $k$  dont la valeur absolue est comprise entre 0 et 1 :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (3)$$

Ce coefficient peut également s'évaluer en fonction des inductances à vide ( $L_0$ ) et en court-circuit ( $\ell_{cc}$ ) mesurées au primaire. A l'aide de (1) et (3), on établit :

$$L_0 = L_1 \quad \text{et} \quad \ell_{cc} = L_1(1 - k^2)$$

$$\Rightarrow k = \text{sgn}(M) \sqrt{1 - \frac{\ell_{cc}}{L_0}}$$

où  $\text{sgn}(\ )$  signifie « signe de ( ) ».

Il est facile de vérifier que le quadripôle de la figure 7 admet strictement les équations (1) : il est donc apte à représenter un transformateur à deux enroulements.

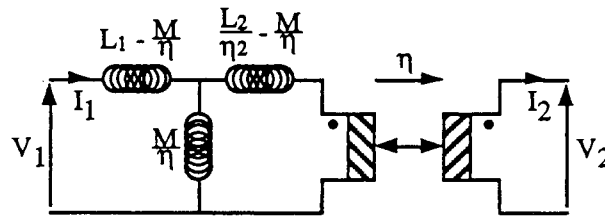


Fig. 7. — Modèle magnétostatique d'un transformateur à deux enroulements.

[Quadripole representing a two winding transformer.]

Ce modèle se caractérise par quatre valeurs : trois inductances et un rapport de couplage. Puisque le système d'équations (1) ne dépendait que de trois paramètres ( $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$ ), il est naturel que l'on puisse choisir arbitrairement l'une des valeurs du schéma, en l'occurrence le rapport de couplage. Pour la même raison, si on veut trouver les éléments du quadripôle en partant des mesures, il faudra se donner arbitrairement une valeur.

Il est utile de remarquer que, moyennant un choix approprié de  $\eta$ , toutes les inductances du schéma peuvent être choisies positives, ce qui facilite les raisonnements physiques. Pour cela il faut que :

$$\frac{M}{\eta} > 0 \Rightarrow \text{sgn}(\eta) = \text{sgn}(M) \quad \text{et} \quad \frac{|M|}{L_1} \leq |\eta| \leq \frac{L_2}{|M|}. \quad (4)$$

Ce choix est toujours possible puisque les inégalités (2) impliquent :

$$\frac{|M|}{L_1} \leq \frac{L_2}{|M|}.$$

Remarquons qu'en choisissant  $|\eta|$  égale à la moyenne géométrique des deux valeurs extrêmes (4), on est assuré d'obtenir des inductances positives.

$$\eta = \text{sgn}(M) \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (5)$$

On vient de voir que, pour caractériser le transformateur à deux enroulements, trois paramètres indépendants sont nécessaires. Pour  $n$  enroulements, ce nombre vaut  $n(n+1)/2$ , ce qui correspond au nombre de coefficients indépendants de la matrice inductance (symétrique).

2.4 SCHÉMAS ÉQUIVALENTS ; TRANSFORMATION AMONT-AVAL. — Le schéma de la figure 7 peut donner naissance à plusieurs autres si on exploite les transformations connues : passages d'éléments du primaire au secondaire du coupleur, étoile-triangle pour donner une structure en  $\pi$  au quadripôle inductif. En outre, trois valeurs de  $\eta$  donnent au schéma général une allure particulière en préservant, pour les inductances présentes, des valeurs positives :

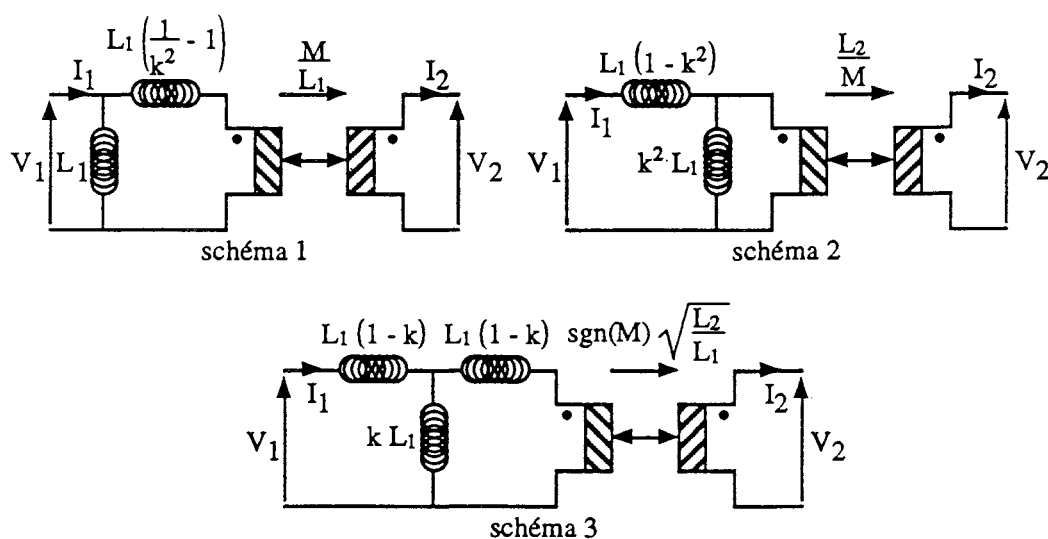


Fig. 8. — Schémas particuliers déduits de la figure 7.

[Special circuits deduced from figure 7.]

L'équivalence des schémas 1 et 2 permet de définir la transformation Amont-Aval de la figure 9, par référence à la position de l'inductance série.

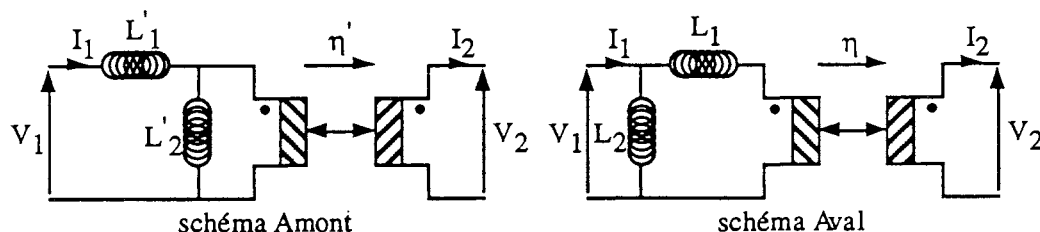


Fig. 9. — Schémas Amont et Aval.

[Up and down circuits.]

Ces deux schémas sont strictement équivalents si les valeurs sont choisies comme suit :

$$\text{Amont} \rightarrow \text{Aval} \quad L_1 = (L'_1 + L'_2) \frac{L'_1}{L'_2}, \quad L_2 = L'_1 + L'_2, \quad \eta = \eta' \frac{L'_2}{L'_1 + L'_2}$$

$$\text{Aval} \rightarrow \text{Amont} \quad L'_1 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}, \quad L'_2 = L_1 + L_2, \quad \eta' = \eta \frac{L_1 + L_2}{L_2}.$$

2.5 MODÈLE CLASSIQUE POUR TROIS ENROULEMENTS. — Une représentation proposée par de nombreux auteurs [7] est décrite par la figure 10. Elle s'obtient en ajoutant sur la figure 3 une entrée au coupleur ainsi qu'une inductance de fuite en série avec cette entrée.

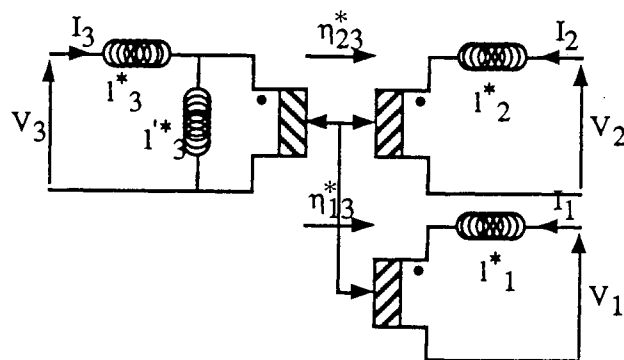


Fig. 10. — Schéma classique d'un transformateur trois enroulements.

[Conventional circuit of a three winding transformer.]

Ce schéma se caractérise par six paramètres ajustables alors que la matrice inductance comprend six coefficients indépendants.

Les inductances du schéma sont-elles positives ? Pour le savoir, exprimons ces inductances en fonction des éléments  $L_{ij}$  de la matrice inductance. Pour cela, identifions l'énergie magnétostatique  $W$  du schéma avec la forme générale. On a :

$$2W = \ell_1^* I_1^2 + \ell_2^* I_2^2 + \ell_3^* I_3^2 + \ell_3^* (\eta_{13}^* I_1 + \eta_{23}^* I_2 + I_3)^2$$

et, d'après [10]

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 L_{ij} I_i I_j \quad \text{avec} \quad L_{ji} = L_{ij}. \quad (6)$$

Cela fournit les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \ell_1^* &= L_{11} - \frac{L_{12} L_{13}}{L_{23}} & \ell_2^* &= L_{22} - \frac{L_{12} L_{23}}{L_{13}} \\ \ell_3^* &= L_{33} - \frac{L_{13} L_{23}}{L_{12}} & \ell_3^* &= \frac{L_{13} L_{23}}{L_{12}} \\ \eta_{13}^* &= \frac{L_{12}}{L_{23}} & \eta_{23}^* &= \frac{L_{12}}{L_{13}}. \end{aligned}$$

Le signe de  $\ell_3^*$  est celui de  $L_{12} L_{13} L_{23}$ . Aucune loi physique n'imposant que ce produit soit positif, le schéma de la figure 10 aboutit, dans certains cas, à l'introduction d'inductances négatives.

Ce type de représentation, quelquefois gênant dans le cas de trois enroulements, devient incorrect pour quatre enroulements et plus. En effet, si on se contente d'ajouter pour chaque enroulement supplémentaire un coupleur et une inductance « de fuite », le nombre de paramètres ajustables devient insuffisant pour représenter le transformateur le plus général. Pour quatre enroulements par exemple, nous obtenons un total de huit paramètres ajustables, alors que la matrice  $L_{ij}$  comprend dix coefficients indépendants.

Nous devons donc trouver une approche plus générale qui reste valable quel que soit le nombre d'enroulements.

### 3. Approche par la matrice admittance.

**3.1 MULTIPÔLES INDUCTIFS.** — Pour représenter le transformateur à deux enroulements, nous avons associé un coupleur et un quadripôle inductif. Avec la croissance du nombre d'enroulements, des multipôles inductifs plus complexes vont être introduits et il devient indispensable d'en chercher une représentation générale.

Considérons un multipôle passif à  $n$  entrées. Sa matrice impédance est symétrique et possède  $n(n+1)/2$  éléments indépendants. Il en va de même pour sa matrice admittance. Notre problème peut donc s'énoncer ainsi : comment doit-on disposer  $n(n+1)/2$  inductances pour que le schéma obtenu soit susceptible de représenter n'importe quel transformateur à  $n$  entrées ?

A titre d'exemple, étudions le cas où  $n = 4$ . Le schéma représenté sur la figure 11 a été obtenu ainsi : nous avons placé  $n+1 = 5$  nœuds en en reliant un au potentiel de référence. Nous avons ensuite relié chaque nœud à chacun des autres par une inductance.

$B$ ,  $C$ ,  $D$ , et  $E$  ont les valeurs suivantes

$$\begin{aligned} B &= A_{11} + (A_{12} + A_{13} + A_{14}) \\ C &= A_{22} + (A_{12} + A_{23} + A_{24}) \\ D &= A_{33} + (A_{13} + A_{23} + A_{34}) \\ E &= A_{44} + (A_{14} + A_{24} + A_{34}) . \end{aligned}$$

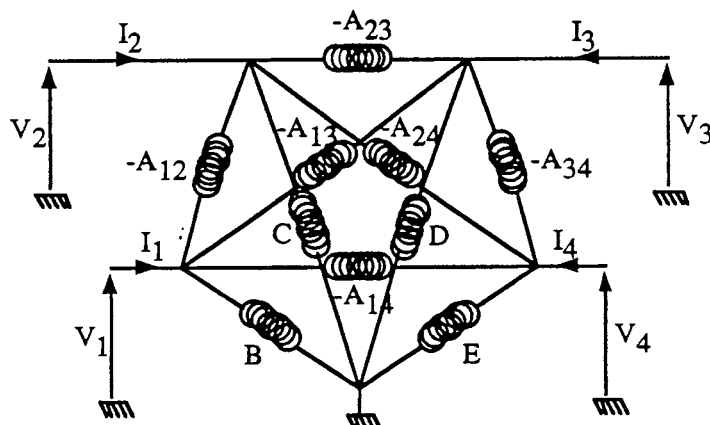


Fig. 11. — Schéma d'un multipôle passif à quatre entrées.

[Circuit of a four port passive multipole.]



Le choix des dix inductances de ce circuit permet d'ajuster indépendamment les dix paramètres de sa matrice admittance. Réciproquement, on peut toujours attribuer aux inductances de la figure 11 des valeurs telles que sa matrice admittance s'identifie à n'importe quelle matrice admittance fixée. On appelle multipôle associé le schéma construit comme indiqué ci-dessus.

Pour qu'un schéma soit équivalent à un ensemble de circuits magnétiquement couplés, il faut qu'il rende compte des diverses isolations galvaniques. Pour parvenir à ce résultat, il suffit de placer des coupleurs de rapport 1 en série avec  $n - 1$  des  $n$  entrées du multipôle associé.

Lorsque toutes les inductances du circuit associé sont positives, il est clair que tous les gains en tension à vide sont positifs et plus petits que 1. Réciproquement, dès qu'un transformateur ne remplit pas ces conditions, ce qui est très fréquent, nous sommes contraints d'introduire des inductances négatives, comme ce fut le cas pour le transformateur de la figure 6.

**3.2 CHOIX DES RAPPORTS DE COUPLAGES.** — La présence d'inductances négatives dans le schéma équivalent ôte l'espoir d'accession à une justification physique individuelle. En outre, les logiciels de simulation électronique interdisent généralement d'affecter une valeur négative à une inductance.

Nous allons voir qu'un choix judicieux des rapports de couplage des coupleurs de sortie permet d'éviter la présence d'inductances négatives dans bien des cas. Pour abréger l'écriture nous prendrons cette fois l'exemple d'un transformateur à 3 enroulements. Les coupleurs sont placés en série avec les entrées 2 et 3 du multipôle associé.

Le transformateur est caractérisé par  $V_1, V'_2, V'_3, I_1, I'_2$  et  $I'_3$  et son comportement est décrit par la matrice symétrique  $[L]$  telle que :

$$\begin{aligned} V_1 &= jL_{11} \omega I_1 + jL_{12} \omega I'_2 + jL_{13} \omega I'_3 \\ V'_2 &= jL_{21} \omega I_1 + jL_{22} \omega I'_2 + jL_{23} \omega I'_3 \\ V'_3 &= jL_{31} \omega I_1 + jL_{32} \omega I'_2 + jL_{33} \omega I'_3. \end{aligned}$$

En appelant  $V_2, I_2, V_3$  et  $I_3$  les grandeurs électriques présentes à l'entrée des coupleurs, on a :

$$V'_2 = \eta_{12} V_2, \quad I'_2 = \frac{1}{\eta_{12}} I_2 \quad \text{et} \quad V'_3 = \eta_{13} V_3, \quad I'_3 = \frac{1}{\eta_{13}} I_3.$$

En s'inspirant de la relation (6), nous choisissons les rapports de couplage suivants :

$$\eta_{12} = \text{sgn}(L_{12}) \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} \quad \text{et} \quad \eta_{13} = \text{sgn}(L_{13}) \sqrt{\frac{L_{33}}{L_{11}}}. \quad (7)$$

Les relations aux impédances caractérisant le multipôle associé deviennent :

$$\begin{aligned} V_1 &= jL_{11} \omega I_1 + jL_{12} \omega \frac{I_2}{\eta_{12}} + jL_{13} \omega \frac{I_3}{\eta_{13}} \\ \frac{V'_2}{\eta_{12}} &= V_2 = jL_{21} \omega \frac{I_1}{\eta_{12}} + jL_{22} \omega \frac{I_2}{\eta_{12}^2} + jL_{23} \omega \frac{I_3}{\eta_{12} \eta_{13}} \\ \frac{V'_3}{\eta_{13}} &= V_3 = jL_{31} \omega \frac{I_1}{\eta_{13}} + jL_{32} \omega \frac{I_2}{\eta_{12} \eta_{13}} + jL_{33} \omega \frac{I_3}{\eta_{13}^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

En remarquant que :

$$\frac{L_{22}}{\eta_{12}^2} = L_{11} \quad \text{et} \quad \frac{L_{33}}{\eta_{13}^2} = L_{11}.$$

Il est naturel de réécrire la nouvelle matrice en mettant  $jL_{11} \omega$  en facteur. On fait alors apparaître les coefficients de couplage :

$$k_{ij} = \frac{L_{ij}}{\sqrt{L_{ii} L_{jj}}}.$$

Finalement,

$$[V] = jL_{11} \omega [k][I] \quad \text{avec} \quad [k] = \begin{bmatrix} 1 & |k_{12}| & |k_{13}| \\ |k_{12}| & 1 & -\pm k_{23} \\ |k_{13}| & \pm k_{23} & 1 \end{bmatrix}.$$

Les définitions (7) rapprochées de l'écriture (8) permettent de constater que les éléments de la 1<sup>re</sup> ligne de la matrice inductance (et donc de la 1<sup>re</sup> colonne) sont positifs. Ceci explique l'apparition des valeurs absolues dans la matrice  $[k]$ . En revanche, le signe qui précède  $k_{23}$  est celui du produit  $L_{12} L_{13}$ .

En définitive, si le signe de  $L_{12} L_{13} L_{23}$  est positif, le multipôle à placer en amont des coupleurs ne présente que des gains à vide inférieurs à 1 : on peut espérer le composer uniquement d'inductances positives. En revanche, on doit abandonner cet espoir si  $L_{12} L_{13} L_{23}$  est négatif, ce qui ne saurait être écarté a priori.

Cette approche a été utilisée par plusieurs auteurs [11]. Elle est mathématiquement correcte et générale et donc préférable à celle présentée en 2.5. Cependant, elle aboutit encore quelquefois à l'introduction d'inductances négatives, incompatibles avec l'utilisation de logiciels de simulation.

#### 4. Approche par orthogonalisation.

**4.1 ENERGIE MAGNÉTOSTATIQUE ET FORMES QUADRATIQUES.** — L'énergie magnétostatique d'un ensemble de circuits couplés à  $n$  entrées (6) est une forme quadratique des courants qu'il est possible d'écrire sous forme matricielle en introduisant la matrice colonne  $[I]$  dont les composantes sont les  $n$  courants d'entrées  $I_i$ .

$$W = \frac{1}{2} [I]^t [L][I]$$

où  $t$  signifie « transposée ».

Partant des  $n$  courants  $I_i$ , on peut définir un autre jeu de  $n$  courants indépendants  $I'_j$  par combinaison linéaire, ce qui s'écrit matriciellement :

$$[I'] = [M][I] \Rightarrow [I] = [M]^{-1} [I']$$

d'autre part

$$[I]^t = [[M]^{-1} [I']]^t = [I']^t [M]^{-1t}.$$

L'énergie magnétostatique s'écrit alors

$$W = \frac{1}{2} [I']^t [M]^{-1t} [L][M]^{-1} [I'] = \frac{1}{2} [I']^t [L'] [I'].$$

La matrice  $[L]$  étant réelle et symétrique, on montre qu'il est toujours possible de choisir  $[M]$  pour que  $[L']$  soit réelle et diagonale [10]. On dit alors que les courants  $I'_j$  forment une

base propre (orthogonale) de  $[L]$ . Avec un tel choix, (6) se simplifie et s'écrit :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n L'_{ii} I_i'^2.$$

La forme quadratique est « réduite » et l'énergie admet la même écriture que si chacun des  $n$  courants  $I'$  passait dans une inductance  $L'_{ii}$ .

Puisque l'énergie du système est positive ou nulle quels que soient les courants  $I_i$ , elle l'est également quels que soient les courants  $I'_i$  : les  $n$  inductances  $L'_{ii}$  sont nécessairement positives.

**4.2 CHANGEMENT DE BASE POUR LES COURANTS ET LES TENSIONS.** — Dans le paragraphe précédent nous avons vu qu'un changement de base des courants peut amener une formulation plus simple de l'énergie magnétique. La figure 12 montre que cette opération mathématique se concrétise facilement sur un schéma grâce à l'introduction de coupleurs, pour les tensions et pour les courants.

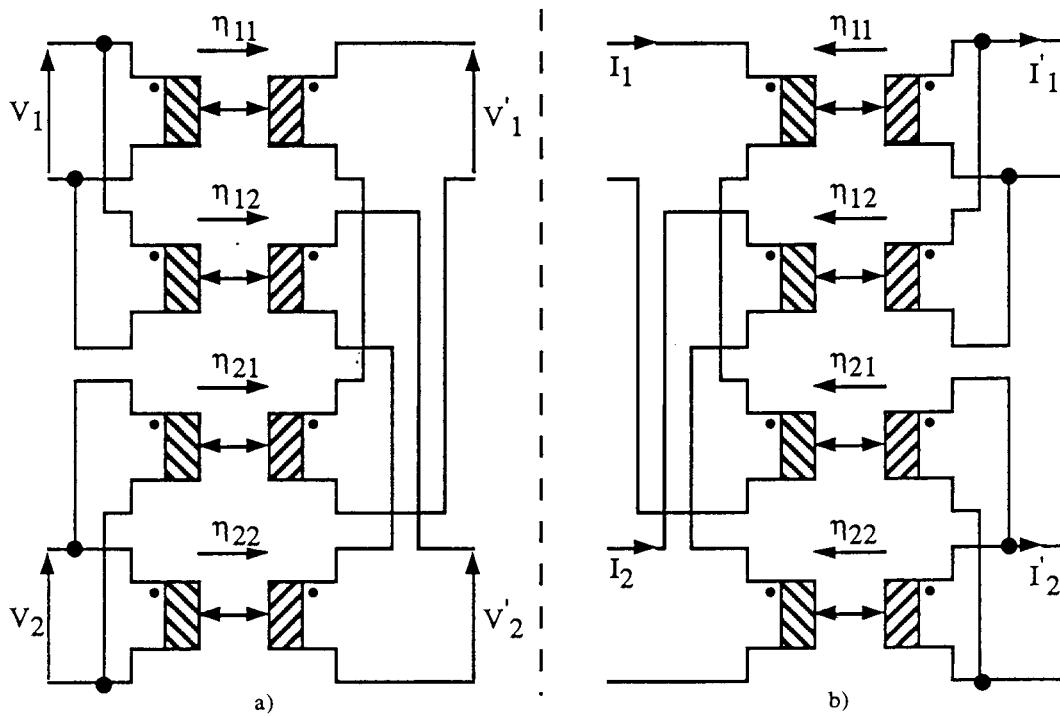


Fig. 12. — Exemples de changements de base pour deux variables.

[Base transfer examples for two variables.]

Les relations de passage d'une base à l'autre sont respectivement pour les tensions (Fig. 12a) et les courants (Fig. 12b) :

$$\begin{aligned} V'_1 &= \eta_{11} V_1 + \eta_{21} V_2 \\ V'_2 &= \eta_{12} V_1 + \eta_{22} V_2 \end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} I'_1 &= \eta_{11} I_1 + \eta_{12} I_2 \\ I'_2 &= \eta_{21} I_1 + \eta_{22} I_2. \end{aligned}$$

4.3 ORTHOGONALISATION DE SCHMIDT ET SCHÉMA GÉNÉRAL. — Nous avons montré au 4.1 que l'énergie prenait une forme simple si on l'exprimait en fonction des courants orthogonaux  $I'$ . Le paragraphe 2 nous a appris comment réaliser un changement de base à l'aide de  $n^2$  coupleurs.

Nous cherchons maintenant à réaliser le changement de base nécessaire à l'aide d'un minimum de coupleurs. La méthode de Schmidt [12] nous fournit la démarche adéquate. D'après cette méthode, si les courants  $I_i$  sont indépendants, il est toujours possible de trouver des coefficients  $\lambda_{ij}$  tels que les  $I'_i$  définis ci-dessous soient orthogonaux.

$$\begin{aligned} I'_1 &= I_1 \\ I'_2 &= \lambda_{12} I'_1 + I_2 \\ I'_3 &= \lambda_{13} I'_1 + \lambda_{23} I'_2 + I_3 \\ &\dots \end{aligned}$$

On voit que pour  $n$  courants il faudra trouver  $n(n-1)/2$  coefficients. Il est possible également, à l'aide d'un nombre identique de coefficients  $\lambda'_{ij}$ , d'exprimer les courants  $I'$  exclusivement en fonction des courants  $I$  :

$$\begin{aligned} I'_1 &= I_1 \\ I'_2 &= \lambda'_{12} I_1 + I_2 \\ I'_3 &= \lambda'_{13} I_1 + \lambda'_{23} I_2 + I_3 \\ &\dots \end{aligned}$$

La figure 13 montre comment élaborer des schémas tels que chaque courant  $I'$  passe dans une inductance positive. Chaque cadre en pointillés représente le schéma au rang  $n-1$ .

Pour le schéma à 4 enroulements

$$\begin{aligned} I_{\ell 1} &= I_1 \\ I_{\ell 2} &= \eta_{12} I_1 + I_2 \\ I_{\ell 3} &= \eta_{13} I_1 + \eta_{23} I_2 + I_3 \\ I_{\ell 4} &= \eta_{14} I_1 + \eta_{24} I_2 + \eta_{34} I_3 + I_4. \end{aligned}$$

Ces schémas comprennent  $n(n+1)/2$  paramètres à déterminer soit autant que d'éléments indépendants dans la matrice inductance. Ces paramètres se répartissent en  $n(n-1)/2$  rapports de couplages, et  $n$  inductances positives.

Les matrices inductances de ces schémas se calculent rapidement en procédant par itération comme suggéré ci-dessous :

- 1 enroulement (inductance) :

$$[L_1] = \text{matrice à élément valant } \ell_1$$

- 2 enroulements :

$$[L_2] = \begin{bmatrix} [L_1] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \ell_2 \begin{bmatrix} \eta_{12}^2 & \eta_{12} \\ \eta_{12} & \ell \end{bmatrix}$$

- 3 enroulements :

$$[L_3] = \begin{bmatrix} [L_2] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \ell_3 \begin{bmatrix} \eta_{13}^2 & \eta_{13} \eta_{23} & \eta_{13} \\ \eta_{13} \eta_{23} & \eta_{23}^2 & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & 1 \end{bmatrix}.$$

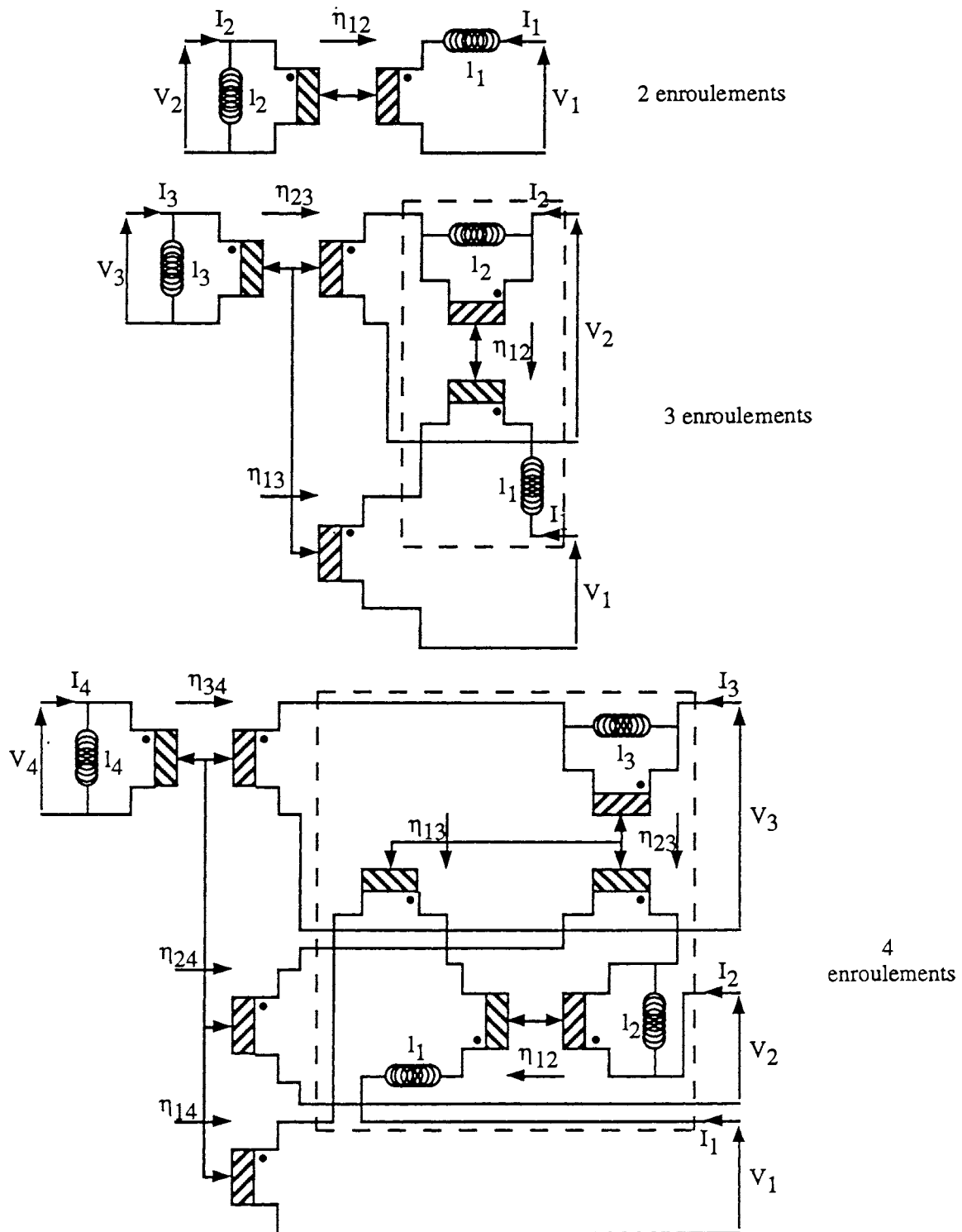


Fig. 13. — Schémas de transformateurs obtenus en utilisant la méthode de Schmidt.

[Transformer circuits obtained using Schmidt method.]

L'énergie magnétostatique du transformateur à  $n$  enroulements s'écrit maintenant :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ell_i \left( \sum_{j=1}^{i-1} \eta_{ji} I_j + I_i \right)^2. \quad (9)$$

Le fait que  $W$  soit positive ou nulle entraîne entre les  $L_{ij}$  de nombreuses inégalités qu'il ne faut pas perdre de vue lorsqu'on utilise (6). En revanche, dans (9), seuls les  $\ell_i$  doivent être positives...

**4.4 MESURE ET CALCUL DES PARAMÈTRES DU SCHÉMA GÉNÉRAL.** — En observant le schéma du transformateur à 4 enroulements de la figure 13, on constate que toutes ses inductances sont aisément accessibles à la mesure :

- $\ell_1$  = inductance vue de 1 quand toutes les entrées sont en court-circuit
- $\ell_2$  = inductance vue de 2 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1
- $\ell_3$  = inductance vue de 3 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1 et 2
- $\ell_4$  = inductance vue de 4 quand toutes les entrées sont en court-circuit sauf 1, 2 et 3.

Ainsi, ces inductances sont directement mesurables et donc nécessairement positives. Les rapports de couplages sont également mesurables directement :

$$\eta_{i4} = \frac{V_i}{V_4} \text{ en alimentant 4, les autres entrées restant à vide}$$

$$\eta_{i3} = \frac{V_i}{V_3} \text{ en alimentant 3, les autres entrées restant à vide sauf 4 en court-circuit}$$

$$\eta_{i2} = \frac{V_i}{V_2} \text{ en alimentant 2, les autres entrées restant à vide sauf 4 et 3 en court-circuit.}$$

La détermination des dix paramètres du schéma en fonction des dix coefficients indépendants de la matrice inductance s'opère facilement en identifiant les deux expressions de l'énergie magnétostatique (6) et (9). Le calcul est simple si on prend l'identification à rebours :  $L_{44}$ ,  $L_{43}$ ,  $L_{42}$ ,  $L_{41}$ ,  $L_{33}$ , ...

## 5. Simplifications.

**5.1 IDENTITÉ DE 2 ENROULEMENTS.** — Supposons que, parmi les enroulements d'un transformateur, deux soient identiques au point qu'on puisse permuter leurs bornes sans modifier le fonctionnement du composant. Prenons l'exemple d'un transformateur quatre enroulements.

L'énergie magnétostatique du système se calcule grâce à la formule (9). L'observation de la figure 13 montre que

$$W = \frac{1}{2} \ell_1 I_1^2 + \frac{1}{2} \ell_2 (\eta_{12} I_1 + I_2)^2 + \frac{1}{2} \ell_3 (\eta_{13} I_1 + \eta_{23} I_2 + I_3)^2 \\ + \frac{1}{2} \ell_4 (\eta_{14} I_1 + \eta_{24} I_2 + \eta_{34} I_3 + I_4)^2.$$

Si par exemple les enroulements 1 et 2 sont identiques, la permutation des courants  $I_1$  et  $I_2$  ne modifie pas  $W$  quels que soient  $I_3$  et  $I_4$ . Pourtant l'énergie s'écrit maintenant :

$$W = \frac{1}{2} \ell_1 I_1^2 + \frac{1}{2} \ell_2 (\eta_{12} I_2 + I_1)^2 + \frac{1}{2} \ell_3 (\eta_{13} I_2 + \eta_{23} I_1 + I_3)^2 \\ + \frac{1}{2} \ell_4 (\eta_{14} I_2 + \eta_{24} I_1 + \eta_{34} I_3 + I_4)^2.$$

L'identité des deux écritures devant être assurée quels que soient les quatre courants, cela implique des relations supplémentaires entre les divers paramètres du circuit :

$$\eta_{23} = \eta_{13}, \quad \eta_{24} = \eta_{14} \quad \text{et} \quad \ell_1 = \ell_2(1 - \eta_{12}^2).$$

Cette dernière égalité implique à son tour

$$|\eta_{12}| < 1, \quad \text{puisque} \quad \ell_1 > 0 \quad \text{et} \quad \ell_2 > 0. \quad (10)$$

L'identité des deux enroulements réduit donc le nombre de paramètres indépendants de dix à sept et  $W$  peut être exprimée en fonction de ces sept paramètres :

$$W = \frac{1}{2} \ell_2 (I_1^2 + I_2^2) + \ell_2 \eta_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} \ell_3 [\eta_{13} (I_1 + I_2) + I_3]^2 \\ + \frac{1}{2} \ell_4 [\eta_{14} (I_1 + I_2) + \eta_{34} I_3 + I_4]^2.$$

Le nombre de coefficients indépendants de la matrice inductance subit la même réduction :  $L_{11} = L_{22}$  et, pour  $i > 2$ ,  $L_{i1} = L_{i2}$  ainsi que  $L_{1i} = L_{2i}$ .

L'énergie représentée par les deux premiers termes peut être écrite comme une somme de deux termes positifs.  $W$  prend alors la forme suivante :

$$W = \frac{1}{2} \ell_2 \frac{1 + \eta_{12}}{2} (I_1 + I_2)^2 + \frac{1}{2} \ell_2 \frac{1 - \eta_{12}}{2} (I_1 - I_2)^2 + \frac{1}{2} \ell_3 [\eta_{13} (I_1 + I_2) + I_3]^2 \\ + \frac{1}{2} \ell_4 [\eta_{14} (I_1 + I_2) + \eta_{34} I_3 + I_4]^2. \quad (11)$$

En tenant compte de (10), on a les propriétés suivantes :

$$\ell_2 \frac{1 + \eta_{21}}{2} > 0 \quad \text{et} \quad \ell_2 \frac{1 - \eta_{21}}{2} > 0.$$

Si on omet le second terme de (11), on reconnaît l'expression de l'énergie d'un système à trois enroulements dont les courants sont  $I_{12} = I_1 + I_2$ ,  $I_3$  et  $I_4$ . Le second terme peut être interprété comme étant l'énergie stockée par une inductance parcourue par  $I_1 - I_2$ .

Le circuit représentant un transformateur à quatre enroulements dont deux sont identiques s'obtient donc en partant de celui d'un transformateur à trois enroulements auquel on adjoint, sur l'une des sorties, le circuit de dédoublement suivant :

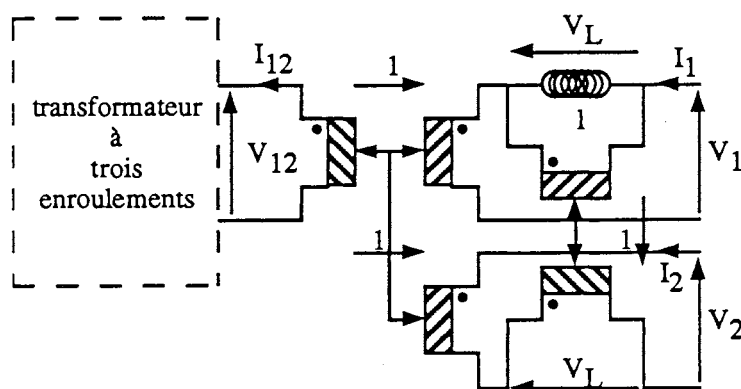


Fig. 14. — Prise en compte de deux enroulements identiques.

[Taking identity of two windings into account.]

Dans ce circuit, les valeurs de  $\ell$ ,  $I_{12}$ ,  $V_{12}$  sont

$$\ell = \ell_2 \frac{1 - \eta_{12}}{2}, \quad I_{12} = I_1 + I_2, \quad V_{12} = V_1 + V_L = V_2 - V_L = \frac{V_1 + V_2}{2}.$$

Pour rendre ce dessin plus symétrique, on peut partager  $\ell$  en deux en la représentant par deux inductances à 21 placées de part et d'autre du coupleur.

Si les 2 enroulements ne sont pas isolés (enroulement à point milieu), on peut alors supprimer le coupleur « vertical », et le schéma devient celui de la figure 15.

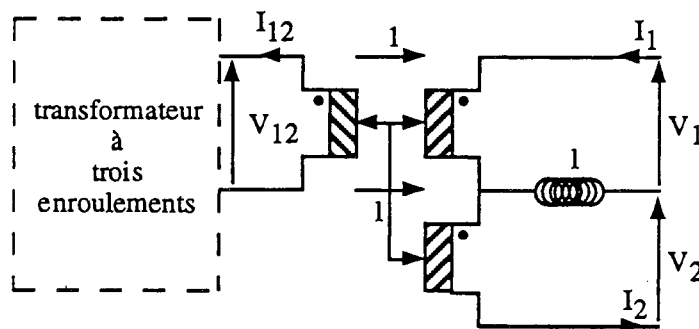


Fig. 15. — Simplification dans le cas d'un enroulement à point milieu.

[Simplification in case of a middle point winding.]

Ces résultats se généralisent aisément pour un transformateur à  $n$  enroulements.

**5.2 PRISE EN COMPTE D'UN FORT COUPLAGE.** — La simplification précédente n'exigeait aucune approximation. Celle-ci en nécessite une très souvent admissible en pratique : elle suppose que deux enroulements sont très fortement couplés entre eux alors qu'ils le sont plus faiblement aux autres.

Reprenons l'exemple d'un transformateur à quatre enroulements dans lequel les enroulements 3 et 4 sont parfaitement couplés entre eux alors qu'ils le sont plus faiblement aux autres. Une identification directe grâce à la matrice impédance déduite du dernier schéma de la figure 13 permet d'obtenir le coefficient de couplage entre les enroulements 3 et 4 :

$$\begin{aligned} L_{33} &= \eta_{34}^2 \ell_4 + \ell_3 \\ L_{34} &= \eta_{34}^2 \ell_4 \\ L_{44} &= \ell_4 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad |k_{34}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\ell_3}{\eta_{34}^2 \ell_4}}}.$$

Pour que le couplage soit parfait,  $\ell_3$  doit donc être nulle. L'énergie magnétostatique s'écrit alors

$$W = \frac{1}{2} \ell_1 I_1^2 + \frac{1}{2} \ell_2 (\eta_{12} I_1 + I_2)^2 + \frac{1}{2} \ell_4 (\eta_{14} I_1 + \eta_{24} I_2 + \eta_{34} I_3 + I_4)^2.$$

En posant  $I'_3 = \eta_{34} I_3 + I_4$ , on fait apparaître l'énergie d'un système à trois entrées. Le schéma du transformateur devient celui de la figure 16 :



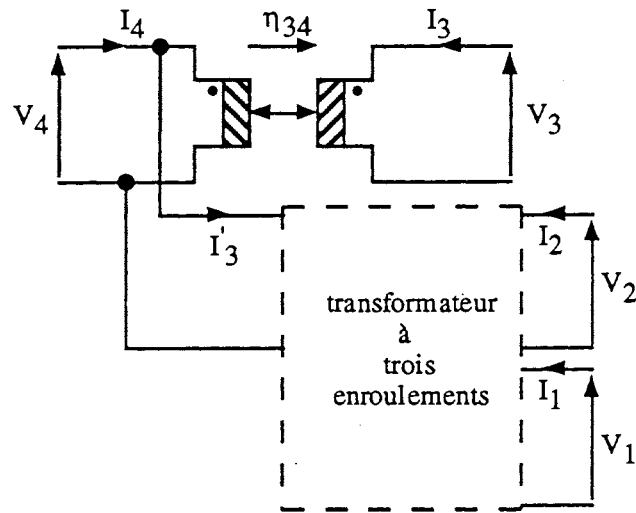


Fig. 16. — Schéma idéal lorsque deux enroulements sont très fortement couplés.

[Ideal circuit when two windings are perfectly coupled.]

En outre, l'identification des deux formes de l'énergie magnétostatique (6) et (9) permet de montrer que l'on a les relations suivantes entre les  $L_{ij}$  associés aux lignes et colonnes 3 et 4 :

$$L_{33} = \eta_{34}^2 L_{44} \quad \text{et} \quad L_{i3} = \eta_{34} L_{i4} . \quad (12)$$

Les deux relations précédentes se généralisent aisément dans le cas d'un transformateur à  $n$  entrées.

Le schéma de la figure 16 est idéalisé car le couplage n'est en pratique jamais parfait. En effet, l'inductance de l'entrée 3 n'est pas nulle lorsque l'entrée 4 est en court-circuit. Pour

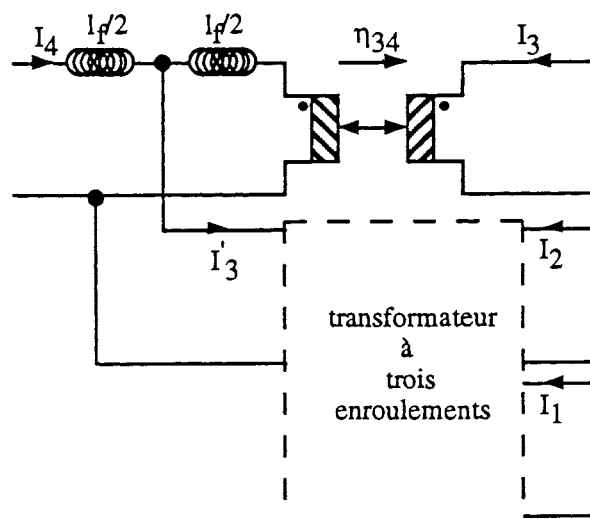


Fig. 17. — Schéma pratique lorsque deux enroulements sont très fortement couplés.

[Realistic circuit usual when two windings are very tightly coupled.]

améliorer le réalisme du schéma, il faut y introduire des fuites, conformément à ce qui est fait pour le transformateur à deux enroulements. En utilisant pour ce dernier le modèle en  $T$  de la figure 8, l'entrée coté  $I'_3$  du transformateur à trois enroulements fournit l'inductance parallèle (magnétisante).

## 6. Application à un transformateur triphasé trois colonnes.

6.1 DESCRIPTION DU TRANSFORMATEUR ÉTUDIÉ. — Nous avons pris l'exemple d'un transformateur triphasé à 6 enroulements qui a été étudié au laboratoire [13], dont la géométrie est décrite par la figure 18, et dont les caractéristiques principales sont :

$$P_N = 12,5 \text{ kVA} \quad V_{N1} = 83 \text{ V} \quad V_{N2} = 220 \text{ V}.$$

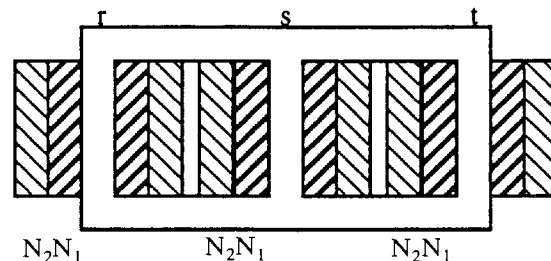


Fig. 18. — Géométrie du transformateur étudié.

[Studied transformer geometry.]

Les colonnes étant nommées  $r, s, t$ ,  $r_2$  désigne le secondaire qui est sur la colonne  $r$ .

L'observation de la géométrie de ce transformateur montre d'une part que les enroulements des colonnes  $r$  et  $t$  jouent le même rôle, d'autre part que le couplage entre le primaire et le secondaire d'une même jambe doit être beaucoup plus fort que celui entre enroulements de jambes différentes. La matrice inductance mesurée dans l'étude initiale figure ci-dessous :

$$[L] = \begin{matrix} & \begin{matrix} r_1 & s_1 & t_1 & r_2 & s_2 & t_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} r_1 \\ s_1 \\ t_1 \\ r_2 \\ s_2 \\ t_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 111 & -69 & -42 & 292 & -182 & -110 \\ -69 & 137 & -68 & -182 & 362 & -180 \\ -42 & -68 & 110 & -110 & -180 & 290 \\ 292 & -182 & -110 & 775 & -482 & -292 \\ -182 & 362 & -180 & -482 & 960 & -477 \\ -110 & -180 & 290 & -292 & -477 & 770 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (13)$$

(les valeurs sont en mH).

6.2 PRISE EN COMPTE DES SIMPLIFICATIONS. — On constate, en rapprochant certains coefficients, qu'aux erreurs de mesures près ( $\approx 1,5\%$ ), des égalités apparaissent :

$$L_{r_1} = L_{t_1} \quad L_{r_1 s_1} = L_{t_1 s_1} \quad L_{r_1 s_2} = L_{t_1 s_2} \quad L_{r_1 r_2} = L_{t_1 t_2} \quad L_{r_1 t_2} = L_{t_1 r_2} \quad L_{s_1 r_2} = L_{s_1 t_2}$$

$$L_{s_2 r_2} = L_{s_2 t_2} \quad L_{r_2} = L_{t_2}.$$

Ainsi l'inversion complète des colonnes  $r$  et  $t$  ne change pas le système et elles peuvent bien être considérées comme identiques.

D'autre part, le calcul des coefficients de couplages fournit les résultats suivants :

$$k_{r_1 r_2} = \frac{L_{r_1 r_2}}{\sqrt{L_{r_1 r_1} L_{r_2 r_2}}} = 0,996 \quad k_{s_1 s_2} = \frac{L_{s_1 s_2}}{\sqrt{L_{s_1 s_1} L_{s_2 s_2}}} = 0,998$$

$$k_{t_1 t_2} = \frac{L_{t_1 t_2}}{\sqrt{L_{t_1 t_1} L_{t_2 t_2}}} = 0,996$$

et pour  $I$  et  $J$  variant de 1 à 2 :

$$k_{r_1 s_1} = -0,56 \quad k_{r_1 t_1} = -0,38 \quad k_{s_1 t_1} = -0,55.$$

Ceci confirme la pertinence de l'hypothèse concernant les couplages.

**6.3 SCHÉMA ÉQUIVALENT AU COUPLAGE DES TROIS PRIMAIRES.** — En tenant compte des propriétés détaillées plus haut, nous pouvons représenter  $r_1$ ,  $s_1$ ,  $t_1$  comme sur la figure 19 :

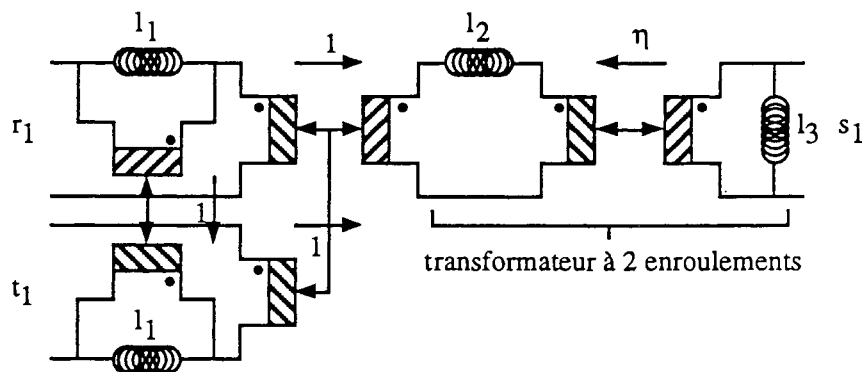


Fig. 19. — Schéma initial représentant les trois primaires.

[Initial circuit representing the three primary windings.]

En faisant passer  $\ell_2$  de l'autre côté du coupleur de rapport  $\eta$ , et en changeant le sens puis la valeur des coupleurs de rapport 1, on peut éliminer un coupleur. Le schéma devient alors celui de la figure 20.

On remarque que ce schéma comporte quatre paramètres ajustables, ce qui correspond au nombre de coefficients indépendants de la matrice inductance (3,3) lorsque deux entrées sont identiques. Le calcul des quatre paramètres peut se faire en identifiant la partie de la matrice (13) relative aux trois primaires, avec la matrice inductance du circuit, ce qui fournit l'égalité suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \ell_1 + \eta^2 \ell_2 + \eta^2 \ell_3 & \eta \ell_3 & -\frac{1}{2} \ell_1 + \eta^2 \ell_2 + \eta^2 \ell_3 \\ \eta \ell_3 & \ell_3 & \eta \ell_3 \\ -\frac{1}{2} \ell_1 + \eta^2 \ell_2 + \eta^2 \ell_3 & \eta \ell_3 & \frac{1}{2} \ell_1 + \eta^2 \ell_2 + \eta^2 \ell_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 111 & -69 & -42 \\ -69 & 137 & -68 \\ -42 & -68 & 110 \end{bmatrix}$$

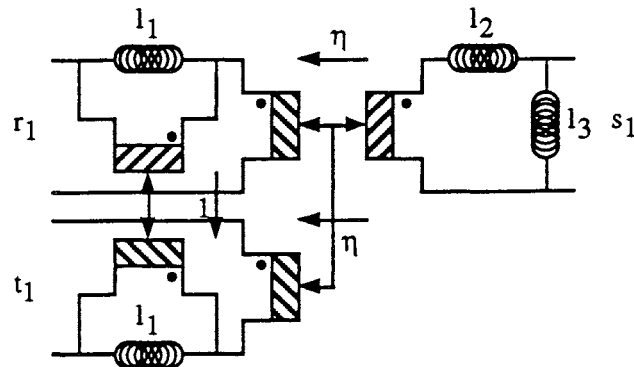


Fig. 20. — Schéma final représentant les trois primaires.

[Ultimate circuit representing the three primary windings.]

L'imprécision des mesures et les imperfections de la symétrie apparaissent alors car les deux égalités suivantes attendues ne sont pas parfaitement vérifiées par les valeurs expérimentales :

$$L_{r_1 s_1} = L_{s_1 t_1} (-69 \text{ mH} \neq -68 \text{ mH}) \quad \text{et} \quad L_{r_1 r_1} = L_{t_1 t_1} (111 \text{ mH} \neq 110 \text{ mH}).$$

En prenant alors respectivement pour ces coefficients les valeurs moyennes  $-68,5 \text{ mH}$  et  $110,5 \text{ mH}$ , on obtient :

$$\eta = -1 \quad \ell_1 = 152,5 \text{ mH} \quad \ell_2 = 0 \text{ mH} \quad \ell_3 = 137 \text{ mH}.$$

$\ell_2$  représente la part de flux créée dans une colonne et non récupérée dans une des deux autres. Sa valeur est très faible ( $68 \text{ mH} + 42 \text{ mH} - 110 \text{ mH} \neq 0$ ) devant celle des autres inductances et l'obtention d'une valeur nulle s'explique par l'imprécision sur les éléments de la matrice  $[L]$ . En pratique, cette valeur, inférieure à  $1 \text{ mH}$ , se déduit d'essais en court-circuit.

**6.4 SCHÉMA ÉQUIVALENT DU TRANSFORMATEUR COMPLET.** — En tenant compte maintenant du très fort couplage primaire-secondaire sur une même jambe, nous devons ajouter trois coupleurs associés à trois inductances pour représenter complètement le transformateur. Compte tenu des valeurs des coefficients de couplages  $k \neq 1$ , les rapports de couplages  $\eta$  sont choisis égaux au rapport de transformation  $220 \text{ V}/83 \text{ V} = 2,65$ . On obtient ainsi le schéma de la figure 21.

Les inductances  $\ell_{fr}$ ,  $\ell_{fs}$  et  $\ell_{ft}$  représentent les fuites respectives de chaque colonne. Leurs valeurs faibles devant les coefficients  $L_{ij}$  permettent de les représenter indifféremment au primaire, au secondaire, ou comme indiqué au 5.2. Des mesures en court-circuit [13] montrent que l'ordre de grandeur de  $\ell_f$  est  $0,4 \text{ mH}$ .

Si on néglige les inductances de fuites  $\ell_{fr}$ ,  $\ell_{fs}$  et  $\ell_{ft}$ , la matrice inductance du système complet se déduit de celle relative aux 3 primaires grâce aux relations suivantes déduites des relations (12) :

$$L_{l_2 J_2} = 2,65^2 L_{l_1 J_1} \quad \text{et} \quad L_{l_1 J_2} = 2,65 L_{l_1 J_1}$$

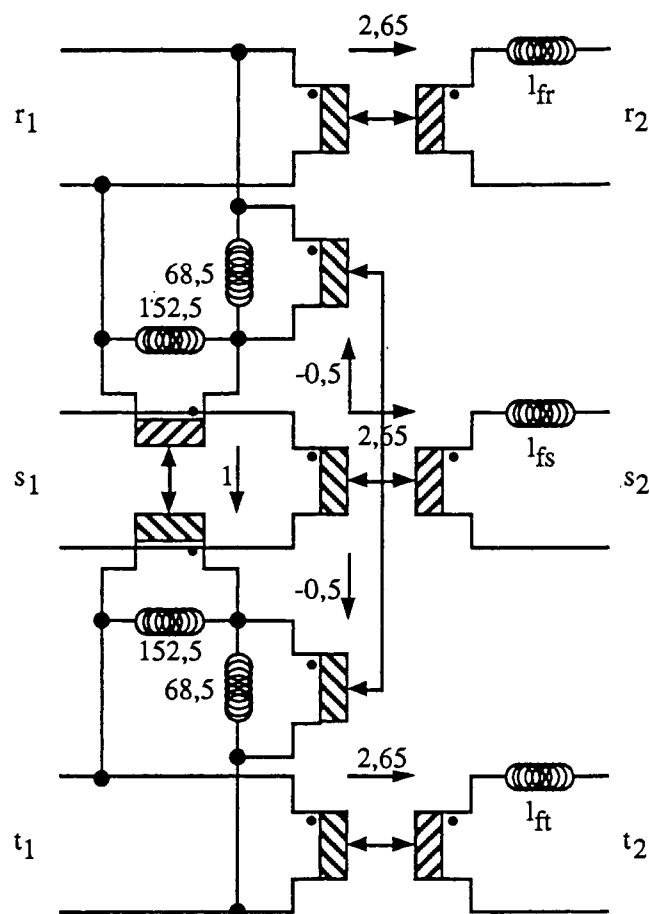


Fig. 21. — Schéma complet du transformateur triphasé six enroulements.

[Complete circuit of the six winding three phase transformer.]

On a alors la matrice suivante, dont les éléments peuvent être comparés à ceux de la matrice (13)

$$[L] = \begin{bmatrix} r_1 & s_1 & t_1 & r_2 & s_2 & t_2 \\ r_1 & 110,5 & -68,5 & -42 & 293 & -181,5 & -111,5 \\ s_1 & -68,5 & 137 & -68,5 & -68,5 & 363 & -181,5 \\ t_1 & -42 & -68,5 & 110,5 & -111,5 & -181,5 & 293 \\ r_2 & 293 & -68,5 & -111,5 & 776 & -481 & -295 \\ s_2 & -181,5 & 363 & -181,5 & -481 & 962 & -481 \\ t_2 & -111,5 & -181,5 & 293 & -295 & -481 & 776 \end{bmatrix}.$$

On constate que les différences sont très faibles ( $< 1,5\%$ ).

Ce schéma permet d'étudier le fonctionnement du transformateur en régime déséquilibré, et en particulier les cas extrêmes : phase temporairement à vide ou en court-circuit (défaut fuitif).

### 7. Conclusion.

Les méthodes présentées permettent de générer des schémas équivalents simples pour traduire le couplage magnétique de plusieurs bobinages. La méthode dite par orthogonalisation présente l'avantage de n'introduire que des inductances positives : chacune peut être l'objet d'une interprétation physique individuelle, et le schéma obtenu peut être introduit dans un logiciel de simulation électronique.

La modélisation du fonctionnement haute fréquence d'un transformateur amène à fractionner ses enroulements pour introduire des capacités : un enroulement à deux couches est regardé comme un ensemble de deux enroulements couplés reliés extérieurement. Dans cette optique le travail présenté ici peut s'avérer utile pour l'étude de transformateurs à faible nombre d'enroulements.

Notons enfin que la notion de coupleur ainsi que les méthodes, ici appliquées à l'énergie magnétostatique, sont transposables à l'énergie électrostatique. Leur utilité a été démontrée lors de l'étude des couplages capacitifs (capacités parasites) dans les transformateurs [3].

### Bibliographie

- [1] Flanagan W. M., Handbook of Transformer Applications (Mc Graw-Hill Book Company, 1986) pp. 2.1-2.9.
- [2] Laveuve E., Modélisation des Transformateurs des Convertisseurs Haute Fréquence, Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble (septembre 1991).
- [3] Keradec J. P., Cogitore B., Laveuve E., Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs haute fréquence, *Rev. Générale Elec.* n° 5 (mai 1992) 36-47.
- [4] Cogitore B., Keradec J. P., Barbaroux J., The Two Winding Ferrite Core Transformer : An Experimental Method to obtain a Wide Frequency Range Equivalent Circuit, IMTC 93, *IEEE* (May 1993) Irvine, California.
- [5] Laveuve E., Keradec J. P., Meunier G., Influence of Induced Currents in Conductors on Leakage and Losses in a Transformer, *Elec. Machines Power Systems* 19 (1991) pp. 55-68.
- [6] Cogitore B., Keradec J. P., Cornec R., Representation of Copper Losses of Magnetic Components in High Frequency : An Equivalent Circuit with Fixed Value Model, EECC 93, ESA (May 1993) Noordwijk, The Netherlands.
- [7] Hsu S. P., Middlebrook R. D., Cuk S., Transformer Modelling and Design for Leakage Control.
- [8] Landau, Lifschitz, Physique statistique (éditions Mir, Moscou, 1967) pp. 454-457.
- [9] Landau, Lifschitz, Electrodynamique des milieux continus (éditions Mir, Moscou, 1969) pp. 176-178.
- [10] Dawhajre A. A., Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits, Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, Division of Engineering and Applied Science, Pasadena, California (April 1986).
- [11] Dawhajre A. A., Middlebrook R. D., Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits, PESC'86, *IEEE* (Vancouver, June 1986).
- [12] El-Hamamsy S., Chang E. I., Magnetic Modelling for Computer Aided Design of Power Electronic Circuits, PESC 89, *IEEE*, pp. 635-645.
- [13] Leitloff V., La modélisation des transformateurs dans CIRCUIT, 2ème Studienarbeit, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (juin 1990) pp. 53-59.









---

## INFLUENCE OF INDUCED CURRENTS IN CONDUCTORS ON LEAKAGE AND LOSSES IN A TRANSFORMER

---

E. LAVEUVE, J. P. KERADEC, and G. MEUNIER

*Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble  
CNRS-UA 355, BP 46  
38402 St. Martin d'Heres  
Cedex, France*

### ABSTRACT

The precision of the classical equivalent circuit of a transformer is not sufficient for the software simulation of a high frequency power supply to be true. In this paper we show that, by adding some components to the classical circuit, eddy currents in windings can be taken into account. First, this modification was deduced from experimental results. Then, thanks to an homogeneous layer model, an analytical study was carried out. This enabled the above circuit to be justified and expressions to be derived for the supplementary components values. Finally, a more exact geometry was investigated thanks to an electromagnetic software simulation. The corresponding results agree well with analytical and experimental ones.

### I. INTRODUCTION

Because of the frequency increase in power supplies, the comprehension of the high frequency operation of a transformer must be deepened. In this paper, the influences of eddy currents in conductors are studied.

An experimental study in linear state allows a transformer built on an E55 core to be characterized up to 40 MHz. An equivalent circuit with localized constants has been deduced. The parameters of this equivalent circuit are exact up to 3 MHz.

The comparison between two similar transformers shows that eddy currents which appear in conductors can be modeled by supplementary elements on the equivalent circuit. By replacing the winding concerned with an equivalent homogeneous conducting layer, the analytical expressions of the supplementary elements are derived.

Thanks to an electromagnetic simulation software using finite elements, FLUX2D [1], the eddy current distribution and its influence on the magnetic flux are computed. These results are compared with the experimental data and results supplied by the analytical model.

### II. EXPERIMENTAL TRANSFORMERS

To show the influence of eddy currents in a winding, two similar transformers have been specially built (fig.1). The presence of an internal winding in the second transformer is the only difference between the two. This winding is always open during the measurements : only eddy currents can circulate in it.

Using Litz wire, the eddy currents induced and consequent skin effects are negligible in primary and secondary windings at frequencies below 3 MHz.

Finally, in order to make comparison easier, the space between primary and secondary winding is the same for the two transformers : cardboard replaces the internal winding in transformer 1.

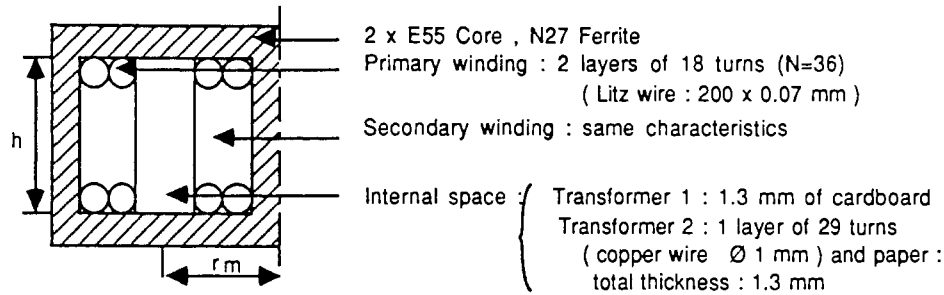


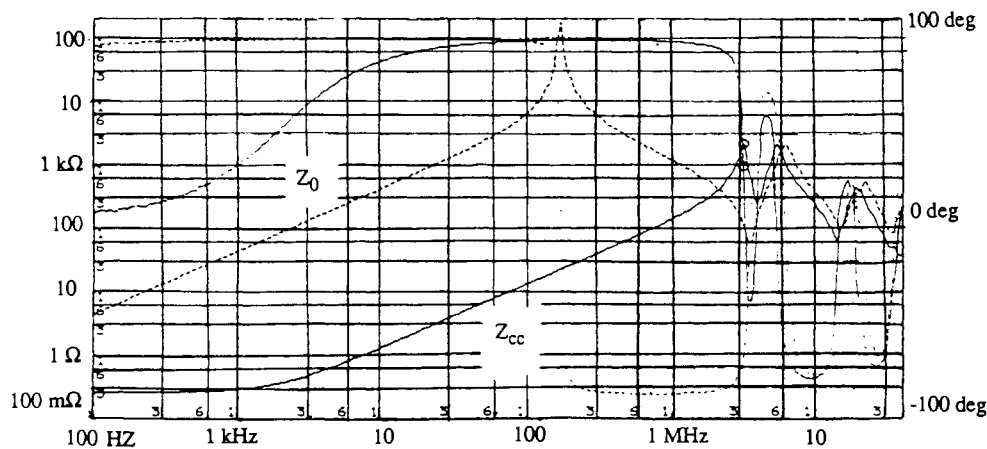
Figure 1 Transformer detail

### III. EXPERIMENTAL MEASUREMENTS

During the measurements, the internal winding stays in open circuit, while a terminal from each winding is connected to a common potential. These devices are real passive quadripoles and the linearity is preserved by keeping induction less than 100 mT.

To characterize entirely such a device, three complex coefficients have to be known: for instance, the three independent elements of the impedance matrix. Experimentally, the primary impedance with secondary open ( $Z_0$ ), the primary impedance with secondary short ( $Z_{cc}$ ) and the open voltage gain ( $G_0$ ) are measured.

These measurements are made between 100 Hz and 40 MHz thanks to an HP4194 impedance/gain analyzer. Each transformer is thus characterized by three Bode diagrams. To complete characterization, the winding resistances in direct current are measured. Figure 2 shows the Bode diagrams of transformer 1.



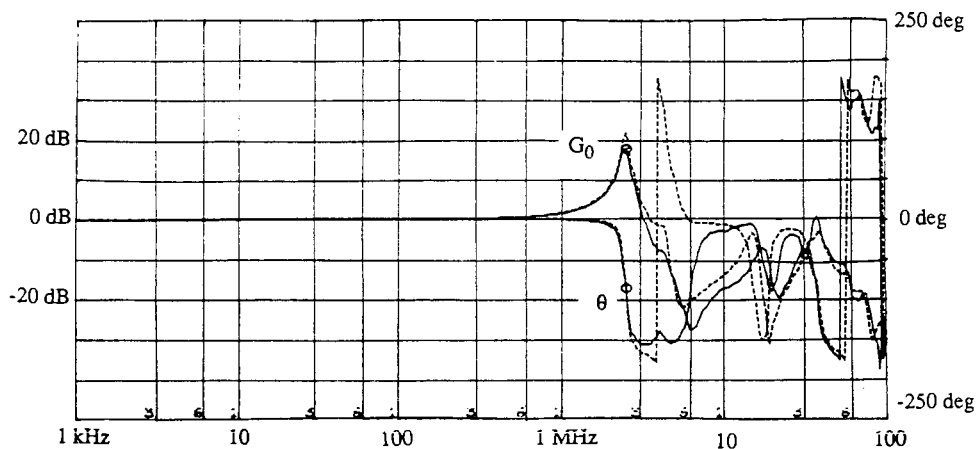


Figure 2 Bode diagrams of transformer 1

#### IV. EQUIVALENT CIRCUIT

Using the preceding measurements, an equivalent circuit with lumped impedance elements is deduced [2]. This circuit is correct up to a 3 MHz frequency. Beyond this frequency, the description with defined elements is inadequate probably because of propagative phenomena.

On figure 3, the equivalent circuits obtained for the two transformers are shown. They are empirically established: by progressive complexity, their Bode diagrams ( $Z_0, Z_{CC}, G_0$ ), are adjusted to coincide with the experimental measurements as far as possible in frequency. There are no perfect transformers on these equivalent circuits because of the identical turn numbers in secondary and in primary windings.

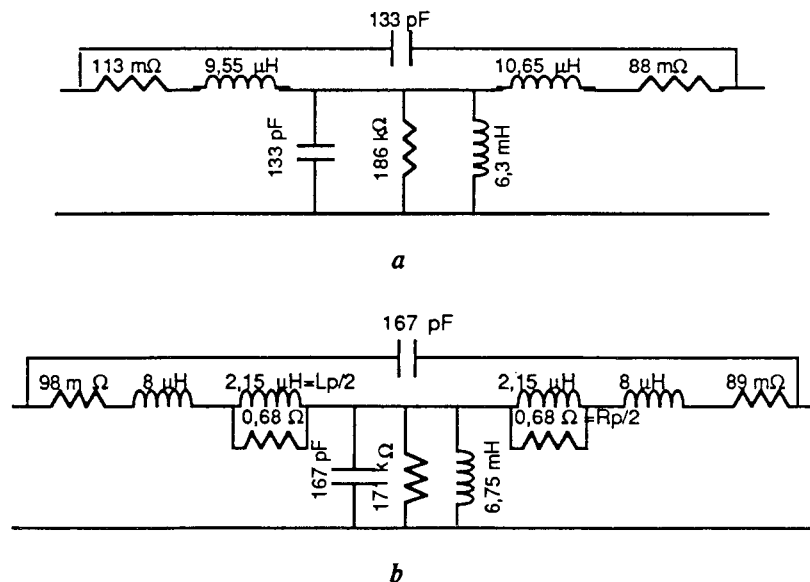
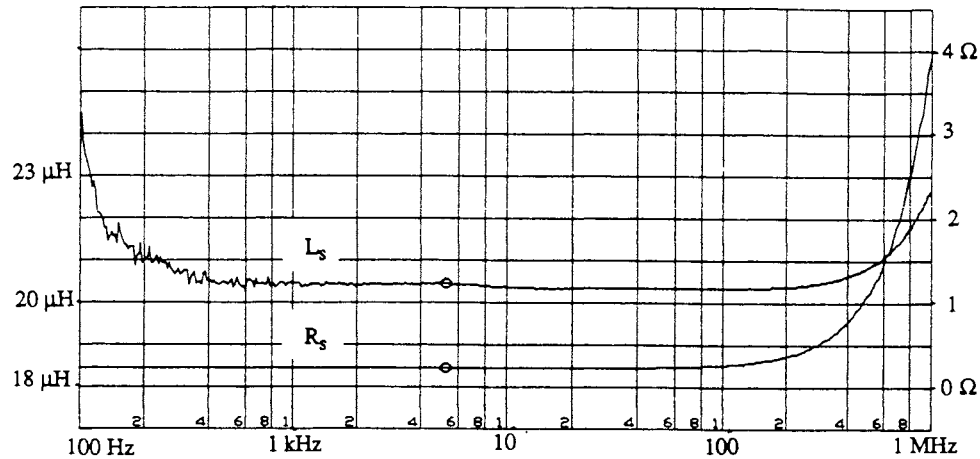
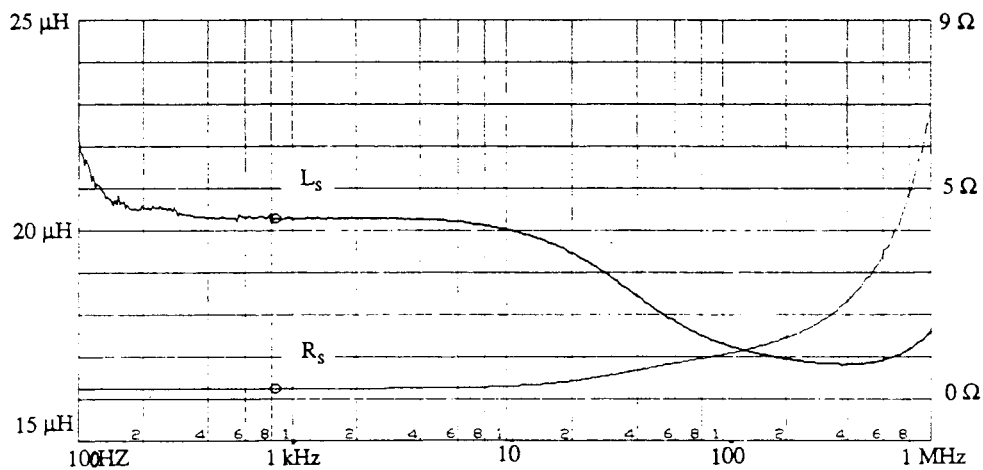


Figure 3 Equivalent circuits  
a. Transformer 1  
b. Transformer 2

On the second equivalent circuit (Transformer 2), the presence of the internal winding induces a modification of the series impedance. In order to measure these impedances accurately enough, the HP4194 impedance/gain analyzer is used differently.  $Z_{CC}$  is measured between 400 Hz and 400 kHz and results are shown as series inductance and resistance ( $L_s, R_s$ ). Figure 4 shows the important difference appearing between the two transformers impedances.



a



b

Figure 4 Serie inductance and resistance  
a. Transformer 1  
b. Transformer 2

## V. STUDY OF SERIES INDUCTANCE IN LOW FREQUENCY

First, the leakage inductance of transformer 1 is evaluated by studying its short circuit behaviours. The equivalent circuit (fig.3) shows that between 400 Hz and 400 kHz, almost all the reactive power is stocked in the two series inductances. In this frequency range, the reactive part of  $Z_{cc}$  can be assumed as equal to the total leakage inductance  $l_f$ :

$$l_f = 9,55 + 10,65 = 20,2 \mu\text{H}$$

This value is directly shown on the experimental curves of figure 4. The analytical expression of  $l_f$  is deduced from the magnetostatic stored energy calculation during a short circuit operation.

$$W = 1/2 l_f I^2 = 1/2 \mu_0 \int_{\forall} H^2 d\forall$$

To evaluate the integral, classical hypotheses are used :

- the windings and the space dividing them are cylindrical coaxial tubes of the same height  $h$
- the magnetic excitation outside the core is parallel to the winding axe, and is constant on the whole height. It is zero against the core
- the current densities are uniform in the two windings

Figure 5 defines the geometric parameters of the system and shows the radial variation of the excitation which results from the previous hypotheses.

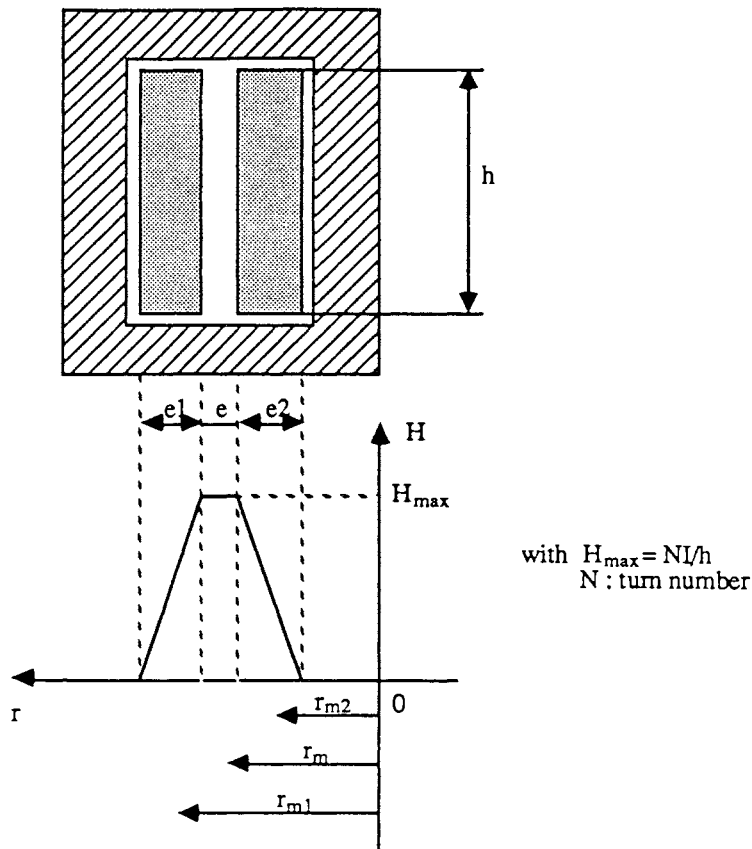


Figure 5 Magnetic excitation in short circuit

The curve radius of each winding is large relative to its thickness. Thus the average quadratic excitation is very close to this obtained with a flat layer of the same dimensions.

$$H_{\text{average}}^2 = H_{\text{max}}^2 / 3$$

Thus  $l_f$  is directly derived:

$$l_f = \frac{2\pi\mu_0 N^2}{h} \left[ \frac{r_{m1} \cdot e_1}{3} + \frac{r_{m2} \cdot e_2}{3} + r_m \cdot e \right] \quad (1)$$

From this relation, the leakage inductance is calculated. This gives 20.6  $\mu\text{H}$ . This value is very near this measured. It is seen too that an important part of this inductance (7,5 $\mu\text{H}$ ), is associated to the stored energy localized in the space between the windings (thickness  $e$ ).

## VI. ANALYTICAL STUDY OF EDDY CURRENTS

Now, transformer 2 is studied. It is noticed first that under 5 kHz, the internal winding has no measurable influence (fig.4). Particularly, the same value of leakage inductance is found as for transformer 1.

When frequency increases and skin depth becomes comparable to the wire radius of the internal winding, two phenomena appear simultaneously: the dissipation caused by the eddy currents in the copper is no longer negligible and the magnetic excitation decreases in the copper [3]. This last phenomenon leads to a reduction of the stored energy and consequently, of the leakage inductance [4]. The experimental measurements show (fig.4) that the series resistance increases while the series inductance decreases.

Substituting the real conductors by an homogeneous equivalent foil as Dowell [5] did, Jongsma [6] studied the dissipated power in the conductors [7]. Using the same model, Skutt and Al [8] evaluated the reactive power in the foil. Thus they explained variations of leakage inductance according to frequency.

In order to evaluate the elements expressing these phenomena on the equivalent circuit, the results are completed.

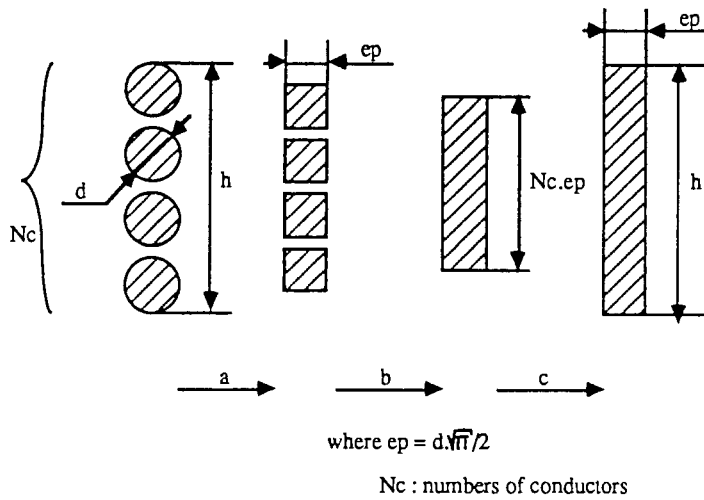


Figure 6 Dowell equivalent foil

First, the Dowell method, which allows real conductors to be replaced by an equivalent foil, is shown on figure 6. This change consists of three phases :

- the round wires are replaced by square conductors of the same cross-sectional area
- they are brought together into a single foil layer
- the foil is stretched so that it covers the height of the winding and effective resistivity  $\rho_{eff}$  is attributed to it, defined by :

$$\rho_{eff} = \rho_{cu} \cdot \frac{h}{N_c \cdot e_p}$$

where  $\rho_{cu}$  is the resistivity of the copper

The behaviour of this equivalent foil can be now studied when it is submitted to a sinusoidal uniform magnetic excitation of an amplitude  $H_{max}$ . Active and reactive powers entering the foil volume (thickness  $e_p$ , length  $2\pi r_m$ , height  $h$ ) are calculated in appendix. It is shown that:

$$P_a = R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi}{6} \cdot \frac{\text{sh}\varphi - \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi}$$

$$P_r = R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi^2}{6} \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\text{sh}\varphi + \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi}$$

$$\text{where } R = \rho_{eff} \cdot \frac{2\pi r_m}{h \cdot e_p} \cdot 12, \quad \varphi = \frac{e_p}{\delta} \quad \text{and} \quad \delta = \sqrt{\frac{2\rho_{eff}}{\mu_0\omega}}$$

In these expressions and in the following, all sinusoidal variables are characterized by their rms values.

$\rho_{eff}$  and  $e_p$  are respectively the resistivity and the thickness of the equivalent foil and  $\delta$  the skin depth in this foil. Explaining  $\rho_{eff}$  and  $e_p$ , we notice that  $R$  is directly linked to the resistance  $R_i$  of the internal winding :

$$R = \frac{12 \cdot R_i}{N_c^2}$$

Expressing  $H$  according to the current  $I$  which flows through each of the  $N_p$  turns of the primary and identifying  $P_a$  and  $P_r$  with respectively  $R_s I^2$  and  $L_s \omega I^2$ , the series representation (put back to the primary) of this foil is obtained :

$$\begin{aligned} R_s &= R_p \cdot \frac{\varphi}{6} \cdot \frac{\text{sh}\varphi - \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi} \\ L_s &= L_p \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\text{sh}\varphi + \sin\varphi}{\text{ch}\varphi + \cos\varphi} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{with: } R_p = N_p^2 \cdot R = 12 \cdot \left(\frac{N_p}{N_c}\right)^2 \cdot R_i$$

$$L_p = \frac{2\pi\mu_0 N_p^2}{h} \cdot r_m \cdot e_p \quad (3)$$



Comparing the previous expression of  $L_p$  and the expression (1), we note that  $L_p$  is the part of the leakage inductance corresponding to the stored magnetic energy in the equivalent foil.

$R_p$  and  $L_p$  constants allow a cut-off frequency  $f_c$  to be defined :

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot L_p/R_p}$$

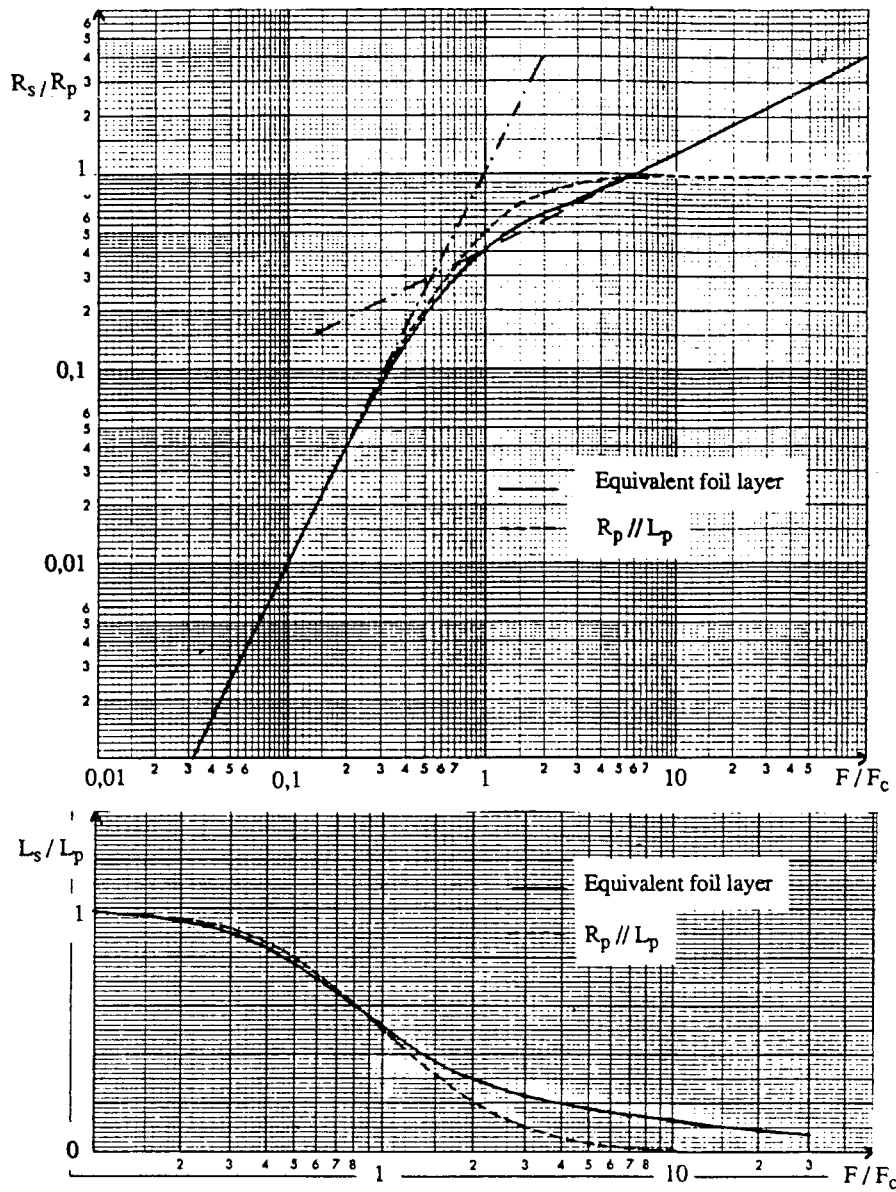


Figure 7 Equivalent foil model and approximation  $R_p // L_p$

Then  $R_s$  and  $L_s$  are easily studied according to the reduced frequency  $X=f/f_c$  because  $\varphi=\sqrt{6X}$ . Note that  $f_c$  is also the frequency for which the skin depth is equal to the thickness of the foil divided by  $\sqrt{6}$ .

The study of the low frequency behaviours of  $R_s$  and  $L_s$  shows a very close analogy with the study of a dipole made with  $R_p$  and  $L_p$  connected in parallel. On figure 7, the  $R_s$  and  $L_s$  values given by the relations (2) are compared with those deduced from  $R_p$  and  $L_p$  connected in parallel. This dipole gives a very correct approximation when  $f < 2f_c$ , i.e. as long as the skin depth is 0,3 times thicker than the foil.

Finally, the expressions (3) giving the  $R_p$  and  $L_p$  were evaluated. Respectively, these values are  $1,35 \Omega$  and  $5,12 \mu H$ . The experimental values tally well, as shown on figure 3 :  $1,36 \Omega$  and  $4,3 \mu H$ . Note that the experimental determination of  $L_p$  is tricky : a resonance not taken into account in the model prevents the asymptotic value of the series inductance which would allow  $L_p$  to be evaluated properly from being known.

Finally, it should be mentioned that, contrary to common practice, a height  $h$  equal to that of the windings (33 mm) and not equal to that of the window (38 mm) was attributed to the homogeneous foils. This choice proved judicious, particularly when comparing with finite element analysis. This last approach not being interfered with parasitic capacity effects, the deduced value of  $L_p$  has no ambiguity [9].

## VII.FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THE INTERNAL WINDING

A complementary study has been carried out using the electromagnetic simulation software FLUX2D [1]. This has allowed the real geometry of the internal winding of transformer 2 to be taken into account. It is no longer replaced by an homogeneous foil, but as shown on figure 8, it is schematized by a periodic sheet of straight and coplanar cylindrical conductors. The adopted gaps result from the thickness of different insulators : varnish and cardboard.

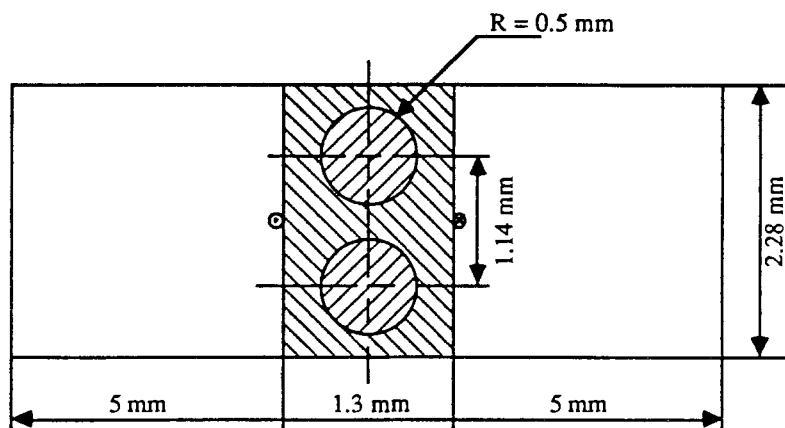
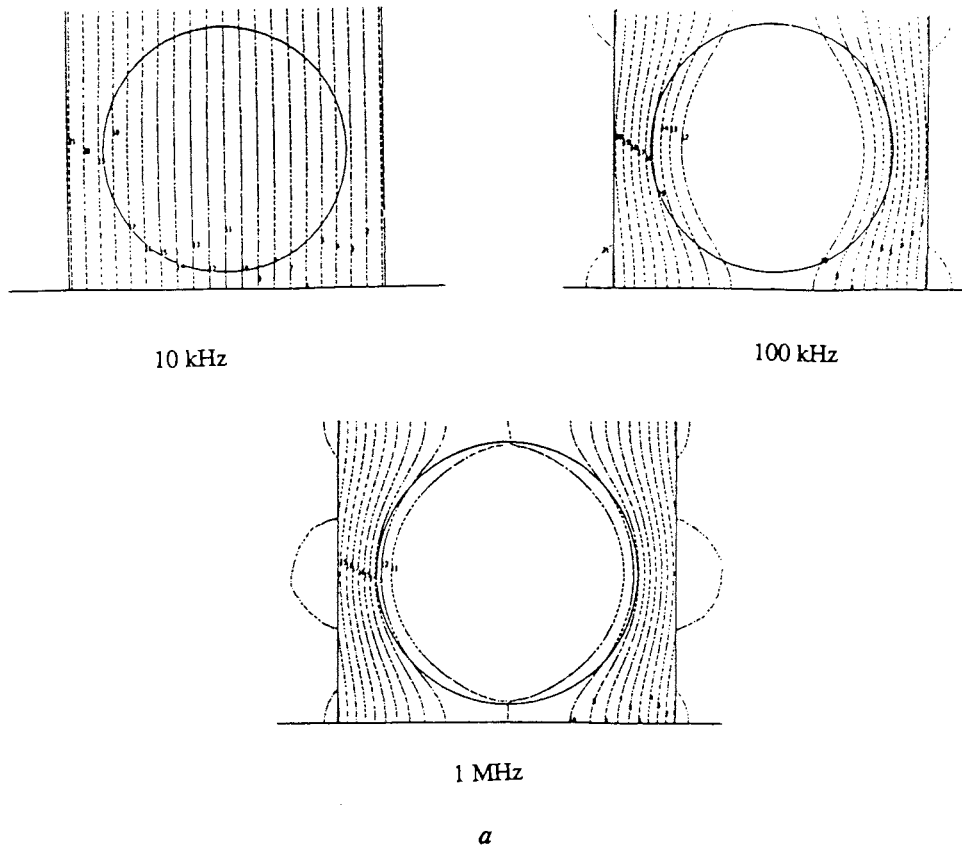


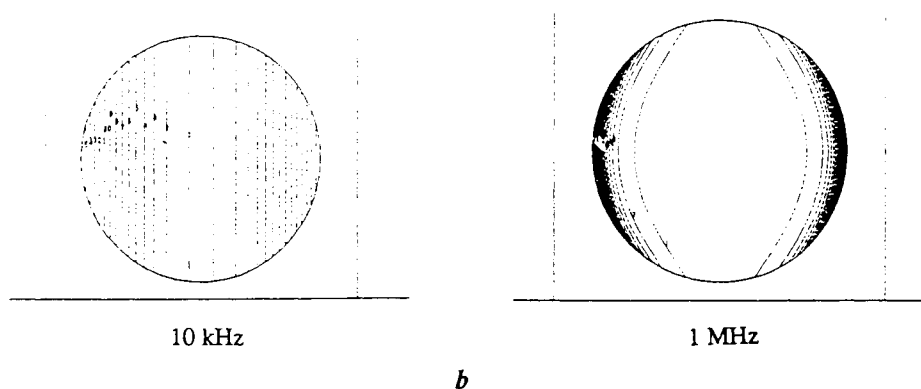
Figure 8 Simulated model (using FLUX2D)

The adopted hypotheses for the resolution are the following

- the transformer is taken to be unwound : the software computes the solutions in a plan. It was checked that the results obtained by adopting an axisymmetric symmetry were very close (less than 1‰ relative error): the reason is that the curve radius of this winding is large relative to its thickness (18 mm relative to 1mm).
- the primary and secondary windings, which are the magnetic excitation sources are modeled by uniform but opposite phase current nappes
- the pattern shown is reckoned to be periodical, so that cyclic conditions may be adopted on horizontal limits
- for right and left limits, homogeneous Neuman conditions are taken. But this choice is not critical since these limits are distant and the induction is very low
- the whole space has electromagnetic properties of vacuum, except inside the cylinders which have copper properties.

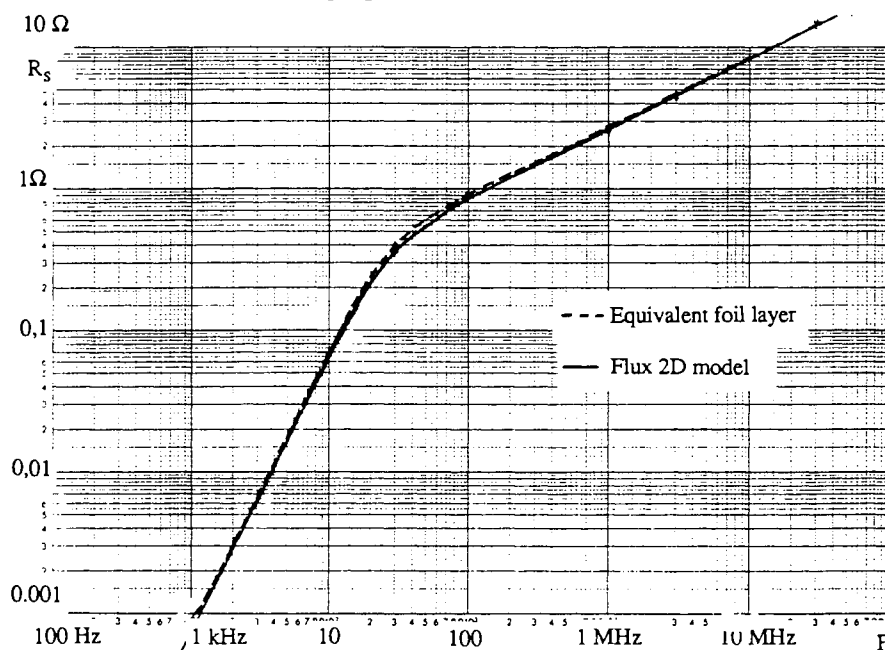
After computation, the software gives active and reactive power values in each specified area. It was therefore checked that these powers were negligible or nil outside the current nappes and we then looked at the powers present between the current nappes. Of course, active power is exclusively localized in the conductors.





*Figure 9 a. Magnetic flux  
b. Power density in the conductors*

By referring these powers to the current in the nappes, the series representation  $L_S$ - $R_S$  of this leakage inductance part can be obtained. Thus, by solving this problem at different frequencies, the  $L_S$  and  $R_S$  variations were studied according to frequency. Figure 9 shows the localisation of induced currents and the deformation of the magnetic flux at different frequencies. Figures 10 and 11 compare the computed results for  $R_S$  and  $L_S$  with those previously established using an equivalent foil model. We notice that the agreement is perfect at every frequency. As no parasitic element is taken into account for the simulation,  $L_P$  and  $f_C$  can be easily deduced from the computed results. These values are respectively  $4,91 \mu\text{H}$  and  $43 \text{ kHz}$ . They are very close to  $5,12 \mu\text{H}$  and  $43,3 \text{ kHz}$ , resulting from the analytical model. Note that the high frequency limit has been obtained by assigning the properties of flux vortex to each conductors.



*Figure 10 Serie resistance  $R_S$ . Equivalent foil layer and computed model*

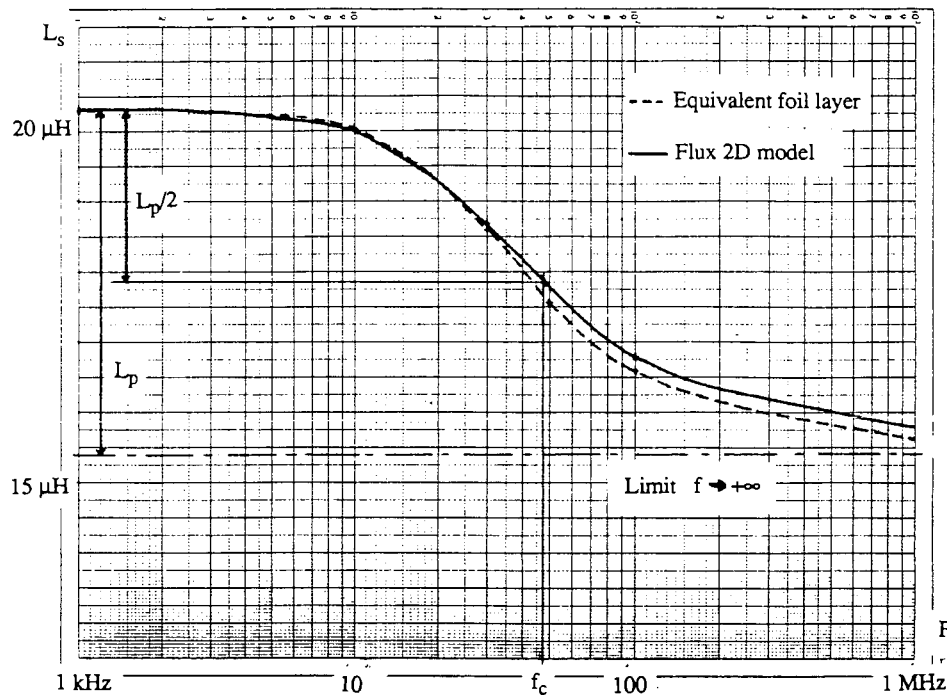


Figure 11 Serie inductance  $L_s$  Equivalent foil layer and computed model

## VIII. CONCLUSION

During this study, it was shown how to take into account the presence of eddy currents in the transformer windings on its equivalent circuit. The proposed circuit has lumped impedance elements: it can thus be easily introduced in an electrical circuit simulation software. By establishing this equivalent circuit experimentally, it is possible to compare several transformer prototypes built for a same application quickly.

Using a simple model, analytical expressions were derived for the supplementary elements. These elements were added to show the two eddy current effects: power losses and leakage inductance variation.

Thanks to a software simulation, the eddy current influence in the conductors was visualized. We were also able to specify conditions for substituting round wires by an equivalent homogeneous foil.

## IX. ACKNOWLEDGMENTS

We should particularly like to thank Messrs PARNIERE, MAS and LAFFONT of MERLIN GERIN and Mr LAPPAS of AMOS for the interest they have taken in this work and for the arrangements they have made for us to use their equipment.

## X. REFERENCES

- [1] J.C. Sabonnadière, G. Meunier, B. Morel, "Flux: A General Interactive Finite Elements Package for 2D Electromagnetic Fields", IEEE Trans Mag, mars 1982
- [2] W.M. Flanagan, "Handbook of Transformer Applications", Mc Graw-Hill Book Company, 1986, pp 2.1-2.9
- [3] C.E. Hawkes, T.G. Wilson, R.C. Wong, "Magnetic Field Intensity and Current Density Distributions in Transformer Windings", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 1021-1030
- [4] D. Sadarnac, A. d'Almeida, "Les Pertes Cuivre à Fréquence Elevée", Electronique de Puissance du Futur, Bordeaux, juin 1988
- [5] P.L. Dowell, "Effects of Eddy Currents in Transformer Windings", Proc IEE, Vol. 113, N° 8, August 1966, pp 1387-1394
- [6] J. Jongsma, "High Frequency Ferrite Power Transformer and Choke Design, Part 3: Transformer Winding Design", Philips Electronic Components and Materials Technical Publication, Philips, The Netherlands, 1982
- [7] A.M. Urling, V.A. Niemela, G.R. Skutt, T.G. Wilson, "Characterizing High Frequency Effects in Transformer Windings. A Guide to Several Significant Articles", APEC, 89CH2719-3, 1989, pp 373-385
- [8] V.A. Niemela, G.R. Skutt, A.M. Urling, Y.N. Chang, T.G. Wilson, H.A. Owen, Jr., and R.C. Wong, "Calculating the Short-Circuit Impedances of a Multiwinding Transformer from its Geometry", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 607-617
- [9] E. Laveuve, J.P. Keradec, F. Lappas, "Un Obstacle à la Montée en Fréquence: les Eléments Bobinés", to be published in EPF'90, Toulouse, oct 90

## XI APPENDIX: Complex power in a foil

- 1) The diffusion equation in a metal is the following:

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad (1)$$

with  $k^2 = -j\omega\mu\sigma$

Usually, the skin depth  $\delta$  is defined such that:

$$k^2 = -2j/\delta^2 \quad (2)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu\omega}} \quad (3)$$

- 2) The solution of the diffusion equation (1), corresponding to a propagation normal to the layer and which the magnetic excitation has an even symmetry relative to  $z$  is derived:

$$E_x(z) = \beta(e^{jkz} - e^{-jkz}) \quad (4)$$

$$H_y(z) = -\beta(k/\omega\mu).(e^{jkz} + e^{-jkz})$$

where the constant  $\beta$  is deduced from the H continuity on the surface:

and

$$H_y(-e_p/2) = H_y(e_p/2) = H_0 \quad (5)$$

$$\bar{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot H_0 e^{j\omega t}$$

$$\beta = -\frac{\omega\mu}{k} \cdot H_0 \cdot \frac{1}{2 \operatorname{ch} \frac{1+j}{\delta} \cdot \frac{e_p}{2}} \quad \text{so} \quad H_y(z) = H_0 \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{1+j}{\delta} \cdot z}{\operatorname{ch} \frac{1+j}{\delta} \cdot \frac{e_p}{2}}$$

3) It is possible to evaluate the complex power entering the layer by calculating the complex Poynting vector flux through the outside surface:

$$P = -2.2\pi r_m h \cdot E_x(e_p/2) \cdot H_y^*(e_p/2) \quad (6)$$

The surface taken into account here has a breadth  $h$  parallel to  $Oy$  and a length  $2\pi r_m$  parallel to  $Ox$ .

Using (4), (5) and (6),

$$\bar{P} = 2.2\pi r_m \cdot h \cdot H_0 \cdot H_0^* \cdot \frac{\omega\mu}{k} \cdot \frac{e^{jke_p/2} - e^{-jke_p/2}}{e^{jke_p/2} + e^{-jke_p/2}} \quad (7)$$

In order to consider the real and imaginary parts of this expression, the numerator and the denominator are multiplied by the conjugate value of the denominator and the following equalities are used:

$k = (1-j)/\delta$  ,  $\omega\mu/k = (1+j)/\sigma\delta$  ,  $k + k^* = 2/\delta$  ,  $k - k^* = -2j/\delta$   
then,

$$\bar{P} = 2.2\pi r_m \cdot h \cdot H_0^2 \cdot \frac{1+j}{\sigma\delta} \cdot \frac{\operatorname{sh}\varphi + j \cdot \sin\varphi}{\operatorname{ch}\varphi + \cos\varphi}$$

where the variable is defined such that  $\varphi = e_p/\delta$

Finally, the active and reactive powers are derived:

$$P_a = R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi}{6} \cdot \frac{\operatorname{sh}\varphi - \sin\varphi}{\operatorname{ch}\varphi + \cos\varphi}$$

$$P_r = R \cdot h^2 \cdot H^2 \cdot \frac{\varphi^2}{6} \cdot \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\operatorname{sh}\varphi + \sin\varphi}{\operatorname{ch}\varphi + \cos\varphi}$$

$$\text{where } R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{2\pi r_m}{h e_p} \cdot 12$$







# Power Transfer in a Two-Winding Transformer: From 1-D Propagation to an Equivalent Circuit

Jean-Pierre Keradec, *Member, IEEE*, Bruno Cogitore, and François Blache

**Abstract**—Electromagnetic propagation at normal incidence through a multilayer medium is a problem which has already been solved in optics. We use here the same approach to find the equivalent circuit of a transformer.

Using complete Maxwell's equations, a fully equivalent electrical circuit is associated to any layer. Then, for three materials (conductor, insulator, ferrite), a lumped element circuit is designed as a low to medium frequency approximation.

Finally, linking altogether these circuits, leads (for a two-winding transformer) to a recently proposed equivalent circuit.

## I. INTRODUCTION

THE research of accurate equivalent circuits for transformers is a current subject of interest for many electronic circuit conceivers. Recently, noticeable advances have been made based successively on magnetostatics [1], electrostatics [2], and magnetodynamics [3]–[6]. Though these approaches are very useful, they are basically unfit to take propagation phenomena into account, and their high-frequency validity limit is difficult to forecast.

The following study is based, from the outset, on propagation equations. An electrical multipole allowing the exact representation of any layer is designed. Development in Taylor's series of its impedances (or admittances) as functions of frequency leads (for three types of material—conductor, air, ferrite) to a circuit made of lumped elements. This circuit is then compared to the exact representation in order to locate its validity limit. Assembling all these layer-related circuits, the equivalent circuit of a geometrically simple transformer is obtained.

## II. 1-D PROPAGATION

### A. Elementary Device Description

Fig. 1 shows a rectangular part of an infinite layer (medium 2) with parallel sides symmetrical with regard to the plane  $z = 0$ . This layer is surrounded by two media not necessarily identical: (1) on the left and (3) on the right.

The three media are homogeneous and isotropic and, as the only finite dimension is  $a$ , the device is unchanged after any translation toward  $x$  (2-D system) and also toward  $y$ . Moreover, it is symmetrical with regard to any plane perpendicular to  $Ox$  or to  $Oy$ .

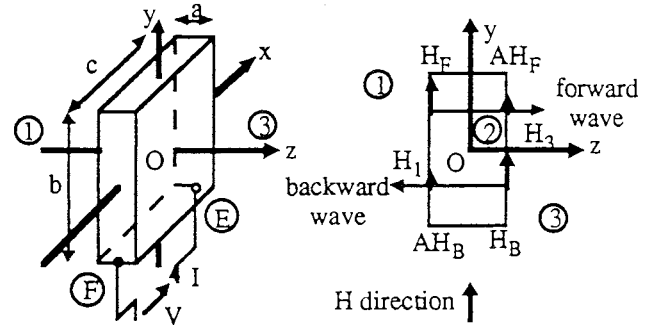


Fig. 1. Elementary device studied.

In each layer, plane waves flow parallel to  $Oz$ . They are linearly polarized (electric field parallel to  $Ox$ ). An electrostatic field  $\vec{E}_s$  ( $\text{div } \vec{E}_s = 0$ ), linked to voltage  $V$ , adds to the induced electric field. It originates either in charges appearing at layer edges or in an external generator.

With regard to the symmetries assumed for the device as well as for its excitations (incident waves and voltage source), electric fields ( $E$ ) are parallel to  $Ox$  and magnetic fields ( $H$ ) to  $Oy$ . For the same reasons, both vary only along  $z$  and electrostatic part  $\vec{E}_s$  is uniform.

We also assume that all the excitations are monochromatic and have the same angular frequency  $\omega$ .

If, moreover, each medium is linear and stationary, its electromagnetic behavior is exclusively determined by two complex scalars: permittivity  $\bar{\epsilon}$  and permeability  $\bar{\mu}$ . We often use characteristic impedance  $Z_C$  [7] which is defined by

$$Z_C = \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\bar{\epsilon}}} \quad (1)$$

As the electromagnetic wave goes through the whole medium 2, its fields undergo an attenuation and a phase shift, i.e., they are multiplied by the complex coefficient  $A$  such as

$$A = e^{-j\varphi} \quad \text{with } \varphi = \omega \sqrt{\bar{\epsilon}\bar{\mu}} a. \quad (2)$$

Wavelength  $\lambda$  is the length on which the real part of  $\varphi$  increases of  $2\pi$ . With  $R[\ ]$  meaning "real part of," it comes

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{1}{R[\sqrt{\bar{\epsilon}\bar{\mu}}]}. \quad (3)$$

Manuscript received November 6, 1994; revised April 11, 1995. This work was supported by Microspire and Labinal.

The authors are with the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (URA. CNRS 355), BP. 46, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France.

Publisher Item Identifier S 0018-9464(96)00098-2.

In the three media, induced electric fields are deduced from magnetic excitations owing to

$$E = \pm HZ_C \quad (4)$$

(+ for the forward wave, - for the backward wave).

Notice that, as  $E_S$  is independent of  $x$ ,  $V$  is proportional to  $c$ :  $V = -E_S \cdot c$  (signs of  $V$  and  $I$  are relative to arrow directions in Fig. 1). Similarly, the current density is independent of  $y$  and so is the current  $J$  flowing through a unit of height of the layer. Therefore,  $I = -J \cdot b$ . Finally,  $E_S/J$  is expressed in ohm but depends neither on  $c$  nor on  $b$ . Electrical impedance is deduced from this quantity owing to

$$Z = \frac{E_S c}{J b}. \quad (5)$$

### B. Electromagnetic Study

With the hypotheses adopted, obtaining the relations which link  $E_1$ ,  $E_3$ , and  $E_S$  to  $H_1$ ,  $H_3$ , and  $J$  requires few initial equations: only Ampere's theorem and field continuity on boundaries are used.

#### 1) Ampere's Theorem:

$$H_1 - H_3 = J. \quad (6)$$

#### 2) Electric Field Continuity:

$$z = -a/2: \quad E_1 = Z_{C2} (H_F - AH_B) + E_S \quad (7)$$

$$z = a/2: \quad Z_{C2} (AH_F - H_B) + E_S = E_3. \quad (8)$$

Expression (4) has been used to find these two relations.

#### 3) Magnetic field continuity:

$$z = -a/2: \quad H_1 = H_F + AH_B \quad (9)$$

$$z = a/2: \quad AH_F + H_B = H_3. \quad (10)$$

These equations are the only links existing between the six variables. They apply either if medium (2) is insulating or conducting (with a conductivity  $\sigma$ ), providing that complex permittivity  $\bar{\epsilon}$  is defined as follows:

$$\sigma E + j\omega\epsilon E = j\omega\bar{\epsilon}E. \quad (11)$$

A simple calculation based on (6)–(10) leads to system (12):

$$\begin{aligned} E_1 - E_S &= Z_{C2} \frac{1-A}{1+A} H_1 + Z_{C2} \frac{2A}{1-A^2} J \\ E_3 - E_S &= Z_{C2} \frac{2A}{1-A^2} J - Z_{C2} \frac{1-A}{1+A} H_3. \end{aligned} \quad (12)$$

### C. Representation by an Equivalent Electrical Circuit

Obviously, the circuit shown in Fig. 2 correctly represents (12) if

$$Z_1 = Z_{C2} \frac{1-A}{1+A} \quad \text{and} \quad Z_2 = Z_{C2} \frac{2A}{1-A^2}$$

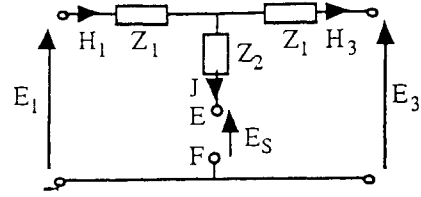


Fig. 2. Y-shaped equivalent circuit for a layer.

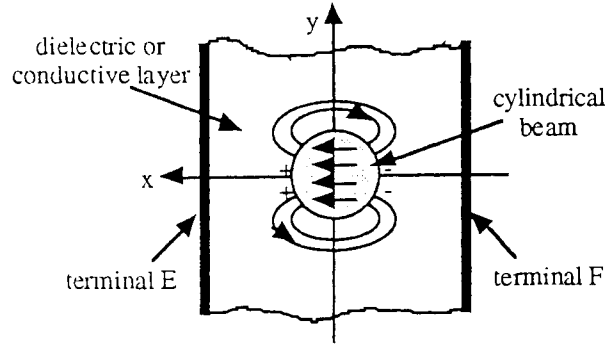


Fig. 3. Encountered conditions in optics.

and, using (2),

$$Z_1 = Z_{C2} j \tan \varphi/2 \quad \text{and} \quad Z_2 = Z_{C2}/j \sin \varphi. \quad (13)$$

The device composed of two identical layers located side by side and supplied in parallel is equivalent to a single layer with total thickness. The circuit proposed, together with (13), allows this assertion to be verified.

The electric device studied is finally a symmetrical quadrupole (3 terminals). We know the exact expressions of all its impedances. The comparisons with the lumped element equivalent circuits will turn on the four impedances directly measurable:  $Z_{oc} (= Z_1 + Z_2)$ ,  $Z_{sc} (= Z_1 + Z_1/Z_2)$ ,  $2Z_1$  and  $Z (= Z_2 + Z_1/2)$ . All are independent of the representation chosen ( $Y = \text{star of } \Delta = \text{triangle}$ ).

$$Z_{oc} = Z_{C2}/(j \tan \varphi), \quad Z_{sc} = Z_{C2} j \tan \varphi,$$

$$2Z_1 = Z_{C2} 2 j \tan \varphi/2, \quad Z = Z_{C2}/(2 j \tan \varphi/2). \quad (14)$$

As for any symmetrical quadrupole, it appears that  $Z_{oc} \cdot Z_{sc} = Z_C^2$ , and that  $2Z_1 \cdot Z = Z_C^2$ .

### D. Application to Optics

The circuit proposed (Fig. 2) is workable as long as the material description by  $\bar{\epsilon}$  and  $\bar{\mu}$  is sufficient. Yet, to use it in optics, we must take one more experimental condition into account.

Even if the monochromatic beam looks like a plane wave (diameter much more larger than wavelength), rarely does it cover the whole layer. Consequently, as soon as charges are generated at the beam edges (Fig. 3), they flow out in ways located where the wave doesn't lay down the electric field direction, i.e., outside of the beam. No charge reaches the layer edges: the layer is internally short circuited. This is why, in optics, terminals  $E$  and  $F$  appear linked together.

To illustrate this, let us consider a quarter wave ( $\varphi = \pi/4$ ) transparent layer. According to (13), impedances  $Z_1$  and  $Z_2$  of the quadripole are worth, respectively,  $jZ_{C2}$  and  $-jZ_{C2}$ , so that the input impedance  $Z_E$  expresses simply in terms of load  $Z_{C3}$ :  $Z_E = Z_{C2}^2/Z_{C3}$ . We deduce that this layer realizes an impedance adaptation between two media of characteristic impedances  $Z_{C1}$  and  $Z_{C3}$  if  $Z_{C2}^2 = Z_{C1} \cdot Z_{C3}$ . This is the principle of antireflection layers.

### III. REPRESENTATION BY LUMPED ELEMENT CIRCUITS

#### A. Research Principle

The previous expressions have been established in monochromatic conditions. To obtain impedance expressions usable with any waveform, we must know how they vary according to frequency, which requires the knowledge of the frequency dependence of material characteristics ( $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{\mu}$ ).

So, we will successively study three types of materials in order to establish these dependences. For each, an approximate representation by lumped elements, intended to low-frequency application, will be researched.

#### B. Nonabsorbing and Nonscattering Insulator

Here, the aim is to study the air layer behavior, but the method adopted extends to every material in which permittivity and permeability are real and independent of frequency. From (2) it comes that  $\varphi$  is real and (3) gives

$$\varphi = 2\pi a/\lambda. \quad (15)$$

Now we are looking for approximations applicable in low frequency ( $\varphi \ll 1$ ). In these conditions, trigonometric functions (13) can be replaced by the first term of their Taylor's development and, owing to expressions (1) and (2) for  $Z_C$  and  $\varphi$ , it comes:

$$\begin{aligned} Z_1 &= j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \omega \sqrt{\epsilon\mu} \frac{a}{2} = j\omega\mu \frac{a}{2} \\ Z_2 &= -j \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\omega \sqrt{\epsilon\mu} a} = \frac{1}{j\omega\epsilon a}. \end{aligned} \quad (16)$$

Thus,  $Z_1$  is essentially an inductor and  $Z_2$  a capacitor (Fig. 4). The study of their exact expressions shows that, as long as  $a \leq \lambda/25$ , values assigned to these components are constant within 1%. Reciprocally, if thickness is larger, splitting the layer into sheets of thickness below  $\lambda/25$  allows the same accuracy to be reached for the global representation.

For a 1-cm-thick air layer, equality  $a = \lambda/25$  occurs at 600 MHz. This is why the previous approximation suffices to represent insulators inside transformers. Development to a higher order is useless.

Hypothesis  $\varphi \ll 1$  leads to inequality  $|Z_1| \ll |Z_2|$  because  $\tan(\varphi/2) \ll 1/\sin \varphi$ . In most cases, load impedance (medium 1 or 3) is much smaller than  $Z_2$ , so that influence of  $J$  is negligible. Finally, only the total serial

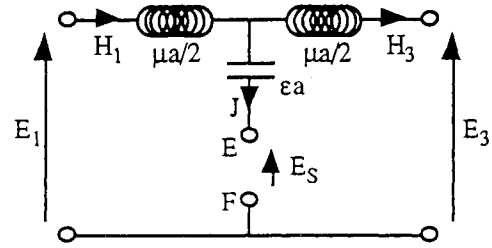


Fig. 4. Equivalent circuit of a nonabsorbing and nonscattering insulating layer.

inductance ( $\mu a$ ), which we will note  $l_A$ , acts on the transmission.

#### C. Lossy Magnetic Insulator

Here, the aim is to introduce magnetic losses in the previous model to obtain a realistic representation of a ferrite layer. Generally speaking, permeability is complex and its real and imaginary parts are defined by:  $\bar{\mu} = \mu' - j\mu''$ . To account for the losses of an inductor built around a ferrite core, a well-known approach consists in bypassing the inductor by a resistor, these two components being independent of frequency. This is a convenient way to introduce the frequency dependence of the permeability.

We choose this solution. In practice, the resistance value has to be equal to the impedance of the parallel inductor at a frequency which depends only on the ferrite used. For ferrites with permeability around 2000, it is 1 to 2 MHz. Now we will note  $L_F = \mu' a$  and  $R_F = \mu'' \omega a$ . Thus, the inductance  $\mu a/2 = l_A/2$  in Fig. 4 has to be replaced by the cell  $L_F/2$  paralleled by  $R_F/2$ . Here again, the capacitor influence is generally negligible and only the total series impedance will be used in the following.

#### D. Nonmagnetic Conductor

The complex permittivity of a conductor is essentially determined by its conductivity. As long as  $\omega$  is smaller than the plasma angular frequency  $\omega_p$  ( $\omega_p = \sigma/\epsilon_0 \approx 6.10^{18}$  Hz for copper),  $(\sigma + j\omega\epsilon_0) E \approx \sigma E$ . From definition (11), it follows that

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sigma}{j\omega}. \quad (17)$$

Merging (17) with (1) and (2), we find the frequency dependence of  $Z_C$  and  $\varphi$

$$Z_{C2} = \sqrt{\mu_0 \frac{j\omega}{\sigma}} \quad \text{and} \quad \varphi = \omega \sqrt{\mu_0 \frac{\sigma}{j\omega}} a. \quad (18)$$

For convenience, we introduce the skin depth ( $\delta$ ) as (19), the resistance  $r_C$  (referred to the current flow direction), and the inductance  $l_C$  of the layer as (20)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_0}} \quad (19)$$

$$r_C = \frac{1}{\sigma a} \quad \text{and} \quad l_C = \mu_0 a. \quad (20)$$

It proceeds from (3), (17), and (19) that

$$\lambda = 2\pi\delta. \quad (21)$$

While (18) and (20) lead to

$$Z_{C2} = r_C j\varphi \quad \text{and} \quad \phi^2 = -j\omega \frac{l_C}{r_C}. \quad (22)$$

Finally, impedances defined by (13) and (14) are now written as follows:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 2r_C \cdot -\frac{\varphi}{2} \cdot \tan \frac{\varphi}{2} & Z_2 &= r_C \cdot \frac{\varphi}{\sin \varphi} \\ Z_{oc} &= r_C \cdot \frac{\varphi}{\tan \varphi} & Z &= r_C \cdot \frac{\frac{\varphi}{2}}{\tan \frac{\varphi}{2}} \\ Z_{sc} &= r_C \cdot -\varphi \cdot \tan \varphi \end{aligned} \quad (23)$$

A first representation of the layer is obtained taking (17) into account in Fig. 4. The result of this operation is the transformation of the capacitor into a resistor. Indeed,

$$\frac{1}{j\omega\epsilon a} = \frac{1}{j\omega \frac{\sigma}{j\omega} a} = \frac{1}{\sigma a} = r_C. \quad (24)$$

This representation is a correct first-order approximation. Unfortunately, its high-frequency limit is very low because, for a given frequency, the wavelength in the conductor (21) is much smaller than in air. In practice, we should always have to split the layer in numerous sheets, which would increase extensively the number of elements to consider.

Because we know exact expressions for the impedances, we can take one more term of the development. To achieve second-order accuracy, we use developments of  $1/Z_1$  and  $1/Z_2$  which lead to represent these impedances by parallel cells. Then, owing to

$$\begin{aligned} \frac{-1}{\varphi \tan \frac{\varphi}{2}} &= \frac{-2}{\varphi^2} \left( 1 - \frac{\varphi^2}{12} + \dots \right) \quad \text{and} \\ \frac{\sin \varphi}{\varphi} &= 1 - \frac{\varphi^2}{6} + \dots \end{aligned}$$

it comes from (22) and (23) that

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_1} &= \frac{1}{r_C} \cdot \frac{-1}{\varphi \tan \frac{\varphi}{2}} = \frac{1}{r_C} \left( -\frac{2}{\varphi^2} + \frac{1}{6} \right) \\ \frac{1}{Z_2} &= \frac{1}{6r_C} - \frac{2}{r_C} \cdot \frac{r_C}{-j\omega l_C} = \frac{1}{6r_C} + \frac{2}{j\omega l_C} \end{aligned}$$

$Z_1$  appears as an inductor ( $l_C/2$ ) paralleled by a resistor

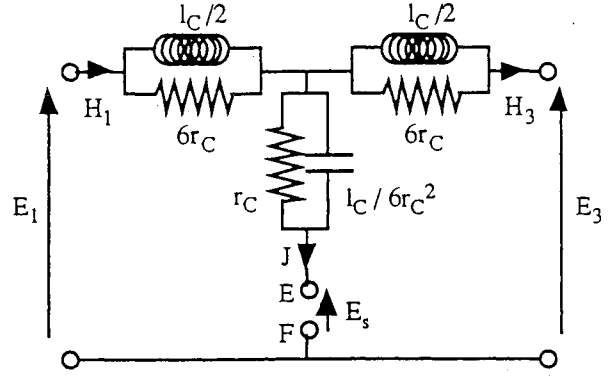


Fig. 5. Equivalent circuit for a nonmagnetic nondielectric metallic layer.

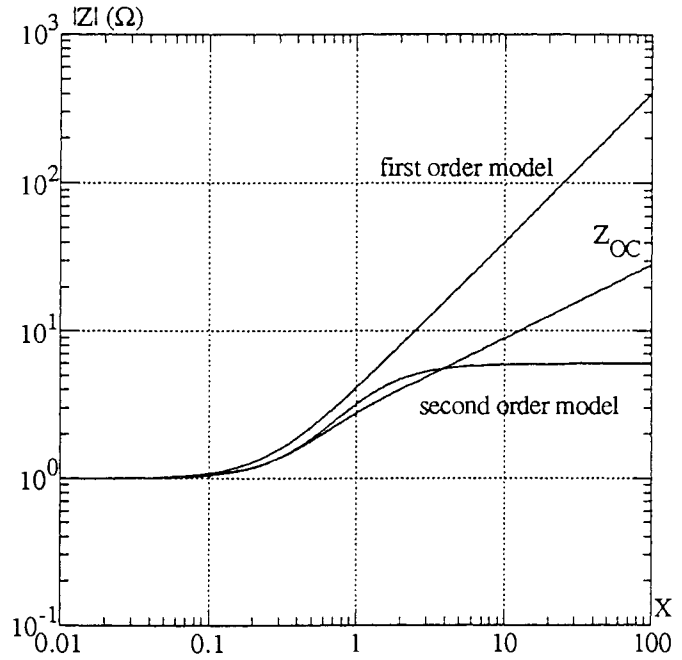


Fig. 6. Modulus of  $Z_{oc}$ : Exact values and values related to first- and second-order models.

( $6r_C$ ). The representation of  $Z_2$  is found in the same way:

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{r_C} \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi} = \frac{1}{r_C} \left( 1 - \frac{\varphi^2}{6} \right) = \frac{1}{r_C} - \frac{j\omega \frac{l_C}{r_C}}{6r_C}.$$

$Z_2$  is well represented by a resistor ( $r_C$ ) paralleled by a capacitor ( $l_C/6r_C^2$ ). We see that, to reach second-order accuracy, extra components, which do not act in dc, have been added to first-order representations.

Following Bode diagrams (Figs. 6 and 7) allow accuracy related to first- and second-order models to be checked. They are graduated in reduced frequencies ( $X = (a/2\delta)^2$ ) and reduced impedances ( $Z = (Z_{oc} \text{ or } Z_{sc})/r_C$ ). Notice that for  $X = 1$ ,  $\delta = a/2$  and that  $a = \lambda/4$  when  $X = (\pi/4)^2$ .

Two representations for a 1-mm-thick copper layer have been compared. The first is the above second-order model and the second is a pair of first-order models, each of them

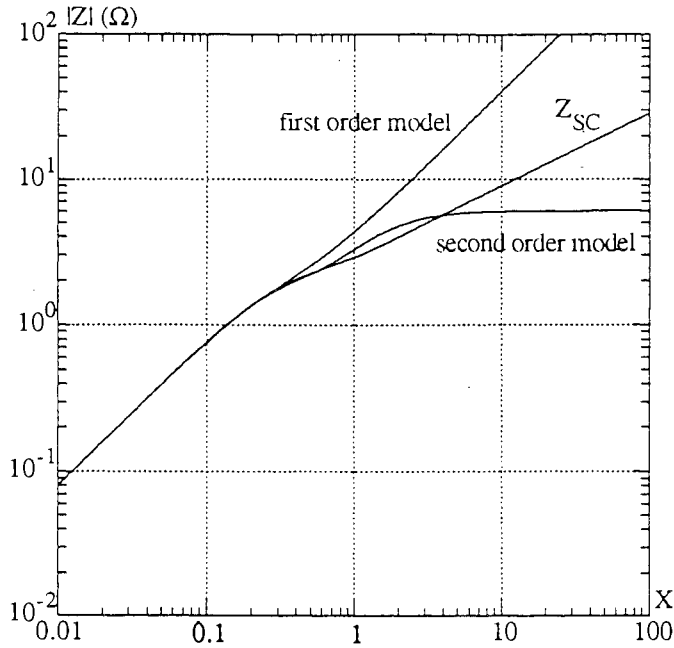


Fig. 7. Modulus of  $Z_{sc}$ : exact values and values related to first- and second-order models.

being associated with a half-thickness layer. Both include six components.

We have drawn, for moduli of all the impedances expressed by (23), the quotients of the calculated values by the values related to the two models. Accuracy is, for both models, better than 2% up to 1 kHz ( $X = 0.25$  or  $a = \delta$ ). However, a second-order model remains quite good (less than 25% of inaccuracy) up to 800 kHz, whereas the other model keeps this accuracy only up to 100 kHz. Thus, it is clear that high-frequency harmonics are taken into account more accurately using the second-order representation. Looking at phases does not modify this conclusion. In particular, it appears that with a second-order model phase error is within 2 degrees below 1 kHz ( $X = 0.25$  or  $a = \delta$ ).

#### IV. EQUIVALENT CIRCUIT OF A SIMPLE TRANSFORMER

##### A. Device Studied

The magnetic circuit (with three legs) is assumed to be infinitely long and high ( $b \gg a$  and  $c \gg a$ ). It is closed, above and below, by two horizontal parts with an infinite permeability (Fig. 8). The two windings fill all the window height.

##### B. Building the Circuit

Applying the previous developments, we connect all together the circuits associated with each layer gone through (Fig. 9).

To obtain the transformer circuit, we now have to take two extra physical characteristics into account:

- each copper layer is in fact a winding made of  $N$  turns (supposed arranged in one layer) so that volt-

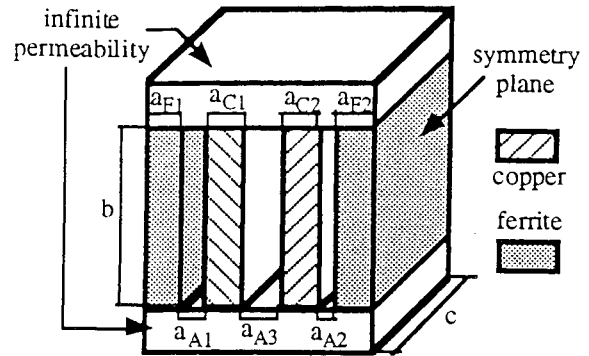


Fig. 8. Structure of the transformer studied (one half represented).

age  $V$  is applied at the input of a "perfect coupler" of ratio  $\eta = \sqrt{c/b} N$  [cf. (5)]:

- the vector potential is zero on the symmetry plane (on the right in Fig. 8) and, if leakages outside the magnetic circuit are negligible, it is also zero on the left side of the circuit. This leads to connect together the two right terminals and also the two left ones (Fig. 9).

At this step, the circuit appearance is still complicated. Moving all the impedances at the primary side of the input coupler, that requires to multiply them by  $\eta_1^2 = N_1^2 c/b$ , gives it a more understandable aspect (Fig. 10).

Now, let us consider a typical transformer with a rather strong coupling and identical core legs. First, all impedances of the parallel part can be neglected, except those related to the magnetic core. Second, the only copper-related impedance which matters finally is  $Z_{oc} = Z_1 + Z_2$ . To represent  $Z_{oc}$  (23), we use a convenient circuit (Fig. 11) which is easily established by developing  $(Z_{oc} - r_c)$  in series of  $\varphi$ .

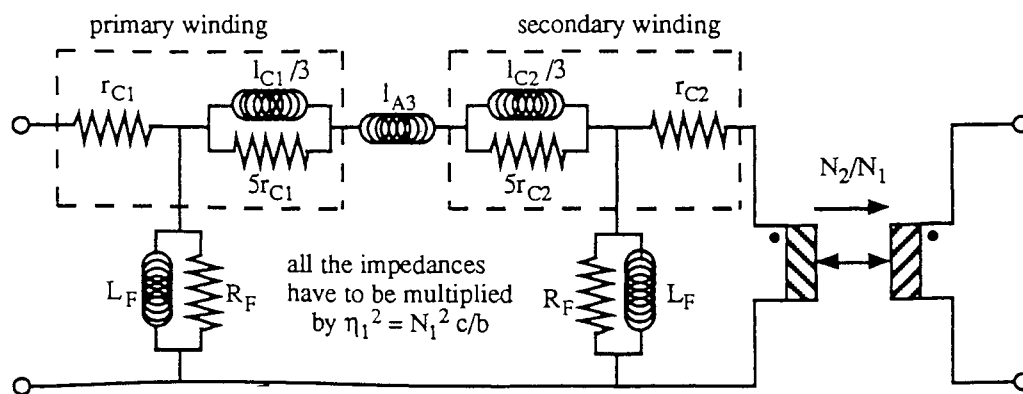
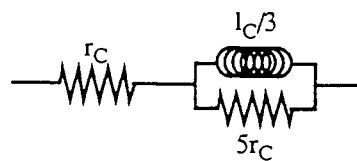
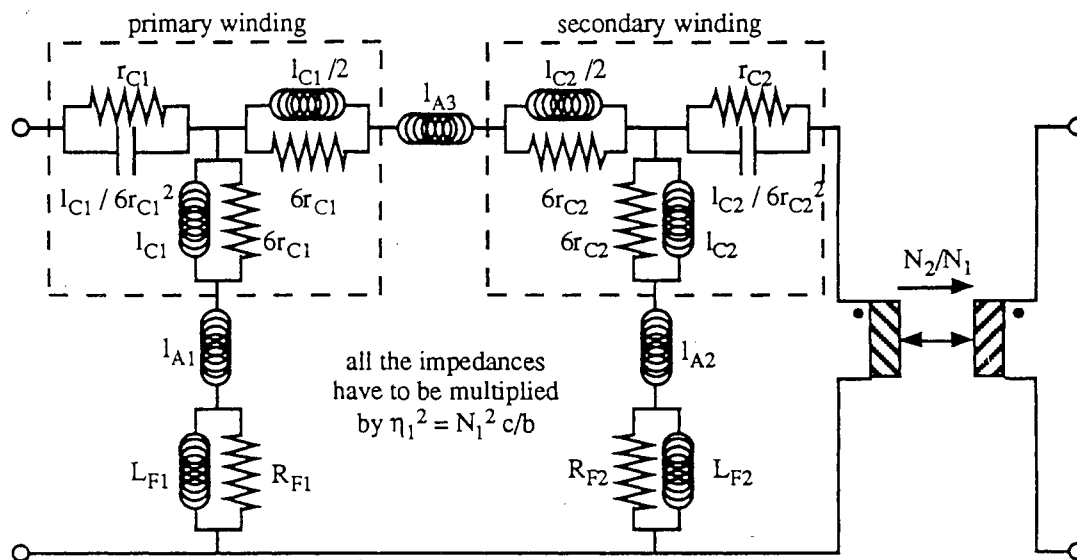
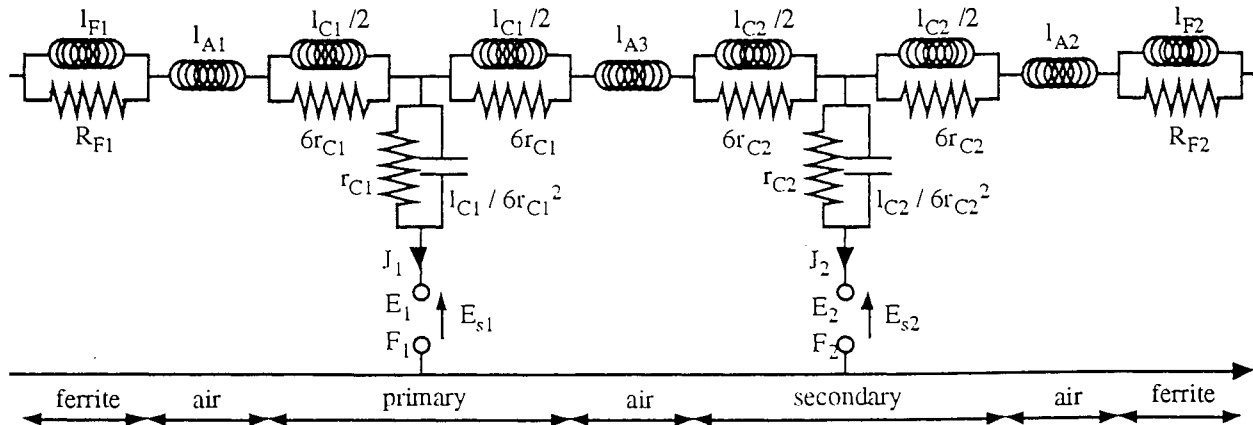
At last, the final equivalent circuit is drawn (Fig. 12). With it, several checks can be done. First, serial winding resistances and magnetizing inductance coincide with those deduced, respectively, from Ohm's law and elementary magnetostatics. Then, global low-frequency serial inductance has the well-known value established for the leakage inductance and the resistances which partially bypass the serial inductance have been previously introduced [3] to account for eddy current in conductors.

Numerous experimental results can be found for correlation in [6], [1]–[3].

Let us remark that no capacitor remains in the final circuit. This is due to the fact that only the component of the electric field parallel to the wires has been taken into account, whereas the majority of the electrostatic energy is related to the component normal to the conductor layer.

#### V. CONCLUSION

The work presented here is a first attempt to establish the link between propagation of electromagnetic energy and the equivalent circuit of a transformer. Even though the component studied is simple, all the elements of the



latest representations, except capacitors, have been found again. Taking the two neglected components of the electric field into account will allow this lack to be redressed.

This approach allows the high-frequency validity limits of the circuits designed to be calculated. Moreover, in this way, new investigation areas such as modal analysis of windings and radiation of the whole component are accessible.

#### ACKNOWLEDGMENT

We thank the LEMO team for some kind and fruitful chats.

#### REFERENCES

- [1] J. P. Keradec, B. Cogitore, E. Laveuve, and M. Bensoam, "Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements," *J. Physique III France*, no. 4, pp. 751-773, Apr. 1994.
- [2] F. Blache, J. P. Keradec, and B. Cogitore, "Stray capacitances of two winding transformers: Equivalent circuit, measurements, calculation and lowering," in *Proc. IEEE Ind. Appl. Soc.*, Denver, CO, Oct. 2-6 1994, pp. 1211-1217.
- [3] E. Laveuve, J. P. Keradec, and G. Meunier, "Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer," *Elec. Mach. Power Syst.*, no. 19, pp. 55-68, 1991.
- [4] J. P. Keradec, R. Feuillet, and J. Perard, "Eddy currents losses and high frequency modelling of switching power supply transformer," in *Proc. European Power Electron.*, Aachen, Germany, Oct. 9-12, 1989, vol. 2, pp. 963-965.
- [5] H. A. Owen, Jr., V. A. Niemela, and T. G. Wilson, "Enhanced cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers," in *Proc. IEEE Power Electron. Special. Conf.* 92, pp. 1269-1276.
- [6] B. Cogitore, J. P. Keradec, and J. Barbaroux, "The two winding transformer: An experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit," *IEEE Trans. Instrument. Meas.*, vol. 43, pp. 364-371, Apr. 1994.
- [7] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. Oxford: Pergamon, 1989, pp. 51-70.

**Jean-Pierre Keradec** was born in Paris, France, in 1947. He received the Doctorat de Physique du Solide in 1973 from the University of Grenoble, France.

He taught physics at the University of Tunis, Tunisia, from 1973 to 1977. He currently teaches analog electronics, signal processing and measurement systems design at the Institut Universitaire de Technologie de Grenoble and at the Institut National Polytechnique de Grenoble. He joined the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble in 1985, and his research interests mainly include high-frequency power transformer modeling and measurements related to high-frequency power static converters.

**Bruno Cogitore** was born in Valence, France, in 1965. He received the Diplôme d'ingénieur in electrical engineering from the Ecole supérieure d'ingénieurs de Marseille in 1989.

After working as an engineer at Electricité de France, he joined the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Since 1990 he has been working on the wound component modeling used in high-frequency static converters.

**François Blache** was born in 1964. He studied electrical engineering at the University of Grenoble, France. He received the Diplôme d'Etudes Approfondies of INPG in electrical engineering in 1992. He is working toward the Ph.D. degree at LEG.

Until 1988, he was with the Automatic Conception Department of the Manufacture des pneus Michelin, Clermont-Ferrand. He then joined the Quality Department of the SNR Bearing Company. He is now a Research Engineer in the Research and Technology Department, Equipments, of Labinal Aerosystem Division.









# Electrostatic of Wound Components : Analytical Results, Simulation and Experimental Validation of the Parasitic Capacitance

Eric LAVEUVE, Jean-Pierre KERADEC, Michel BENSOAM  
Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (U.R.A. CNRS 355)  
B.P. 46, F-38402 SAINT MARTIN D'HERES Cédex  
FRANCE

## ABSTRACT

In order to understand the operation of a high frequency power supply, all the elements have to be defined accurately and wound components could no longer be supposed ideal. The aim of this paper is to study electrostatic properties of inductors and transformers.

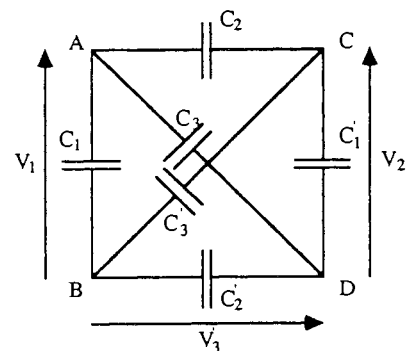
Two devices have been built on the same magnetic core. Both are cylindrical coaxial winding transformers and all the windings are almost identical. These one-layer windings are rolled in the same direction for one transformer, in opposite for the other. All the possible connexions of the two windings are tested.

Thanks to a simple electrostatic model, these devices are analytically studied and an equivalent circuit is proposed to take electrostatic phenomena into account. Then, an electromagnetic simulation software is used to compute the electrostatic field with the real shapes of wires and coil layers. Capacitances are deduced from stored electrostatic energy in the whole space. Finally, many impedance measurements from 100 Hz to 40 MHz allow the equivalent circuit to be validated.

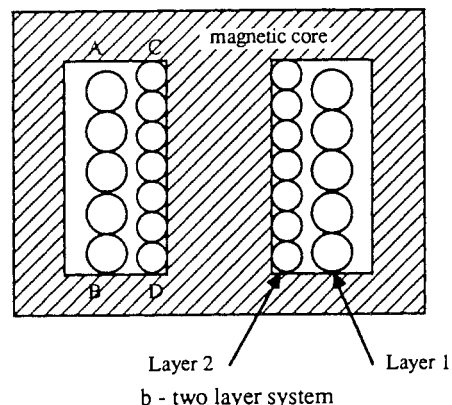
## I. INTRODUCTION

Due to the frequency increase in the power supplies, the wound components have to be better characterized at these working frequencies. A lot of parasitic elements, such as leakage inductance or capacitance between two layers, have to be evaluated. These elements directly influence the waveforms of the whole circuit. The variation of the leakage inductance according to the frequency is now well determined [1] [2] [3]. Besides the capacitance of a two layer inductor varies according to the winding form. This paper analyzes this phenomenon and shows how to calculate the capacitance of an inductor and of a transformer. Four different cases are studied in order to take into account the coil forms. Analytical and simulated results are compared with experimental ones.

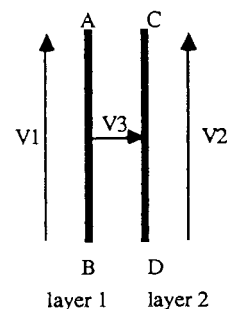
A general system with three independent voltages can be represented by an equivalent circuit with six different capacitances (fig. 1.a). This method has been already used to modelize three-winding magnetic circuits [4]. The electrostatic study of two layers of a transformer is a particular case of this system. The three independent voltages are  $V_1$ , the outer layer voltage,  $V_2$ , the inner layer voltage and  $V_3$ , the interlayer voltage (fig. 1.b). To study electrostatics of this two layer device, the following approximation is used. Each layer of round wires is replaced by a foil layer; the voltage defined above being not changed. Finally, fig. 1.c shows the 2-D approximate model studied.



a - equivalent circuit



b - two layer system



c - 2-D equivalent model

fig. 1 : 2-D approximation used for the two-layer system study

## II. 2-D ANALYTICAL STUDY

### 2.1 Electrostatics of two layers

First, a general system with three independant voltages ( $V_1, V_2$  and  $V_3$ ) is studied. The total electrostatic energy stored in this system has a quadratic form of  $V_1, V_2$  and  $V_3$  (1).

$$W = a V_1^2 + b V_2^2 + c V_3^2 + d V_1 V_2 + e V_1 V_3 + f V_2 V_3 \quad (1)$$

This system can be modeled with an equivalent circuit using six different capacitances (fig.2). The capacitance values are deduced from the equality of the energies. ( $W$  being the above energy and  $W'$ , the sum of the energies stored in each capacitance).

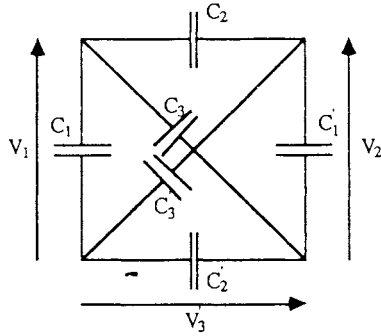


Fig.2 Equivalent circuit

$$W' = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_3^2 + \frac{1}{2} C_1' V_2^2 + \frac{1}{2} C_3 (V_2 + V_3)^2 + \frac{1}{2} C_3 (V_3 - V_1)^2 + \frac{1}{2} C_2 (V_2 + V_3 - V_1)^2$$

The study of two winding layers is nevertheless easier, due to the taking into account of two symmetries.  $V_1$  and  $V_2$  (being respectively the voltage of layer 1 and layer 2) play the same role. Exchange of these two voltages does not change this system. Thus  $C_1$  and  $C_1'$  are equal. In the same way, the sign of  $V_1$  and  $V_2$  can be simultaneously changed without modifying the system. This shows the equality between both ( $C_2, C_2'$ ) and ( $C_3, C_3'$ ). The final system obtained is composed of only three different capacitances namely  $C_1, C_2$  and  $C_3$  (fig. 3).

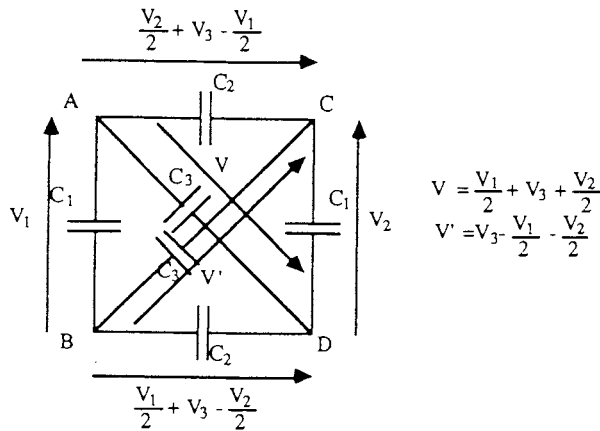


Fig. 3 : Equivalent circuit when symmetries are taken into account

The theoretical problem of studying capacitance between two layers of a coil becomes easy to simplify in a 2-D study of two sheets, spaced  $e$ , and of height  $h$  [5]. Each sheet represents one layer, and the voltage along the sheet ( $V_1$  and  $V_2$ ) varies linearly. The last voltage  $V_3$  is the potential difference between the two layers in the middle. It varies linearly too. Fig.4 shows this 2-D system.

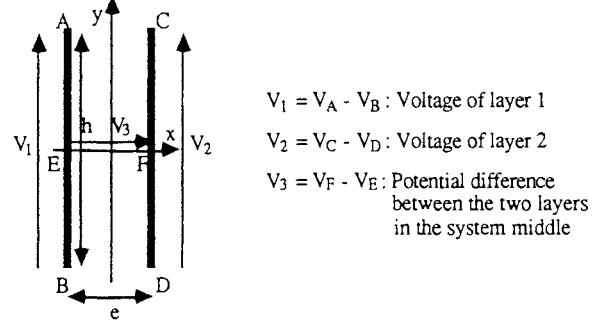


Fig.4 : Two dimensional system

The solution of the Laplace equation ( $\Delta V=0$ ) gives the potential between the two layers (2).

$$V = \frac{V_3}{e} x + \frac{V_1 + V_2}{2h} y + \frac{V_2 - V_1}{eh} xy \quad (2)$$

Then the electrical field is calculated by solving the relation  $E = -\text{grad} V$ . The three components ( $E_x, E_y, E_z$ ) being the following :

$$E_x = -\frac{V_3}{e} - \frac{V_2 - V_1}{eh} y$$

$$E_y = -\frac{V_1 + V_2}{2h} - \frac{V_2 - V_1}{eh} x$$

$$E_z = 0$$

(3)

Last the electrostatic energy is derived from the electrical field  $E$  as follows :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 E^2 dv$$

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 L e h \left[ \left( \frac{V_3}{e} \right)^2 + \left( \frac{V_1 + V_2}{2h} \right)^2 + \left( \frac{V_2 - V_1}{2h} \right)^2 \left( \frac{h^2}{12} + \frac{e^2}{12} \right) \right] \quad (4)$$

This solution agrees with the previous one (1). But it is clear that the symmetries are respected because the coefficient of  $V_1^2$  is the same as that of  $V_2^2$  and only the double product  $V_1 V_2$  is present.

Thus using the equivalent circuit (fig.3) and calculating the electrostatic energy  $W'$  stored in this system (5), the three capacitances  $C_1, C_2$  and  $C_3$  may be derived.

$$W' = \frac{1}{2} \left( 2V_3^2 C_2 + C_3 \right) + V_1^2 \left( C_1 + \frac{C_2 + C_3}{2} \right) + V_2^2 \left( C_1 + \frac{C_2 + C_3}{2} \right) + V_1 V_2 (C_3 - C_2) \quad (5)$$

by identifying  $W$  and  $W'$

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{C_0}{6} \left( 1 - 2 \frac{e^2}{h^2} \right) \\ C_2 = \frac{1}{3} C_0 \left( 1 - \frac{e^2}{2h^2} \right) \\ C_3 = \frac{1}{6} C_0 \left( 1 + \frac{e^2}{h^2} \right) \end{cases} \quad \text{with } C_0 = \epsilon_0 \frac{Lh}{e} \quad (6)$$

### III. INDUCTOR AND TRANSFORMER

In many cases, the thickness  $e$  is small compared to the height  $h$ . Thus the term  $e^2/h^2$  can be neglected and the three capacitances depend only on  $C_0$  which is the capacitance of two sheets at a constant potential. Due to this mathematical modelisation,  $C_1$  is in general negative. Hence capacitance measurements only give positive values. The second part will show how to calculate equivalent capacitance from the circuit in fig.2.

In this part, a two layer coil is studied. Two possible winding methods are analyzed (with layers wound in opposite directions and layers wound in the same way) and all connections between the two layers are tested [6].

Fig.5 shows the six different systems analyzed. For the inductor, as the flux of each layer has to add up, there are only two possibilities. For the transformer, four different combinations are tested. The layer voltage vectors are oriented so that they have the same sign. Thanks to this arrangement, the wound direction is given by the voltage direction in fig.5.

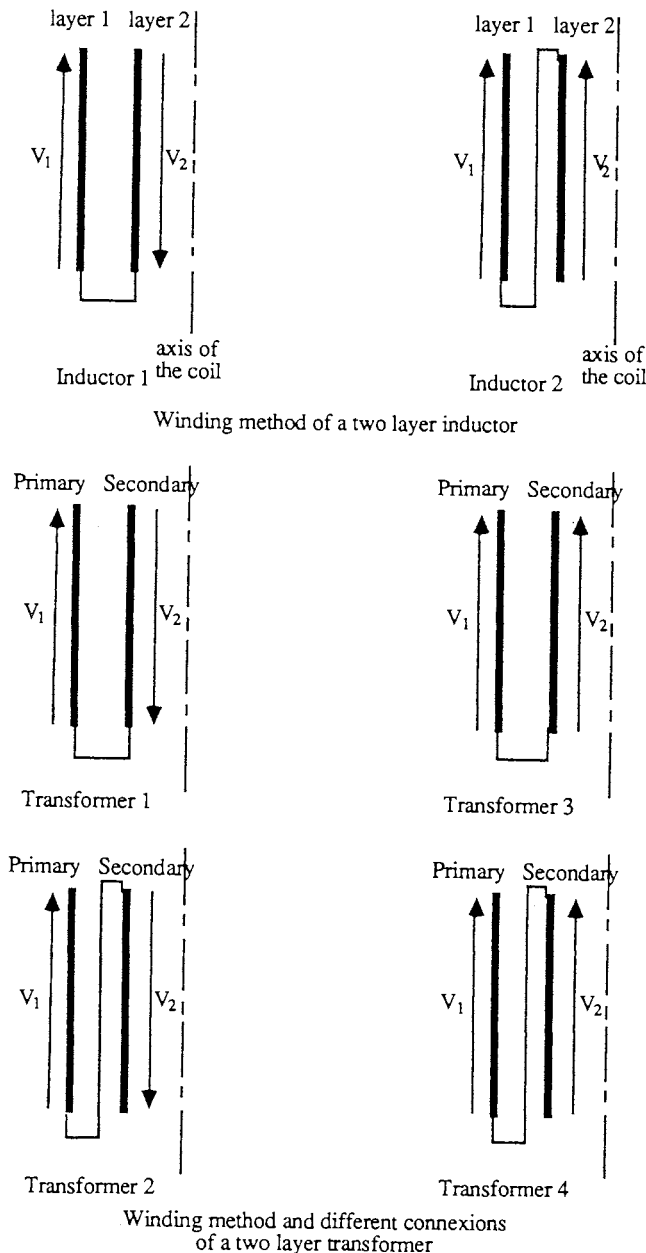


Fig.5 : Six different topologies  
left column : windings in opposite directions  
right column : windings in the same direction

First, the general equivalent circuit is shown in fig.6 for two windings wound in the same direction. It appears a perfect transformer in order to take into account the turn ratio between the inner and the outer layer [7]. If the layers are wound in opposite directions, one point of the perfect transformer has to be located downwards.

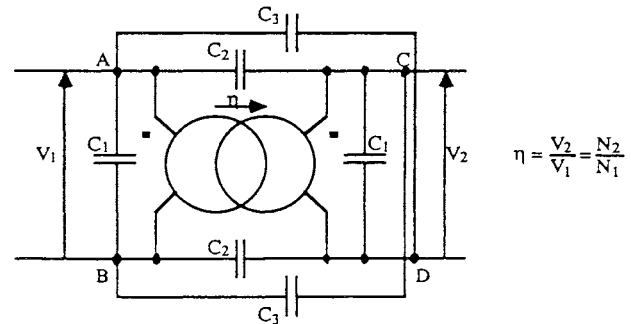


Fig.6 : Equivalent circuit of two layers wound in the same direction

The capacitance values of each system (fig.5) are deduced from this equivalent circuit using two transformations explained in annexe 1.

#### 3.1 The inductor

The inductor is composed of two layers having a different turn number. The turn ratio of these two layers is called  $\eta$ .

##### 3.1.2 Windings in opposite directions (Inductor 1)

Fig.7 shows winding connections and the appropriate equivalent circuit. The total capacitance is measured between the two points A and C. Consequently the six capacitances have to be brought back between these two points thanks to the transformations given in appendix.

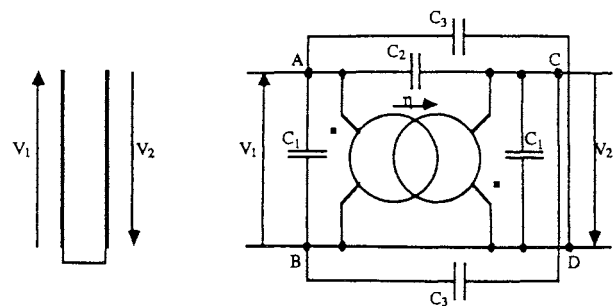


Fig.7 : Equivalent circuit of a two layer inductor wound in opposite directions

$$C = (C_1 + C_3) \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2} + C_2 \quad (7)$$

Taking into account the geometry of the inductor and equations (6), the capacitance value is as follows :

$$C = \frac{C_0}{3} \left( 1 + \frac{e^2}{h^2} \frac{1 - \eta + \eta^2}{(1 + \eta)^2} \right) \quad (8)$$

This capacitance is measurable, thus its value is always positive.

### 3.1.2 Windings in the same direction (Inductor 2)

In this case, fig.8 shows the equivalent circuit and the capacitance has to be calculated between the two points A and D.

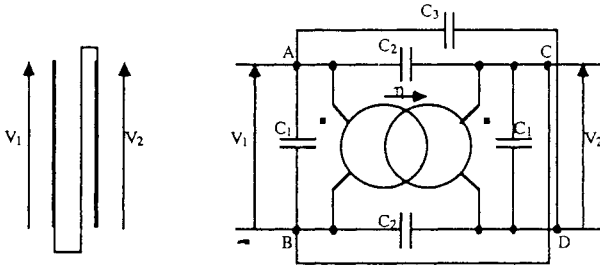


Fig.8 : Equivalent circuit of a two layer inductor wound in the same direction

The result is equivalent to that found in (7). Only the roles of the two capacitances  $C_2$  and  $C_3$  have to be permuted. The solution is :

$$C = (C_1 + C_2) \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2} + C_3 \quad (9)$$

Replacing  $C_1, C_2$  and  $C_3$  by their physical values

$$C = \frac{C_0}{3} \left( 1 + \frac{e^2}{h^2} \right) \frac{(1 + \eta + \eta^2)}{(1 + \eta)^2} \quad (10)$$

## 3.2 The transformer

Usually, a transformer is used in a power supply to isolate the output from the input [8]. Thus the general equivalent circuit (fig.6) cannot be reduced. Only a few transformations have to be made to change the negative capacitances into positive values. This modelisation shows that a transformer cannot be modeled with a single capacitance, but with a capacitance parallel to the layers and two interlayer capacitances. In this part, only the capacitance effects are studied. Thus all the turns are considered perfectly coupled together. It is the same thing for the two layers.

### 3.2.1 Windings in opposite directions (Transformer 1 and 2)

For transformer 1, calculation of the equivalent capacitance is the same as that of inductor 1. Only a transformation to bring this capacitance back between the two points A and B is used.

The value is given by

$$C = (C_1 + C_3)(1 + \eta^2) + C_2(1 + \eta)^2 \quad (11)$$

$$C = \frac{C_0}{3} (1 + \eta)^2 - C_0 \frac{e^2}{h^2} \eta \quad (12)$$

Fig. 9 shows the second possibility of the connexion (Transformer 2). The capacitance is calculated between A and B too.

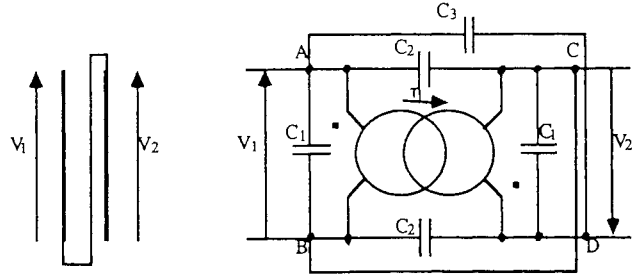


Fig.9 : Equivalent circuit of a two layer transformer wound in opposite directions and with points B and C connected

The value is the following :

$$C = (C_1 + C_2)(1 + \eta^2) + C_3(1 - \eta)^2 \quad (13)$$

$$C = \frac{C_0}{3} \left( 1 + \frac{e^2}{h^2} \right) (1 - \eta + \eta^2) \quad (14)$$

### 3.2.2 Winding in the same direction (Transformer 3 and 4)

In this configuration, the two possible potential references are tested too. In the case of transformer 3, the equivalent circuit is given in fig.10.

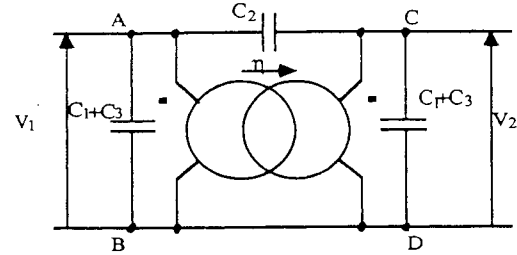


Fig.10 : Equivalent circuit of transformer 3

After calculation, the capacitance value is given by

$$C = (C_1 + C_3)(1 + \eta^2) + C_2(1 - \eta)^2 \quad (15)$$

$$C = \frac{C_0}{3} (1 - \eta)^2 + \frac{e^2}{3h^2} C_0 (1 + \eta + \eta^2) \quad (16)$$

The second possibility is to connect points B and C and to calculate the capacitance between A and B. An easy transformation gives this value from the capacitance calculation derived in expressions (9) and (10).

$$C = (C_1 + C_2)(1 + \eta^2) + C_3(1 + \eta)^2 \quad (17)$$

$$C = \frac{C_0}{3} \left( 1 + \frac{e^2}{3h^2} \right) (1 + \eta + \eta^2) \quad (18)$$

### 3.3 Summary table

Each connexion and winding mode studied above gives a different capacitance value. These capacitances are measurable on a physical system. Nevertheless a last connexion can be tested in order to measure the  $C_0$  value. Points A and C are respectively connected to points B and D. The capacitance is evaluated between the two layers.

$$C = 2(C_2 + C_3) \quad (19)$$

$$C = C_0$$

This result is the capacitance between two sheets, each being at a constant potential.

All the results are put together in the summary table (fig.11). The two layers are supposed near in order to neglect the term  $e^2/h^2$ .

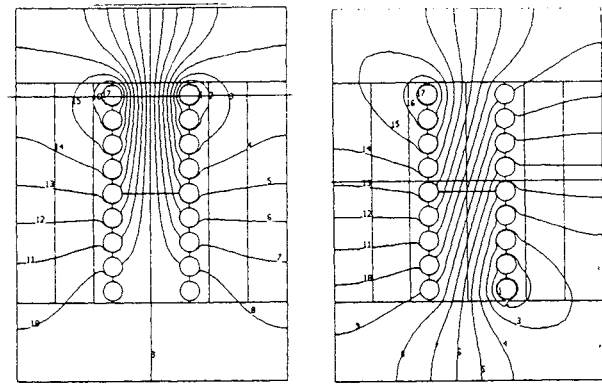
Windings	opposite directions	same direction
Inductor	$\frac{C_0}{3}$	$\frac{C_0}{3} \frac{1 + \eta + \eta^2}{(1 + \eta)^2}$
Transformers Measurement between A et B		
Points B et D connected	$\frac{C_0}{3} (1 + \eta)^2$	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta)^2$
Points B et C connected	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta + \eta^2)$	$\frac{C_0}{3} 1 + \eta + \eta^2$
Inductor if $\eta = 1$	$\frac{C_0}{3}$	$\frac{C_0}{4}$

Fig.11 : Summary table

It is interesting to notice that values change with connexions and with winding direction [9]. The usual inductor (inductor 1) gives the greatest capacitance value. It is preferable to wind an inductor as indicated in fig.8. For a transformer, the primary and secondary windings are not generally connected. But the potential reference is given by the output and the capacitance can change with the power supply operation. For instance, the flyback converter operation has two different configurations. The first is the switch turned-on and the second, the switch turned-off. During each operation, the output can impose a different potential between each layer, so that the capacitance has to be calculated in each case.

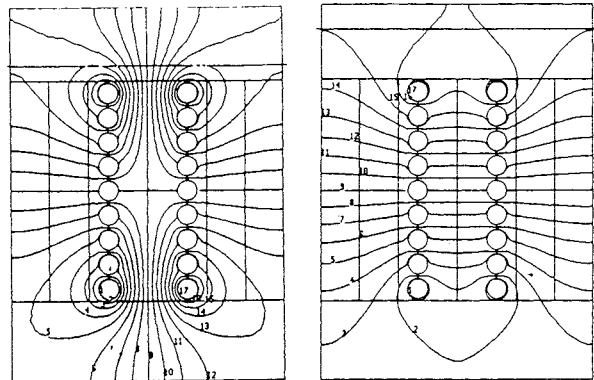
#### 4. ELECTROSTATIC SIMULATION

The software FLUX2D [10] is used to take into account the real geometry of wires and to analyze the side effects. Each sheet is represented by a layer of 1 mm  $\phi$  copper wires, each being at a constant potential. The layers are set further apart than in reality in order to see equipotential distribution. This system consists of two nine turn layers. Fig.12 shows the 4 different cases.



Inductor 1

Inductor 2



Transformer 2

Transformer 3

Fig.12 : Equipotential in four cases

The electrical energy stored between the two layers is evaluated, and the capacitance value can be computed. These results are very close to those calculated in part 3. Thus, in a first approach, the layers can be replaced by two sheets, spaced  $e$ , where  $e$  is the thickness between two wires ( $e$  takes insulation into account).

#### 5. EXPERIMENTAL VALIDATION

An experimental system is being studied to confirm the analytical study. A two layer coil is built around a magnetic core ETD 49. Each layer is wound with 30 turns of 1 mm  $\phi$  copper wire. The space between the two layers is calibrated very carefully in order to compare each inductor and transformer built. An impedance analyzer is used to obtain the impedance modulus and phase of each coil. The capacitance is then calculated after the first resonance frequency (for the transformers, the secondary is open). Fig.13 shows these impedance curves.



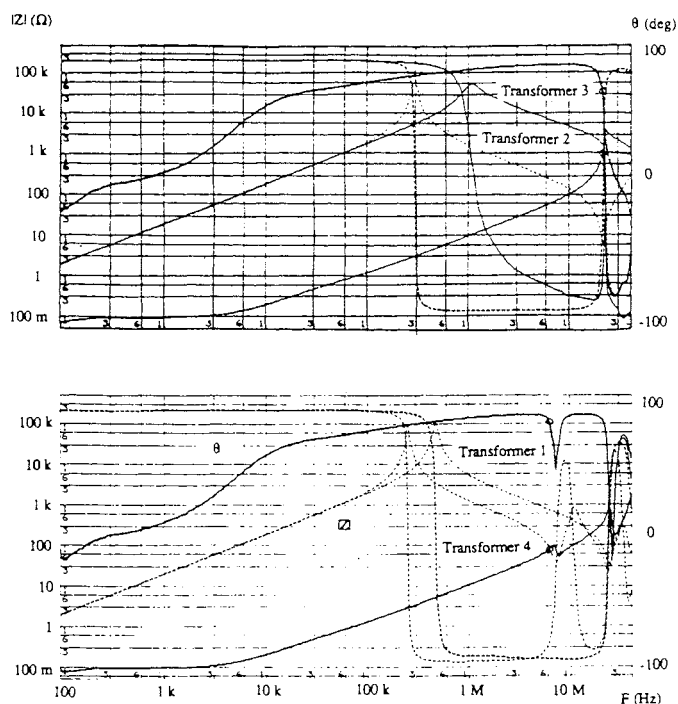


Fig.13 : Impedance modulus and phase of the experimental transformers

The capacitance values are compared with theoretical and simulated results in table 14. The three values agree well for each case studied, apart from transformer 3 where the measured capacitance is greater than expected. The reason is that the calculated value should be zero. In this case, the inter-turn capacitance can no longer be neglected. The measurement wires also have a parasitic capacitance, which is not negligible compared to the final result.

	CAPACITANCE VALUE		
	Analytical	Simulated	Experimental
Inductor 1	29 pF	28,2 pF	30,5 pF
Inductor 2	22 pF	21,1 pF	24,5 pF
Transformer 1	117 pF	113 pF	125 pF
Transformer 2	29 pF	53 pF	33 pF
Transformer 3	= 0	0,6 pF	3,3 pF
Transformer 4	88 pF	84,5 pF	95 pF
Co capacitance	88 pF	84,6 pF	90 pF

Fig.15 : Summary table experimental, simulated and theoretical capacitances for the above six two layer coils

## 6. CONCLUSION

This new equivalent circuit was tested on a two layer coil. It agrees well with the measured capacitance value. An other system, having two layers but with a different turn number was built to confirm the capacitance variation according to the turn ratio. In this case, the theoretical results agree well with the experiment too.

Finally, this equivalent circuit can reproduce correctly the capacitance of a three (or N) layer winding. (N-1) equivalent circuits have to be connected in series, and the capacitance is calculated between the two measurement points. This supposes that only the capacitance between two adjacent layers is taken into account. The others are neglected.

This equivalent circuit can be introduced into a power electronics simulation software. Thus the transformer operation inside a power supply may be better understood [11]. The final result is that this capacitance becomes a useful element in the power supply. This element could be a resonance capacitance.

## BIBLIOGRAPHY

- [1] V.A Niemela, G.R Skutt, A.M. Urling, Y.N. Chang, T.G. Wilson, H.A. Owen, Jr., and R.C. Wong, "Calculating the Short-Circuit Impedances of a Multiwinding Transformer from its Geometry", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 607-617
- [2] C.E. Hawkes, T.G. Wilson, R.C. Wong, "Magnetic Field Intensity and Current Density Distributions in Transformer Windings", PESC, 89CH2721-9, 1989, pp 1021-1030
- [3] E. Laveuve, J.P. Keradec, G. Meunier, "Influence of Induced Currents in Conductors on Leakage and Losses in a Transformer", Electric Machines and Power Systems, Vol. 19 n° 1, jan. 91, pp 55-68
- [4] A.A. Dawhajre, R.D. Middlebrook, "Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits", PESC'86, IEEE, June 1986, Vancouver
- [5] W.T. Duerdorth, "Equivalent capacitances of Transformer Windings", Wireless Engineer, June 1946, pp.161-167.
- [6] E. Laveuve, J.P. Keradec, F. Lappas, "Un Obstacle à la Montée en Fréquence: les Eléments Bobinés", EPF 90, Toulouse, oct. 90
- [7] L. Casey, A.F. Goldberg, M.F. Schlecht, "Issue Regarding the Capacitance of 1-10 MHz Transformers", PESC88, CH2504-9, IEEE, pp.352-359.
- [8] W.M. Flanagan, "Handbook of Transformer Applications", Mc Graw-Hill Book Company, 1986
- [9] O.H. Stielau, J.D. van Wyk, M. Ehsani, I.J. Pitel, "Integrated Reactive Components in Power Electronic Circuits", PESC'90, IEEE, pp. 831-838
- [10] J.C. Sabonnadière, G. Meunier, B. Morel, "Flux: A General Interactive Finite Elements Package for 2D Electromagnetic Fields", IEEE Trans Mag, mars 1982
- [11] E. Laveuve, M. Bensoam, J.P. Keradec, " Wound Components Parasitic Elements : Calculation, Simulation and Experimental Validation in High Frequency Power Supply", to be published in EPE'91, Florence, Sept. 91

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported in part by a research contract with AMOS, Crolles, France

## APPENDIX : Transformations of equivalent circuits

The first transformation is given by fig.16. It is interesting to find the capacitance value  $C'$  according to  $C$ .

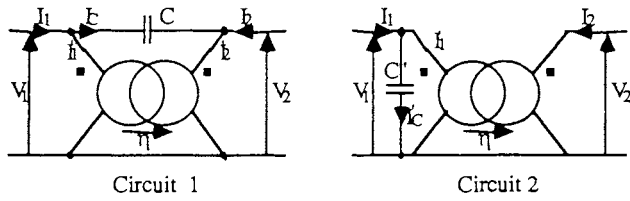


Fig.16 : Equivalent circuits

The impedance matrix is written for each equivalent circuit (20). By identifying the two voltages  $V_1$  and  $V_2$  in each case, the capacitance value  $C'$  is deduced (21).

$$\begin{aligned} \text{Circuit 1} \quad & \begin{cases} V_1 = \frac{1}{jC\omega(1-\eta)^2} I_1 + \frac{\eta}{jC\omega(1-\eta)^2} I_2 \\ V_2 = \frac{\eta}{jC\omega(1-\eta)^2} I_1 + \frac{\eta^2}{jC\omega(1-\eta)^2} I_2 \end{cases} \\ \text{Circuit 2} \quad & \begin{cases} V_1 = \frac{1}{jC'\omega} I_1 + \frac{\eta}{jC'\omega} I_2 \\ V_2 = \frac{1}{jC'\omega} I_1 + \frac{\eta^2}{jC'\omega} I_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

$$C' = (1-\eta)^2 C \quad (21)$$

When the point of the transformer is located downwards, these last equations are correct if the number ratio  $\eta$  is changed by  $-\eta$  with always  $\eta$  being positive.

The second transformation used for the capacitance calculation is the following :

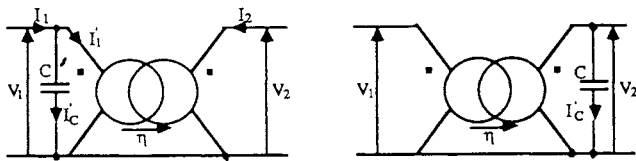


Fig.17 Primary and secondary capacitance

This operation is classic and the two capacitances are bound by the relation (22)

$$C' = \eta^2 C \quad (22)$$







# STRAY CAPACITANCES OF TWO WINDING TRANSFORMERS: EQUIVALENT CIRCUIT, MEASUREMENTS, CALCULATION AND LOWERING

François BLACHE, Jean-Pierre KERADEC, *member IEEE*, Bruno COGITORE

**Abstract**--First, a global electrostatic approach is used to show that introduction of six capacitors in the equivalent circuit of any two winding transformer allows its electrostatic behaviour to be fully and accurately modelled. With the so-completed circuit, resonance frequencies are computed and, reversely, the six capacitances are deduced from these measured frequencies.

Then, after a rough look at layer and wire shapes, two simple models are proposed in order to compute the six capacitances. Values found are approximate but, two designing rules leading to lower capacitance values are inferred.

Measurements are presented to establish the reliability of the equivalent circuit and to evaluate the benefit of the proposed designing rules.

## I. INTRODUCTION

As electronic simulation becomes popular, engineers require more and more accurate results. To satisfy these expectations, accurate models are needed for all electronic components. This is why our team has been developing transformer models since 1988.

Because a transformer is mainly a magnetic coupler, we first designed an equivalent electrical circuit that accounted, whatever the number of windings, for all its magnetic couplings [1]. Losses, including those due to eddy currents, have received also satisfactory representations [2, 3, 4] and a general method has been published for experimental characterisation [5]. Hereafter, we present our current view on the electrostatic behaviour of two winding transformers.

Until now, parasitic capacitances of two winding transformers have been introduced in the equivalent circuit only by intuition. Often, only one or two capacitors are added to the usual circuit to account globally for distributed capacitance between wires [6]. Sometimes, one capacitor is introduced between windings to account for current circulation capabilities along this path [7]. On the other hand, some authors [8] add a lot of capacitors to study dynamic properties of these components, but the result is closely linked to the shape of the device and their values are not easy to measure in small undetachable devices.

In the first part, an energy based global approach is followed to design a general equivalent circuit which includes only six capacitors. Topology of this circuit depends neither on component shape nor on chosen technology. Then, the link between the six capacitances and the resonance frequencies of the circuit is established and used inversely to deduce the six capacitances from these measured frequencies.

Manuscript received September 20, 1994;

The authors are with the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (URA CNRS 355), BP 46, 38402, Saint-Martin d'Hères Cedex, France.

IEEE Log Number

In the second part, based on two different approximations of the winding shape, two simple models (the flat one and the paved one) are introduced to evaluate the six capacitances. Thanks to them, means to lower capacitances are inferred.

In both parts, measurements are presented to check the main results.

## II. GLOBAL APPROACH

### A. Electrostatic Energy and General Representation

Magnetically, the two winding transformer is a two port circuit. Only the two currents running through the windings can be fixed independently one from the other by the outside circuit. Electrostatically, the third current running between the two windings, via parasitic capacitances, cannot be ignored. This current depends essentially on the inter-winding voltage. The transformer then appears as a three input circuit (Fig. 1).

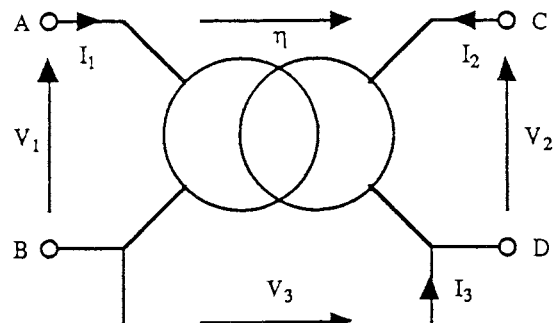


Fig. 1. A two winding transformer is a three port electrostatic circuit.

In the linear working area and as long as propagation times can be ignored, electrostatic energy  $W_E$  of this component is, at each instant, a quadratic function of the three potentials  $V_1$ ,  $V_2$  and  $V_3$  evaluated at the same instant:

$$W_E = \frac{1}{2} C_{11} V_1^2 + \frac{1}{2} C_{22} V_2^2 + \frac{1}{2} C_{33} V_3^2 + C_{12} V_1 V_2 + C_{13} V_1 V_3 + C_{23} V_2 V_3 \quad (1)$$

Coefficients  $C_{ij}$  which appear here are the six coefficients of the (symmetrical) capacitance matrix. They fully determine the electrostatic behaviour of the component.

So long as the defined working conditions (linear working and negligible propagation times) are kept to, an equivalent circuit with localized constants can be associated with this passive component. By completing the magnetic equivalent

circuit of the two-winding transformer [1] with six capacitors (Fig. 2), we obtain an equivalent circuit which takes all effects due to parasitic capacitors into account.

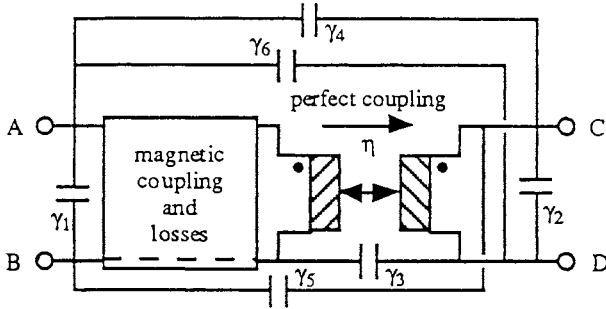


Fig. 2. The "six capacitor equivalent circuit" fully synthesizes the electrostatic behaviour of the transformer.

The expression of electrostatic energy  $W'_E$  stored in the six capacitors circuit is as follows:

$$W'_E = \frac{1}{2} \gamma_1 V_1^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 V_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_3 V_3^2 + \frac{1}{2} \gamma_4 (V_1 - V_2 - V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_5 (V_2 + V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_6 (V_1 - V_3)^2 \quad (2)$$

By identifying (2) and (1), we obtain the expressions for capacitances  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$  in terms of coefficients  $C_{ij}$ :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= C_{11} + C_{13} & \gamma_4 &= -C_{12} \\ \gamma_2 &= C_{22} + C_{23} & \gamma_5 &= C_{23} + C_{12} \\ \gamma_3 &= C_{33} + C_{13} - C_{23} - C_{12} & \gamma_6 &= C_{12} - C_{13} \end{aligned} \quad (3)$$

It should be noted that there is not just one layout for the six capacitances  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$ . It may even be rather free provided energy  $W'_E$  stocked by the six capacitors together can be identified with  $W_E$ . Whatever the chosen layout, some capacitances may be negatives: couplings can in fact reduce the total energy stored. To sum up, only capacitances which can be measured directly have to be positive.

### B. Partially Equivalent Circuit

Let us now look for a method which allows  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$  to be measured. To find it, a simpler circuit called "three capacitor circuit" (Fig. 3) is used.

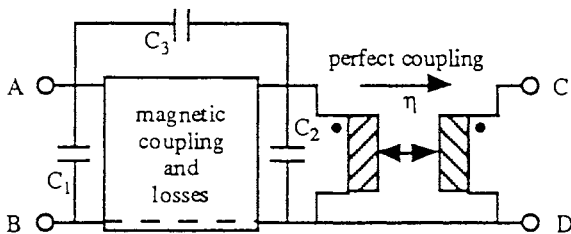


Fig. 3. The "three capacitor equivalent circuit" is used when only  $V_1$  and  $V_2$  are independent. Here, terminals B and D are connected.

When characterizing the component, one of the primary terminals can be linked to one of the secondary ones. Then, voltage  $V_3$  depends linearly on  $V_1$  and  $V_2$  (Fig. 1) and electrostatic energy depends only on two voltages. Consequently, three capacitors suffice to synthesize the electrostatic behaviour of the component so wired (Fig. 3).

The energy  $W''_E$  stored by  $C_1$  to  $C_3$  is now a quadratic function of  $V_1$  and  $V_2$  only:

$$W''_E = \frac{1}{2} (C_1 + C_3) V_1^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{C_2 + C_3}{\eta^2} \right) V_2^2 - \frac{C_3}{\eta} V_1 V_2 \quad (4)$$

This energy remains positive or zero whatever the values for  $V_1$  and  $V_2$ . Three inequalities can be deduced immediately by giving special values to  $V_1$  and  $V_2$ :

$$\begin{aligned} V_1 &= 0 & \rightarrow & C_2 + C_3 \geq 0 \\ V_2 &= 0 & \rightarrow & C_1 + C_3 \geq 0 \\ V_1 &= V_2 / \eta & \rightarrow & C_1 + C_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

From this it can be deduced that, among the three capacitances, only one might be negative. Furthermore, since quantity  $W''_E / V_2^2$  is a positive or zero quadratic function of variable  $V_1 / V_2$ , its determinant is negative or zero and this is expressed as  $C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3 \geq 0$ . By dividing this quantity by one of the sums (5), one more inequality is established. For example, using the last sum, we obtain:

$$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \geq 0 \quad (6)$$

The expression of  $V_3$  in terms of  $V_1$  and  $V_2$  depends on the link established between primary and secondary. This relation is used to eliminate  $V_3$  from relation (1), after which identifying  $W_E$  and  $W''_E$  enables capacitances  $C_1$  to  $C_3$  to be expressed in terms of coefficients  $C_{ij}$ . Thus, for a given transformer, values for  $C_1$ ,  $C_2$  and  $C_3$  vary according to the primary-secondary wiring. This is shown in Table 1.

One special case: if there is no link between primary and secondary windings ("floating" secondary),  $V_3$  results from capacitive division of  $V_1$  and  $V_2$ . The relation giving  $V_3$  is established noting that current  $I_3$  (Fig. 1), which is exclusively capacitive, is zero:

$$I_3 = j \omega (C_{13} V_1 + C_{23} V_2 + C_{33} V_3) = 0$$

Therefore:

$$V_3 = - \frac{C_{13} V_1 + C_{23} V_2}{C_{33}} \quad (7)$$

As for a purely resistive circuit, input impedance of a purely capacitive circuit drops when the load at one of its outputs moves from infinity to zero. This means that the measured capacitance rises as outputs are short-circuited. This is why capacitances observed are minimum when windings

float one with respect to the other.

<p><u>D connected with B</u>  <math>\rightarrow V_3 = 0</math>  <math>C_1 + C_2 = C_{11} + \eta^2 C_{22} + 2\eta C_{12}</math>  <math>C_1 + C_3 = C_{11}</math>  <math>C_2 + C_3 = \eta^2 C_{22}</math></p>
<p><u>C connected with A</u>  <math>\rightarrow V_3 = V_1 - V_2</math>  <math>C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23}) + 2\eta(C_{12} - C_{33} - C_{13} + C_{23})</math>  <math>C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13}</math>  <math>C_2 + C_3 = \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23})</math></p>
<p><u>C connected with B</u>  <math>\rightarrow V_3 = -V_2</math>  <math>C_1 + C_2 = C_{11} + \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23}) + 2\eta(C_{12} - C_{13})</math>  <math>C_1 + C_3 = C_{11}</math>  <math>C_2 + C_3 = \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23})</math></p>
<p><u>D connected with A</u>  <math>\rightarrow V_3 = V_1</math>  <math>C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + \eta^2 C_{22} + 2\eta(C_{12} + C_{23})</math>  <math>C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13}</math>  <math>C_2 + C_3 = \eta^2 C_{22}</math></p>
<p><u>No connection between primary and secondary</u>  <math>\rightarrow V_3 = -\frac{C_{13}V_1 + C_{23}V_2}{C_{33}}</math>  <math>C_1 + C_2 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} + \eta^2 \left( C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \right) + 2\eta \left( C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} \right)</math>  <math>C_1 + C_3 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}</math>  <math>C_2 + C_3 = \eta^2 \left( C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \right)</math></p>

Table 1. Values for capacitances  $C_1$  to  $C_3$  for different primary-secondary connections.

### C. Working Resonance Frequencies

Experimentally, the quadruple is characterized by its two open-circuit impedances  $Z_{oc}$  and  $Z'_{oc}$  (seen from primary or secondary) and by its two short-circuit impedances  $Z_{sc}$  and  $Z'_{sc}$ . These four quantities are linked ( $Z_{oc}Z'_{sc} = Z'_{oc}Z_{sc}$ ) but their redundancy is useful when double checking.

Resistances act only slightly on resonance frequencies. Removing them, the three capacitor circuit becomes very simple (Fig. 4) and its study gives the diagrams shown in figure 5.

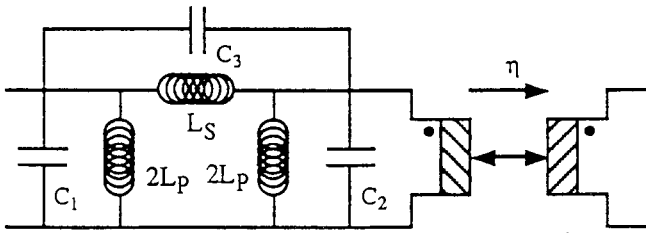


Fig. 4. Circuit used for finding resonance frequencies.

$L_{oc}$ ,  $L'_{oc}$ ,  $L_{sc}$  and  $L'_{sc}$  being the inductances related to the studied impedances, magnetic components in figure 4 are defined as follows [1] and frequencies  $F_1$  to  $F_4$  are given by (8).

$$k = \sqrt{1 - \frac{L_{sc}}{L_{oc}}}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{L'_{oc}}{L_{oc}}}, \quad L_P = L_{oc} \cdot (1+k)/2, \quad L_S = L_{sc} / k$$

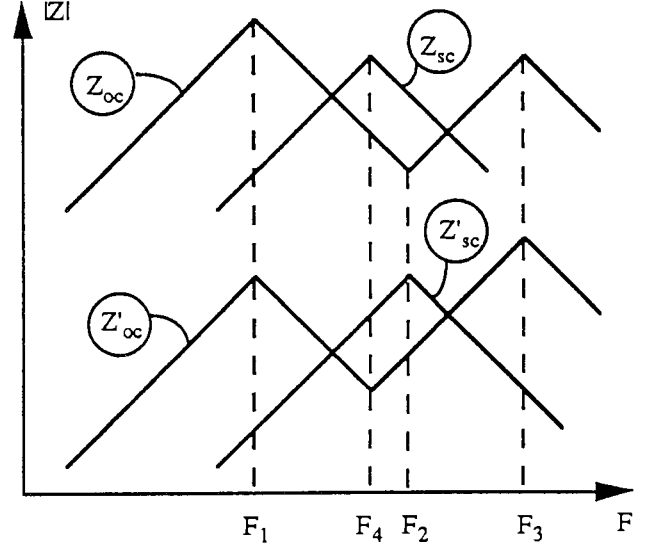


Fig. 5. Asymptotic Bode moduli diagram.

$$F_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{oc}(C_1 + C_2)}}, \quad F_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{sc}(C_2 + C_3)}} \quad (8)$$

$$F_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{sc}\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)}}, \quad F_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{sc}(C_1 + C_3)}}$$

Notice that serie resonance for  $Z_{oc}$  coincides with parallel resonance for  $Z'_{sc}$  and vice versa. These coincidences, which are observed very precisely in practice, derive from the symmetry of the circuit (Fig. 4). Each resonance observed on secondary has its partner on primary and only the roles of  $C_1$  and  $C_2$  are swapped.

### D. Deducing the Six Capacitances

If  $L_{oc}$  and  $L_{sc}$  have been measured before, values for  $C_1$  to  $C_3$  can be deduced from resonance frequencies (Fig. 6 and 7) together with their analytic expressions (8). By repeating this measurement after modifying the primary-secondary link, we usually observe resonance shifts (Fig. 8) and three new values for  $C_1$  to  $C_3$  are reached. Three equations involving the  $C_{ij}$  are thus obtained for each wiring. In order to increase accuracy of results, we always select two connections leading to resonance frequencies which are as different as possible.



Last, coefficient  $C_{33}$  is acquired directly, since following (1), it matches the capacitance measured between the two windings when they are both short-circuited.

From this set of measurements coefficients  $C_{ij}$  are deduced, followed by the six capacitances  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$  (3).

In figures 6, 7 and 8, solid and dashed lines represent respectively the modulus and the phase.

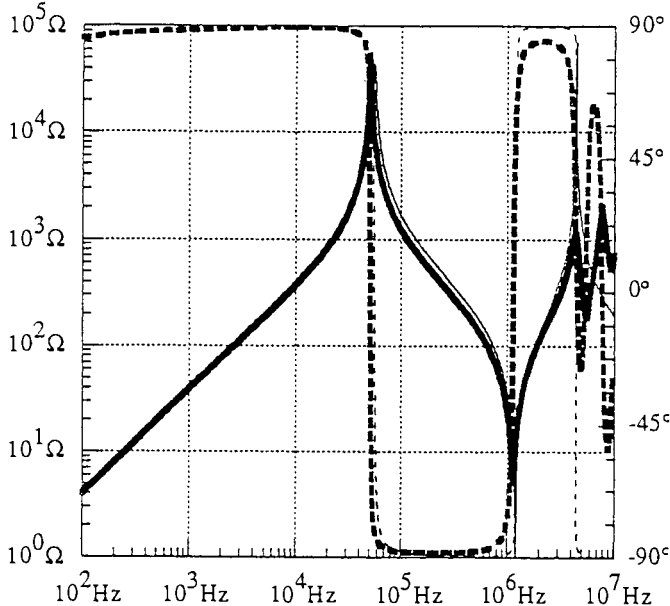


Fig. 6. Modulus and argument for open-circuit impedance  $Z_{oc}$ : simulated (thin) and measured (bold).

As shown in figures 6 and 7, agreement is good from dc. up to 5MHz. Other studies, carried out on a large number of transformers placed under realistic working conditions, allow us to conclude that this model is correct for up to one or two decades beyond the maximum usable working frequency of the component ( $F_1$ ). In particular, resonance frequencies are well located whatever the primary-secondary link.

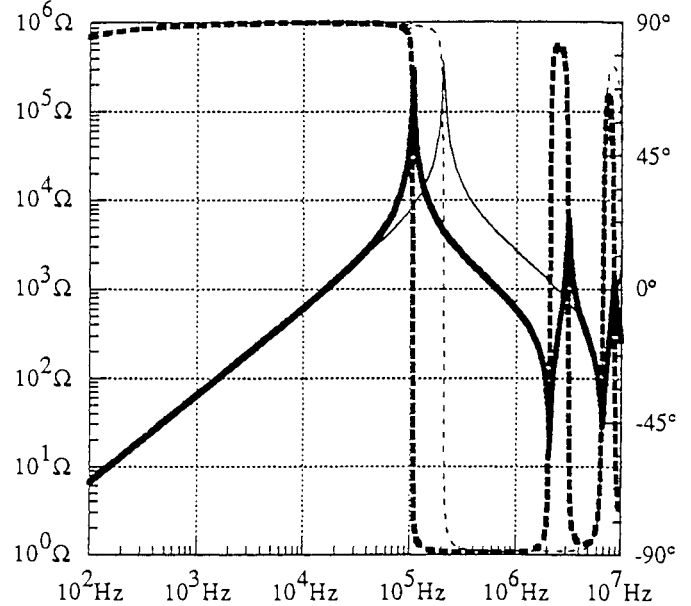


Fig. 8. Measured modulus and argument for open-circuit impedance  $Z_{oc}$ : B and D linked (bold) and floating (thin).

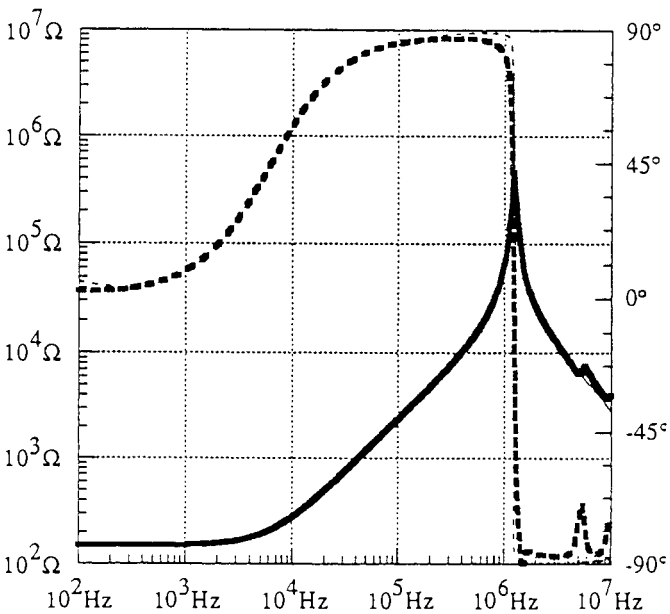


Fig. 7. Modulus and argument for short-circuit impedance  $Z_{sc}$ : simulated (thin) and measured (bold).

### E. Validation and Discussion

In order to validate the circuit (Fig. 2), it has been introduced into an electronic simulation software [9] and obtained results have been compared with experimental ones.

To study some important problems such as shock waves in industrial transformers, reliability of the model has to be extended to even higher frequencies. With this in view, the transformer is usually broken up. The above theory encourages the introduction of negative capacitances in partial representations in order to give a better account of electrostatic couplings. It also teaches that experimental characterization will require internal access.

The sensitivity of resonance frequencies to parasitic capacitors provides an answer to yet another question. Indeed, some components include conducting parts whose potentials are likely to be fixed independently from those of the windings: electrostatic screen, metallic magnetic core, clamping stirrups, shrouding, etc. It then has to be decided whether the above theory, established for three independent potentials, needs to be modified to take one or several extra inputs into account.

The answer is definitely negative if the part concerned is still linked, under normal working conditions, to one of the winding terminals or whether it is floating permanently. If this is not so, the answer may be deduced easily from the experiment, as suggested in figure 8. Indeed, if, after having connected the troublemaking part to each of the four terminals in succession, no significant resonance displacement has been observed, there is no point in complicating the diagram and vice versa.

As a conclusion, it can be said that the general approach does not allow for a better design of transformers but it helps to use and evaluate them better.

### III. MICROSCOPIC APPROACH

#### A. Flat Model

1) *Analytic Study*: If voltages induced in all the turns of a given layer are identical, the potential varies linearly from one terminal of this layer to the other. This observation is the basis of a simple model (Fig. 9), called "flat model", which is used hereafter to study capacitive coupling of two layers of turns which are facing each other.

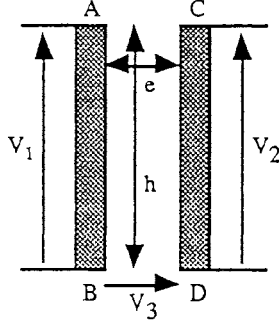


Fig. 9. Flat model.

Analytic study [10] is easy. Because potential varies linearly from A to B and from C to D, electrostatic energy  $W$  is expressed as a function of voltages  $V_1$  to  $V_3$  (Fig. 9). So long as  $e$  is much smaller than  $h$ , it can be allowed that energy  $W$  is stored essentially in the parallelepiped whose section is ABCD. Taking  $C_0$  as the capacitance of the capacitor with the same cross section and  $l$  in length (average length of a turn), it comes:

$$W = \frac{1}{2} C_0 \left( \frac{1}{3} V_1^2 + \frac{1}{3} V_2^2 + V_3^2 - \frac{2}{3} V_1 V_2 - V_1 V_3 + V_2 V_3 \right) \quad (9)$$

where  $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{hl}{e}$

Combining (9) and (1) leads to coefficients  $C_{ij}$ :

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{22} = \frac{1}{3} C_0 & C_{12} &= -\frac{1}{3} C_0 \\ C_{33} &= C_0 & -C_{13} &= C_{23} = \frac{1}{2} C_0 \end{aligned} \quad (10)$$

2) *Two-winding Transformer With Single-layer Windings*: Using relations (3), capacitances  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$  for a two winding transformer having single layer windings (Fig. 10) may be evaluated. This rather simple representation is not easy to find intuitively because it includes negative capacitances.

Thanks to Table 1 we are able to evaluate capacitances  $C_1$  to  $C_3$  obtained when the secondary is floating (Table 2). Values obtained for B and D linked are all four times higher. As expected, the lowest capacitances are found when there is no primary-secondary link.

According to the value of  $\eta$ , one of the three capacitances is negative whereas this is not so for the different combinations encountered in expressions of resonance

frequencies (8). It should however be noted that this model is too rough to allow for a proper evaluation of  $F_3$ , the highest resonance frequency (zero capacitance!).

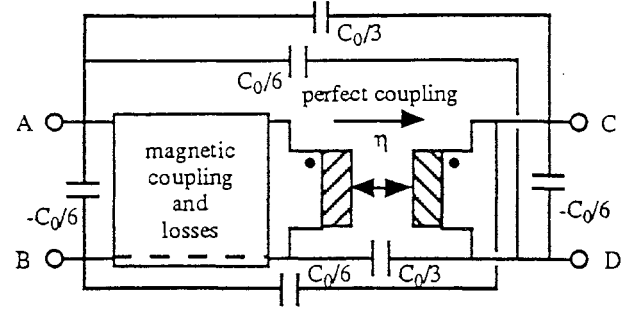


Fig. 10. Equivalent circuit for a two winding transformer with single layer windings.

Multiplying all the capacitances by four means dividing the resonance frequencies by two which seems to need checking. A dedicated prototype, comprising two coaxial layers of thin Litz wire, has shown a 2.03 ratio shift in frequency (Fig. 8). For more typical components, this shift is not 2 to 1, but it is still observed.

$C_1$	$(1-\eta) C_0/12$
$C_2$	$\eta(1-\eta) C_0/12$
$C_3$	$\eta C_0/12$
$C_1 + C_2$	$(1-\eta)^2 C_0/12$
$C_1 + C_3$	$C_0/12$
$C_2 + C_3$	$\eta^2 C_0/12$
$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	0

Table 2. Single layer two winding transformer: values obtained for capacitances  $C_1$  to  $C_3$  when secondary is floating.

3) *Reducing Parallel Capacitance of a Winding*: Let us now study the influence of the way of winding on the parallel capacitance  $C_p$  of a coil. Two ways of winding a multi-layer coil are distinguished. Either successive layers are wound in alternate directions and they are wave wired (Fig. 11-a), or all the layers are wound in the same direction and they are leap wired (Fig. 11-b).

Taking voltage  $V$  at the terminals of a layer, we can evaluate electrostatic energy  $W'$  stocked between two succeeding layers. For wave wiring  $V_1 = V$ ,  $V_2 = -V$  and  $V_3 = 0$ .  $W'$  is then deduced from (9):

$$W' = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} C_0 \right) V^2 \quad (11)$$

In the same way, for leap wiring, since  $V_1 = V$ ,  $V_2 = V$  and  $V_3 = -V$ ,

$$W'' = \frac{1}{2} C_0 V^2 \quad (12)$$

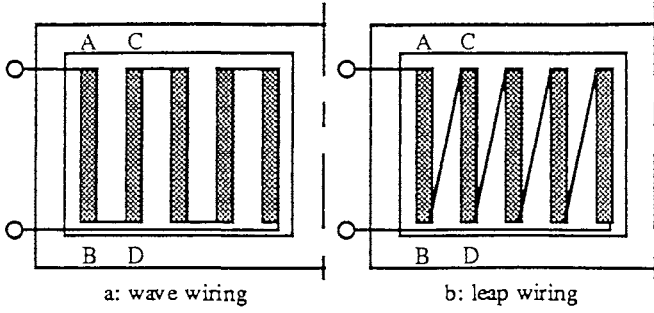


Fig. 11. Comparison between two ways of winding.

Thus  $C_p$  drops 25% if one moves from wave to leap mode. In practice, even if the drop is less than 25%, this means of winding is really better.

Let us now see how else  $C_p$  can be reduced. Consider that the winding fills a rectangular-shaped window whose height  $H$  is greater than its width  $L$ . Using the flat model it can be shown that it is a good idea to arrange the turns parallel to the smaller side of the window.

In a rectangular window, wires may be wound either in layers parallel to the greater side (Fig. 12-a) or in tiers parallel to the smaller side (Fig. 12-b). In order to compare similar devices, wires are identically arranged in both cases and wire shapes are identical. Only the scattering of potentials changes from one case to the other.

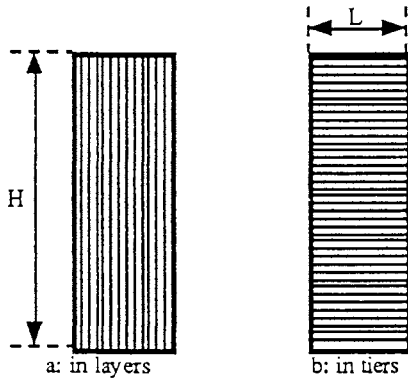


Fig. 12. Comparison between two possible directions for winding.

To determine electrostatic energy  $W_E$  stored, it is considered, in both cases, that the winding is leap wired. Take the average length of a turn  $l$ , the total voltage across the coil  $V_b$ , the gap between two adjoining wire axis  $D$  and the free space between these two wires  $e$  ( $e < D$ ). Winding (a) has  $L/D$  layers each submitted to a voltage  $V = V_b \cdot D/L$  and the interlayer capacitance is  $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r LH / e$ , so  $W_E$  is written:

$$W_E = \frac{L}{D} \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{LH}{e} \left( V_b \frac{D}{L} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{LH}{L} \frac{D}{e} V_b^2 \quad (13)$$

$C_p$  is then deduced from  $W_E = (1/2) C_p V_b^2$ .

The same argument applied to tier winding (b) leads to the same expression, if  $L$  and  $H$  are swapped over. Thus when  $H > L$ , tier winding leads to divide the capacitance coming from

traditional layer winding by  $(H/L)^2$ .

In order to check this experimentally, two coils were built, each with  $3 \times 17$  turns, set in the same window according to the two possible winding directions. Parallel capacitance measured dropped from 40pF to 4pF. The saving was not exactly what was expected [ $(17/3)^2 = 32$ ] but 4pF capacitance may not be localized only between the turns. It is however obvious that this spectacular saving should be set against the increase of manufacturing difficulty.

### B. Paved Model

While the flat model used a rough representation of layers of turns, the paved model relies on a slightly more sophisticated geometrical description: it takes, approximately, the shape of the conductors into account. These are supposed to have identical section shapes and considered to be set out following a regular meshing plan (Fig. 13).

Total electrostatic energy is then determined by summing only energies stored between close adjoining conductors. The result depends on the two capacitances located between these close adjoining conductors:  $C_H$  (horizontally) and  $C_V$  (vertically).

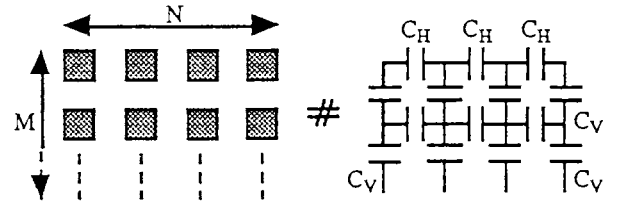


Fig. 13. Paved model: wires are placed according to regular meshing.

Wires are all identical but their cross section is not necessarily square.

Taking voltage per turn  $V$ , the potential of each turn is an integer multiple of  $V$ . At the approximation considered, energy stored depends on the squares of the voltages between adjoining turns. So, when  $V$  and the turn number are fixed, it still depends on the order in which turns are set in the window.

Thanks to the above approximations, the parallel capacitance of a winding is expressed in terms of  $C_H$ ,  $C_V$  and the numbers of lines and columns  $M$  and  $N$ . For leap wired layers, we obtain:

$$C = C_H \frac{M}{N} \frac{N-1}{N} + C_V \frac{M-1}{M} \frac{1}{MN} \quad (14)$$

For wave wiring, its capacitance is written:

$$C = C_H \frac{M}{N} \frac{N-1}{N} \frac{4M^2-1}{3M^2} + C_V \frac{M-1}{M} \frac{1}{MN} \quad (15)$$

Relation (15) is obtained by using identity (16) [11]:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots = \frac{n(4n^2-1)}{3} \quad (n \text{ terms}) \quad (16)$$

For tier winding, similar relations are obtained by swapping M and N and  $C_H$  and  $C_V$ .

In the case of layer winding, the part proportional to  $C_V$  is associated with energy stored between adjacent turns: this part was not included in the flat model. It can be seen that this part of C decreases proportionally to  $(1/M)^2$  and, if  $C_H = C_V$ , it becomes less than 1% of C as soon as a layer has more than 10 turns.

For a sufficient turn number and when  $C_H = C_V$ , this model proves the logic of the rules for winding set out above: factors  $4/3$  and  $(N/M)^2$  are saved respectively by leap wiring and by winding parallel to the smaller side. It also provides the option to introduce, for  $C_V$  and  $C_H$ , expressions which take geometry and insulators into account. Thus ratio  $C_V/C_H$  may be optimized (e.g. by inserting insulators between layers), very irregular distribution of potential may be tested or different pavings might even be tried (hexagonal, rectangular or other shaped wires).

Finally, this model introduces enough freedom to allow a realistic comparison between various technological solutions to be made. Its quantitative forecasting is no doubt approximate but it can be reached rapidly through easy calculation.

#### IV CONCLUSION

A global approach, based on electrostatic energy, has led to a general equivalent circuit which takes the whole electrostatic behaviour of the two winding transformer into account. Among the six capacitors which make up this circuit, some are negative but all of them can be determined by measurements which do not require dismantling the component in any way.

This equivalent circuit has been used for electronic simulation. It allows interwinding currents and parasitic resonances related to the transformer to be studied. It is very precise up to at least one decade above the maximum working frequency of the component.

Finally, a study which accounts roughly for the topology of the windings has enabled two rules for winding to be established. As has been shown experimentally, application of these rules leads to important cuts in parasitic capacitances.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We would like to thank the firms LABINAL and MICROSPIRE for their financial backing without which this research could not have been carried out.

#### REFERENCES

- [1] J. P. Keradec, B. Cogitore, E. Laveuve, M. Bensoam, "Des schémas équivalents pour les circuits couplés multienroulements", *Journal de physique III France*, n°4, avril 1994, pp. 751-773.
- [2] E. Laveuve, J. P. Keradec, G. Meunier, "Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer", *Electric machines and power systems*, n°19, 1991, pp. 55-68.
- [3] J. P. Keradec, R. Feuillet, J. Perard, "Eddy current losses and high frequency modelling of switching power supply transformer", *Proc. European Power Electronic*, Aachen, 9-12 Oct. 1989, pp. 963-965.
- [4] B. Cogitore, J. P. Keradec, R. Cornec, "Representation of copper losses of magnetic components in high frequency: an equivalent circuit with fixed value models", *Proc. European Electronic Components Conference*, 24-28 may 1993, Noordwijk (NL), pp. 267-272.
- [5] B. Cogitore, J. P. Keradec, J. Barbaroux, "The two winding transformer: an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit", *IEEE Trans. Instrum. and Measur.*, April 1994, vol. 43, n° 2, pp. 364-371.
- [6] Philips, "Data handbook on soft ferrites", 1991, p 34
- [7] M. Mino, T. Yachi, A. Tago, K. Yanagisawa, K. Sakakibara, "A new planar microtransformer for use in micro-switching converters", *IEEE Trans. Mag.*, n° 4, july 1992, pp. 1969-1972.
- [8] Z. Azzouz, L. Pierrat, A. Foggia, G. Meunier, "Détermination des paramètres du schéma équivalent discrétisé des enroulements d'un transformateur", *Journal de physique III France*, march 1993, pp. 455-467.
- [9] P. Fouassier, "Calcul automatique de circuits équivalents de composants bobinés", *Rapport de DEA*, INPG, Grenoble, septembre 1994.
- [10] E. Laveuve, J. P. Keradec, M. Bensoam, "Electrostatic of wound components: analytical results, simulation and experimental validation of the parasitic capacitance", *IEEE Proc. Indus. Applic. Soc.*, Dearborn (Mi, USA), 28 Sep.-4 Oct. 1991, pp. 1469-1475.
- [11] M. R. Spiegel, "Formules et tables de mathématiques", *Mac-Graw Hill*, New-York, 1974, p. 108.







# The Two-Winding Transformer: An Experimental Method to Obtain a Wide Frequency Range Equivalent Circuit

Bruno Cogitore, Jean Pierre Kéradec, *Member, IEEE*, and Jean Barbaroux

**Abstract**—A lumped-component equivalent circuit has been developed by our team to model the electric behavior of any two-winding transformer. This circuit is general: its topology is independent of shape, sizes, and technology chosen. Changing the sample results only in a change of numerical values. Moreover, this circuit is suitable in a wide frequency range: from dc up to, at least, one decade beyond the maximum working frequency of the transformer.

The aim of this paper is to present an experimental method which allows all the component values of this equivalent circuit to be determined, using only external impedance measurements. The method is illustrated by one example and, to conclude, Bode plots related to the circuit are compared to the experimental ones.

## I. INTRODUCTION

TODAY, software simulation is used extensively to design electronic circuits, and increasingly high accuracy is expected by designers who wish to avoid building prototypes. Reachable accuracy is bound to that of individual-component models: it is a reason to look for a reliable transformer model [1].

In another way, design of a transformer can be aided by electromagnetic software simulation. To establish such an approach, experimental characterization of its electric behavior is needed: a method of measuring characteristic values of the model should be appreciated too.

Although transformers have been studied extensively, few equivalent circuits have been proposed and, today, the ones used most have proved inadequate in high frequency [2], [3].

Some transformers have been studied more carefully, but equivalent circuits proposed to represent them are closely bound to their shape and their technology [4], [5]. Besides, some values characterizing these models cannot be measured electrically and some others require, for their evaluation, the setting of probes inside the component.

Using an energy-based approach, we have designed the lumped-component equivalent circuit in Fig. 1 which is independent of transformer building: only component values change from one sample to another. This circuit, already presented [6], will be justified shortly in this paper. We have applied it to transformers ranging from submillimeter integrated models to several kilowatt samples. It has proved reliable up

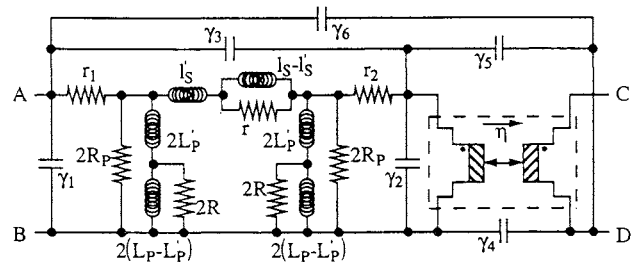


Fig. 1. General equivalent circuit submitted to characterization.

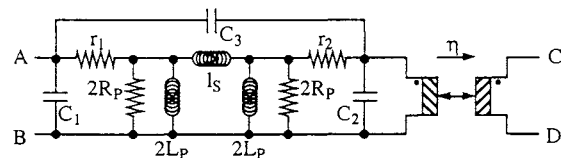


Fig. 2. Reduced circuit to characterize at first.

to frequencies which depend on the component size but are, at least, one decade above the chosen working frequency.

We call "coupler" the component which appears in the dotted frame. It is defined as an ideal transformer which multiplies voltage and divides current by the coupling ratio  $\eta$ , in the arrow direction.

## II. PRESENTATION OF THE METHOD

### A. Circuit Reduction

As a first step, let us consider the reduced circuit shown in Fig. 2. It is as accurate as the general one of Fig. 1, assuming the two following conditions are respected. First, the transformer behaves as a true quadripole: external wiring which links the windings together or to the different conductive parts (screen, core, clamping, shielding, ...) stays unchanged during the whole measurement set considered. Second, Eddy current losses, either in wires or in the core, are negligible. Let us name the two inputs: primary for (A, B) and secondary for (C, D).

A two-ports linear circuit is fully specified, at each frequency, by three independent complex numbers. Thus, to characterize such a device, three Bode plots have to be recorded. For practical reasons which will be detailed later on, we have chosen to measure primary impedance when the secondary is open ( $Z_0$ ) or short-circuited ( $Z_{SC}$ ) and secondary impedance



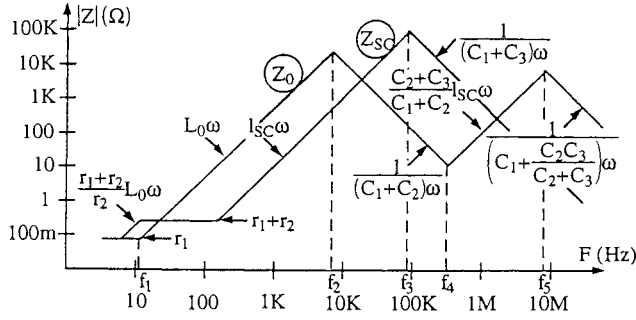


Fig. 3. Asymptotic diagrams of moduli used.

under similar conditions: ( $Z'_0$ ) and ( $Z'_{SC}$ ). Among these four plots, we finally keep the three most accurately measured.

Expressions of these impedances are found after a laborious but easy calculation. They are complicated and, to use them, some approximations are welcome [6].

For most industrial transformers, coupling is higher than 0.98, power efficiency better than 0.95, and capacitances are weak enough to allow the inductive behavior of impedances studied to be seen during at least one decade of frequency. In such a case, the following inequalities are true:

$$\begin{aligned} \frac{l_S}{2L_P} &\ll 1, \quad \frac{r_1}{R_P} \ll 1, \quad \frac{r_2}{R_P} \ll 1 \\ r_2(C_2 + C_3) &\ll \frac{L_P}{r_1}, \quad r_1 r_2 \left( C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \ll L_P, \\ l_S C_3 &\ll L_P (C_1 + C_2). \end{aligned}$$

Using these approximations, transfer functions of  $Z_0$  and  $Z_{SC}$  become simpler, poles and zeros are found, and related asymptotic Bode plots are drawn as shown in Fig. 3.

The five characteristic frequencies ( $f_1$  to  $f_5$ ) which appear in Fig. 3 are given by

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{r_1}{2\pi L_0} \\ f_2 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0(C_1 + C_2)}} \\ f_3 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{l_{SC}(C_1 + C_3)}} \\ f_4 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{l_{SC}(C_2 + C_3)}} \\ f_5 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{l_{SC} \left( C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Expressions of  $Z'_0$  and  $Z'_{SC}$  are deduced from Fig. 3 by a permutation of indexes 1 and 2, followed by a multiplication of  $\eta^2$ . Expressions of  $f_3$  and  $f_4$  (1) show that serial resonance of  $Z_0$  occurs at the same frequency as parallel resonance of  $Z'_{SC}$ , and this remains true for  $Z'_0$  and  $Z_{SC}$ . In practice, these frequencies are always very close.

The problem now amounts to this: how to deduce the nine values of the reduced circuit, starting from Bode plots of  $Z_0$ ,  $Z_{SC}$ ,  $Z'_0$  and  $Z'_{SC}$ . We will see that the solution is easy providing that a certain order is followed.

## B. Characterization of Magnetic Coupling

The first ascending part of the Bode plots of  $Z_0$ ,  $Z_{SC}$ , and  $Z'_0$  allows three inductances to be defined, respectively: the open-circuit inductance ( $L_0$ ), the short-circuit inductance ( $l_{SC}$ ), both viewed from the primary, and the open-circuit inductance viewed from the secondary ( $L'_0$ ). These inductances can be expressed in terms of those included in the reduced circuit:

$$L_0 = \frac{l_S + 2L_P}{2 + \frac{l_S}{2L_P}} \quad \text{and} \quad l_{SC} = \frac{2l_S L_P}{l_S + 2L_P}.$$

The transformation ratio  $\eta$  and the coupling coefficient  $k$  are deduced directly from them:

$$\eta = \text{sgn} \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \sqrt{\frac{L'_0}{L_0}} \quad (2)$$

$$k = \sqrt{1 - \frac{l_{SC}}{L_0}}. \quad (3)$$

Note that the definition taken for  $\eta$  does not coincide systematically with the turn number ratio: it has been chosen so that the magnetic quadrupole is symmetrical. Yet, when the coupling is close enough ( $k \geq 0.98$ ), these two estimations of  $\eta$  are identical.

Using (3), it follows that

$$l_S = \frac{l_{SC}}{k} \quad (4)$$

$$L_P = L_0 \frac{1+k}{2}. \quad (5)$$

Again, approximations apply when  $k \geq 0.98$ .

## C. Determination of Resistances

The low-frequency plateau of  $Z_0$  equals  $r_1$ , and that of  $Z'_0$  equals  $\eta^2 r_2$ . Since  $\eta$  has been estimated,  $r_2$  can be deduced. Then it is possible to check that the plateau of  $Z_{SC}$  in Fig. 3 equals  $r_1 + r_2$ .

The value of  $R_P$  does not appear in Fig. 3 on the asymptotic diagram of  $Z_0$  because it is masked by parallel inductances on the low-frequency side or by parallel capacitors on the high-frequency side. Luckily, these two effects compensate each other at resonance frequency  $f_2$ , so that the modulus of  $Z_0$  measured at this frequency identifies with  $R_P$ .

## D. Determination of Capacitances $C_1$ to $C_3$

Calculation of  $C_1$ ,  $C_2$ , and  $C_3$  of Fig. 2 is carried out starting from frequencies  $f_2$ ,  $f_3$ , and  $f_4$ . Because inductances  $l_S$  and  $L_P$  are now known, three independent capacitance sums are deduced from (1). Then, values  $C_1$  to  $C_3$  derive from them directly. One of these capacitances may be negative: only individually measurable capacitances have to be positive.

## E. Determination of Capacitances $\gamma_1$ to $\gamma_6$

From an electrostatic point of view, the transformer behaves as a three-input system as in Fig. 4, and its electrostatic energy

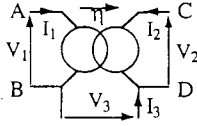


Fig. 4. For electrostatics, the device is a three-input circuit.

$W_E$  (6) is a quadratic function of three potentials which is distinguished by six coefficients  $C_{ij}$ :

$$W_E = \frac{1}{2}C_{11}V_1^2 + \frac{1}{2}C_{22}V_2^2 + \frac{1}{2}C_{33}V_3^2 + \frac{1}{2}C_{12}V_1V_2 + C_{13}V_1V_3 + C_{23}V_2V_3. \quad (6)$$

As a consequence, measuring  $C_1$  to  $C_3$  with two different links between windings generally results in different values. Owing to its six capacitors  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$ , the full circuit of Fig. 1 synthesizes all these results. Its electrostatic energy  $W'_E$  is

$$W'_E = \frac{1}{2}\gamma_1V_1^2 + \frac{1}{2}\gamma_2\left(\frac{V_2}{\eta}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_3\left(V_1 - \frac{V_2}{\eta}\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_4V_3^2 + \frac{1}{2}\gamma_5\left(\frac{V_2}{\eta}V_3\right)^2 + \frac{1}{2}\gamma_6(V_1 - V_3)^2. \quad (7)$$

$W'_E$  identifies with  $W_E$  if  $\gamma_1$  are chosen as follows:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= C_{11} + \eta C_{12} + C_{13} \\ \gamma_2 &= \eta^2 C_{22} + \eta(C_{12} + C_{23}) \\ \gamma_3 &= -\eta C_{12} \\ \gamma_4 &= C_{33} + C_{13} + \eta C_{23} \\ \gamma_5 &= -\eta C_{23} \\ \gamma_6 &= -C_{13}. \end{aligned} \quad (8)$$

To conclude, we have to deduce coefficients  $C_{ij}$  from several sets of  $C_1$  to  $C_3$ , measured for different wirings joining the two windings. The following equations allow this calculation. They result from identification, in each case, of  $W_E$  (6) with electrostatic energy stored by the reduced circuit.

1)  $B$  connected with  $D \Rightarrow V_3 = 0$

$$\begin{aligned} C_1 + C_3 &= C_{11} \\ C_2 + C_3 &= \eta^2 C_{22} \\ C_1 + C_2 &= C_{11} + \eta^2 C_{22} + 2\eta C_{12} \end{aligned}$$

2)  $A$  connected with  $C \Rightarrow V_3 = V_1 - V_2$

$$\begin{aligned} C_1 + C_3 &= C_{11} + C_{33} + 2C_{13} \\ C_2 + C_3 &= \eta^2[C_{22} + C_{33} - 2C_{23}] \\ C_1 + C_2 &= C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23}) \\ &\quad + 2\eta(C_{12} - C_{33} - C_{13} + C_{23}) \end{aligned}$$

3)  $B$  connected with  $C \Rightarrow V_3 = V_2$

$$\begin{aligned} C_1 + C_3 &= C_{11} \\ C_2 + C_3 &= \eta^2[C_{22} + C_{33} - 2C_{23}] \\ C_1 + C_2 &= C_{11} + \eta^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23}) \\ &\quad + 2\eta(C_{12} - C_{13}). \end{aligned} \quad (9)$$

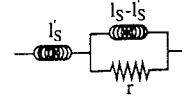


Fig. 5. Accounting for Eddy currents in wires.

4)  $A$  connected with  $D \Rightarrow V_3 = V_1$

$$\begin{aligned} C_1 + C_3 &= C_{11} + C_{33} + 2C_{13} \\ C_2 + C_3 &= \eta^2 C_{22} \\ C_1 + C_2 &= C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + \eta^2 C_{22} \\ &\quad + 2\eta[C_{12} + C_{23}] \end{aligned}$$

5) Each winding is floating relatively to the other  $\Rightarrow I_3 = 0$ .  $V_3$  is linked to  $V_1$  and  $V_2$  by  $V_3 = -(C_{13}V_1 + C_{23}V_2)/C_{33}$

$$\begin{aligned} C_1 + C_3 &= C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} \\ C_2 + C_3 &= \eta^2 \left[ C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \right] \\ C_1 + C_2 &= C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} + \eta^2 \left[ C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \right] \\ &\quad + 2\eta \left( C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} \right). \end{aligned}$$

6)  $A$  connected with  $B$  and  $C$  with  $D \Rightarrow V_1 = V_2 = 0$ .  $C_{33}$  is measured directly.

#### F. Accounting for Extra Losses

Usually, parameter determination stops here. Yet, in some cases, it can be noticed that the first ascending part of modulus  $Z_{SC}$  (or  $Z_0$ ) gives a slope weaker than 1, which is the expected value for an inductor. To account for this observation, it is judicious to divide the serial  $l_S$  (or parallel  $L_P$ ) inductance into two parts, one being shunted by a resistance  $r$  (or  $R$ ). This splitting of  $l_S$  (or  $L_P$ ) has been introduced previously [7]–[9] to model Eddy currents in wires or in the core.

For instance, when Eddy currents appear in wires, a close look at  $Z_{SC}$  shows an increase in serial resistance together with a decrease in serial (leakage) inductance. The circuit proposed in Fig. 5 behaves roughly in the same way.

Due to  $r$ , serial inductance of this circuit decreases from  $l_S$  in low frequency to  $l'_S$  in high frequency. A fast calculation shows that the decrease of this inductance is half the total variation for frequency  $f_C$  and that the slope of this curve is maximum for frequency  $f_M$  given by

$$f_C = \frac{r}{2\pi\sqrt{l_S - l'_S}} \quad (10)$$

$$f_M = f_C/\sqrt{3}. \quad (11)$$

The inductance variation and its frequency location allow  $l'_S$  and  $r$  to be evaluated.

The same reasoning and the same conclusions apply to the parallel inductance  $L_P$ .

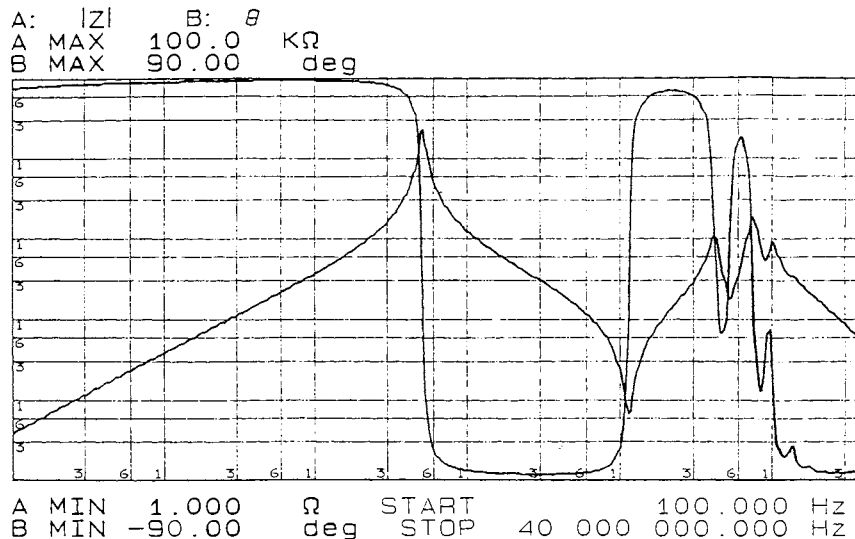


Fig. 6. Bode plot of  $Z_0$  (measured).

### III. EQUIPMENT AND EXPERIMENTAL PRECAUTIONS

Experimental results presented are obtained using a Hewlett-Packard HP 4194A impedance gain-phase analyzer. Its wide frequency band (100 Hz–40 MHz), its compensations for wiring impedances, and its various presentations of results (see Section IV) make it a very convenient tool to do the job. Now, let us see how to use it best.

At each frequency, a quadrupole is defined by only three independent complex parameters. On the other hand, a lot of impedances and gains are measurable: we have to choose. Let us note first that the required load, for any gain measurement, can hardly ever be considered as ideal (infinite, zero, purely resistive, ...) in the whole frequency domain. Moreover, disturbance due to added wiring cannot be compensated correctly during a gain analysis. This is why we have chosen to measure three impedances, taken among the four easily measurable ones, that is to say, those that a winding presents when the other is open or short-circuited. Among these four measurements, the least accurate is eliminated. The final choice depends on instrument specifications, on magnitudes of component impedances and may vary according to frequency domain. Notice that some extra measurements often allow useful checkings.

Using the supply voltage setting of the analyzer, a curve can be acquired twice, with two different supply voltages, to check whether the behavior of the transformer is linear. The voltage choice also has to take the analyzer manufacturer advice into account [7] aiming at obtaining the best accuracy. The selected value depends on the impedance measured and on the frequency domain: an increase can be necessary in high frequency to insure a sufficient signal/noise ratio as well as a decrease in low frequency to avoid magnetic core saturation. Any unexpected behavior which is noticed should incite the operator to carry out the measurement again with a different supply level or to check the connections.

During measurements, some wires are used, first to connect the component to the instrument, and second to add extra

wiring such as a short circuit. The influence of the former can be compensated efficiently by the analyzer, providing locations of the four main terminals have been defined precisely. The quality of the short circuit which, during some experiments, loads a winding has to be tested with the greatest care.

In high frequency, as soon as capacitance effects become perceptible, the transformer is no longer a quadrupole: its currents depend on more than two potentials. To obtain coherent and reproducible results all the terminals (two of each winding, one for each screen, metallic core and clamping, shielding, ...) have to be labeled, and the whole cabling has to be recorded in detail. As long as the transformer is characterized as a quadrupole, this cabling has to stay unchanged.

### IV. ACTUAL CHARACTERIZATION OF A TRANSFORMER

#### A. Component Description and Choice of Measurements

The transformer tested below is an industrial molded model using a ferrite core. It is intended to work at 20 kHz with a primary supply of 40 V, and 0.2 A. Primary and secondary turn numbers are respectively 32 and 560.

Two of the necessary Bode plots are represented in Figs. 6 and 7. They are related respectively to  $Z_0$  and to  $Z_{SC}$ . The two homologous impedances seen from the secondary side ( $Z'_0$  and  $Z'_{SC}$ ) are measured but not shown here.

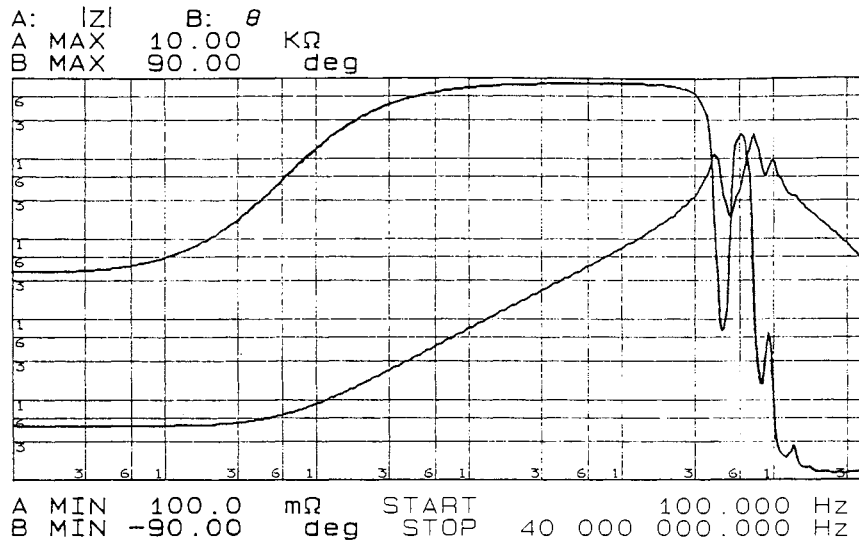
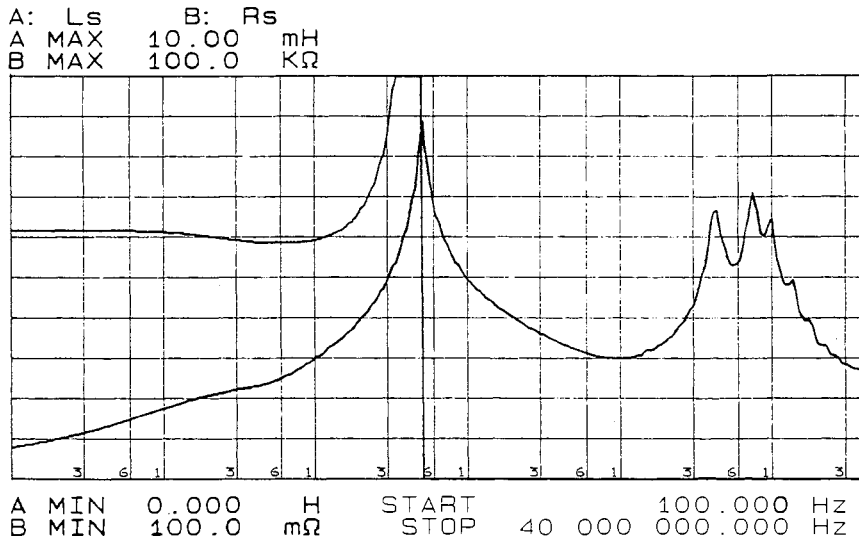
#### B. Study of the Magnetic Coupling

Open and short-circuit inductances seen from the primary side ( $L_0$  and  $l_{SC}$ ) can be deduced directly from Figs. 6 and 7. But, as shown in Figs. 8 and 9, using the serial ( $L_S/R_S$ ) or parallel ( $L_P/R_P$ ) presentation which separates inductive and resistive parts of the impedance is more appropriate.

$L_0$  is deduced directly from Fig. 8 or from the  $L_P/R_P$  representation of  $Z_0$ :

$$L_0 = 5.43 \text{ mH.}$$

$l_{SC}$  comes directly from Fig. 9 after a careful choice of the frequency. First, the quick increase of  $L_S$  below 1 kHz, is

Fig. 7. Bode plot of  $Z_{SC}$  (measured).Fig. 8.  $L_S/R_S$  representation of  $Z_0$  (measured).

due to the fact that  $r_2$  does not short-circuit  $L_P$  perfectly, as shown in Fig. 2. Afterwards, the slight decrease of  $L_S$  above 100 kHz will be taken into account, as mentioned above, by introducing  $r$ , as shown in Fig. 5. Finally, the value is read at 10 kHz:

$$l_{SC} = 1.21 \mu\text{H}.$$

Equation (3) shows that coupling is very close ( $k$  near 0.999). Thus, according to (4) and (5),  $L_P$  and  $l_S$  can be ranked respectively with  $L_0$  and  $l_{SC}$ :

$$L_P = 5.43 \text{ mH} \quad \text{and} \quad l_S = 12.1 \mu\text{H}.$$

Similarly,  $L'_0$  is deduced from  $Z'_0$ :

$$L'_0 = 1.644 \text{ H}.$$

Using (2), from  $L_0$  and  $L'_0$  we deduce

$$\eta = 17.4.$$

This value is very close to the turn number ratio:

$$560/32 = 17.5.$$

### C. Study of Power Losses

$R_P$  is deduced from the modulus or from the  $(L_P/R_P)$  representation of  $Z_0$ : it is identified with the resistance measured at frequency  $f_2$ . We read at 53.5 kHz:

$$R_P = 42 \text{ k}\Omega.$$

It is not easy to deduce  $r_1$  from Figs. 6, 7, and 9 because frequency  $f_1$  is below the analyzer measurement range. Fortunately, this value can be found on Fig. 8 looking at the  $R_S$  part of  $Z_0$  in low frequency. Thus:

$$r_1 = 230 \text{ m}\Omega \quad \text{and} \quad \eta^2 r_2 = 83 \Omega.$$

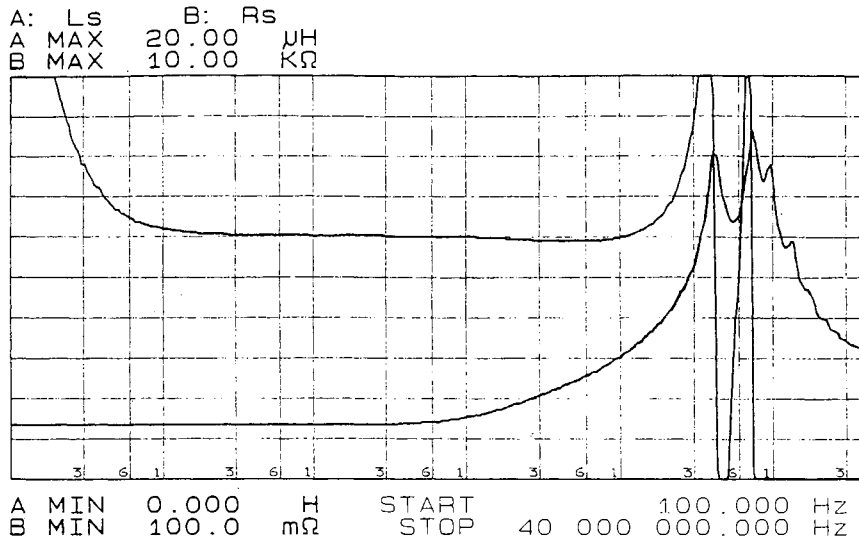


Fig. 9.  $L_S/R_S$  representation of  $Z_{SC}$  (measured).

These values are close to those measured with a micro-ohmmeter:

$$220 \text{ m}\Omega \text{ and } 79 \Omega.$$

Our measurement is slightly overestimated because the  $R_S$  part of  $Z_0$  includes a part of the iron losses, even in low frequency. To conclude, we retain

$$r_1 = 230 \text{ m}\Omega \text{ and } r_2 = 274 \text{ m}\Omega.$$

According to the theory in Fig. 3, the sum  $r_1 + r_2 = 0.504 \Omega$  appears in Figs. 7 and 9.

Finally, to calculate  $l'_S$  and  $r$ , let us focus again on Fig. 9. First,  $l'_S$  equals the high-frequency asymptotic limit of the  $L_S$  part of  $Z_{SC}$ . Then,  $r$  is deduced from  $f_C$  (10) or  $f_M$  (11). Using both these equations is helpful when capacitance effects mask the horizontal asymptote of  $L_S$ . We obtain

$$l'_S = 11.77 \mu\text{H} \text{ and } r = 400 \text{ m}\Omega.$$

#### D. Research of Capacitances

Measurements presented above are pointed out without any wiring between the two windings. Resonance frequencies allow the sums below to be deduced:

$$C_1 + C_2 = 1.52 \text{ nF} \quad C_1 + C_3 = 117 \text{ pF} \quad C_2 + C_3 = 1.45 \text{ nF}.$$

A second set of measurements, obtained by connecting  $B$  to  $D$ , gives in the same way:

$$C_1 + C_2 = 3.44 \text{ nF} \quad C_1 + C_3 = 122 \text{ pF} \quad C_2 + C_3 = 3.57 \text{ nF}.$$

$C_{33}$  is measured directly between the two windings, after they have been short-circuited ( $V_1 = V_2 = 0$ ).

$$C_{33} = 19.5 \text{ pF}.$$

Using relations (9), coefficients  $C_{ij}$  are found:

$$\begin{aligned} C_{11} &= 122 \text{ pF} & C_{22} &= 11.8 \text{ pF} & C_{12} &= -7.3 \text{ pF} \\ C_{33} &= 19.5 \text{ pF} & C_{13} &= -9.8 \text{ pF} & C_{23} &= 11.7 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Finally, capacitances  $\gamma_1$  to  $\gamma_6$  are deduced using (8):

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= -15 \text{ pF} & \gamma_2 &= 3.66 \text{ nF} & \gamma_3 &= 127 \text{ pF} \\ \gamma_4 &= 214 \text{ pF} & \gamma_5 &= -204 \text{ pF} & \gamma_6 &= 10 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Two capacitances are negative. This is not awkward because all measurable values remain positive. For instance, the input capacitance of the model, found when  $V_2$  and  $V_3$  are null, is given by:  $\gamma_1 + \gamma_3 + \gamma_6 = 122 \text{ pF}$ , as confirmed by direct measurement.

Although this approach is theoretically well established, great care is required at the time of measurements and calculations. Some values come from subtractions of numbers close in magnitude, which often leads to very approximate results. Crosscheckings, based on measurements relative to different interwinding wirings, should be carried out for safety.

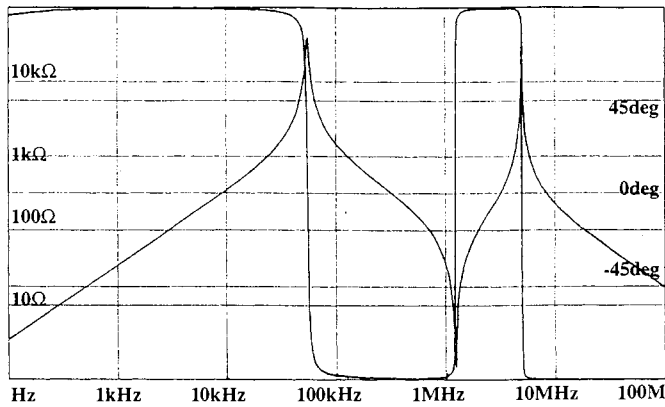
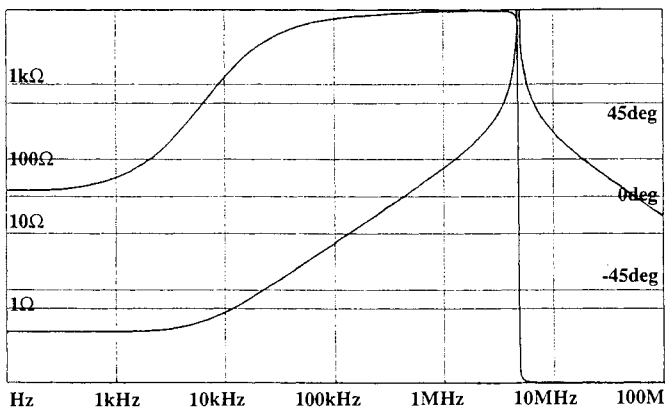
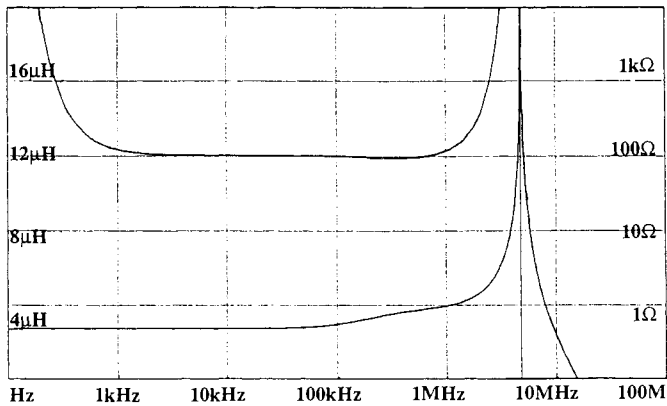
#### V. COMPARISON BETWEEN MODEL AND EXPERIMENT

To test the reliability of the final resulting circuit, it is convenient to compare the graphs deduced from the model with the experimental ones. Many electronic simulation softwares allow model-related curves to be drawn. To do this, we use a proprietary software [11] which locates all poles and zeros of the transfer function and draws the results in any of the presentations offered by the HP 4194A analyzer.

Model-related curves in Figs. 10–12, are given for comparison to their measured counterparts in Figs. 6, 7, and 9. They have been set out considering, as was true during measurements, each winding was floating relatively to the other. Other graphs, not presented here, have been compared too. All of them have shown that the model is reliable up to 2 MHz, i.e. two decades above the working frequency.

Data introduced in the software are actually those resulting from the previous calculation: no further adjustment has been made to bring the model nearer to the experimental results.

Finally, only resonances beyond 1 MHz are more damped in reality than it appears with the model. Slight improvements may be expected from fine tuning some component values.

Fig. 10. Modulus and phase of  $Z_0$  (model).Fig. 11. Modulus and phase of  $Z_{SC}$  (model).Fig. 12.  $L_S/R_S$  representation of  $Z_{SC}$  (model).

Also, to reduce the model-experiment gap, resistances could be inserted inside the capacitive branches but, in this case, the physical meaning of these extra components would have to be clarified.

## VI. CONCLUSION

The experimental method presented here allows the linear behavior of a two-winding transformer to be fully characterized. To achieve this, only impedance measurements, which need no component dismantling, are necessary.

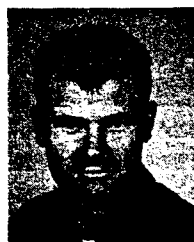
The circuit obtained has proved accurate up to one or two decades above the maximum usable working frequency of the transformer. Introduced in an electronic simulation software, it allows parasitic resonances to be forecasted, capacitive interwinding currents to be studied and every kind of power loss to be evaluated separately, whatever the surrounding circuit.

Because each component of the model is physically justified, the above characterization is a convenient tool to diagnose manufacturing defects and to compare prototypes in competition. Concerning the transformer taken as an example, the experimental study has brought strong induced currents in conductors to light.

To conclude, let us emphasize the fact that the equivalent circuit is the meeting point between physics and electronics. Electromagnetic simulations are beginning to supply component values. Consequently, experimental characterization appears as a means to validate these computations.

## REFERENCES

- [1] E. Laveuve, J. P. Keradec, and F. Lappas, "Un obstacle à la montée en fréquence: les éléments bobinés," EPF/90, Toulouse, France, 1990.
- [2] M. Mino, T. Yachi, A. Tago, K. Yanagisawa, and K. Sakakibara, "A new planar microtransformer for use in micro-switching converters," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, pp. 1969-1973, July 1992.
- [3] Philips Data Handbook, "Soft ferrites," MA01, 1991, pp. 38-39.
- [4] B. Lees, "Transformer design optimization for a multikilovolt high frequency quasi-resonant converter," in *Proc. HFPC/91*, 1991, pp. 160-178.
- [5] M. S. Paul, D. W. Novotny, and D. M. Divan, "Design considerations for high frequency co-axial winding power transformers," in *Proc. IAS/91*, 1991, pp. 946-952.
- [6] B. Cogitore, J. P. Keradec, and E. Laveuve, "Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs haute fréquence," *Revue Générale de l'Electricité*, no. 5, pp. 36-47, Mai 1992.
- [7] E. Laveuve, "Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence," thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, Sept. 1991.
- [8] E. Laveuve, J. P. Keradec, and G. Meunier, "Influenced of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer," *Electric Machines and Power Syst.*, vol. 19, pp. 55-68, Jan. 1991.
- [9] B. Cogitore, J. P. Keradec, and R. Cornec, "Representation of copper losses of magnetic components in high frequency: An equivalent circuit with fixed value model," in *Proc. EECC/93*, European Space Agency, Noordwijk, The Netherlands, May 1993.
- [10] Hewlett Packard, "4194 A impedance/gain-phase analyzer operation manual," section 1, general information, pp. 4-37.
- [11] B. Cogitore, "Modélisation semi-automatique de composants passifs linéaires," rapport de DEA, INPG, Grenoble, 1990.



**Bruno Cogitore** was born in Valence, France, in 1965. He received the "Diplôme d'ingénieur" in electrical engineering from the "Ecole supérieure d'ingénieurs de Marseille" in 1989.

After a short period, working as an engineer in "Electricité de France," he joined the "Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble." Since 1990, he has been working on the wound component modeling used in high-frequency static converters.



**Jean Pierre Kéradec** (M'92) was born in Paris, France, in 1947. He received the "Doctorat de Physique du Solide" in 1973 from the University of Grenoble, France.

He taught physics at the University of Tunis, Tunisia, from 1973 to 1977. He currently teaches analog electronics, signal processing, and measurement systems design at the "Institut Universitaire de Technologie" of Grenoble and at the "Institut National Polytechnique de Grenoble." He joined the "Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble"

in 1985 and his research interests mainly include high-frequency power transformer modeling and measurements related to high-frequency power static converters.



**Jean Barbaroux** was born in Toulon, France, in 1949. He received the degree in electrical engineering in 1984 from the "Conservatoire National des Arts et Métiers," France.

He teaches analog and power electronics at the "Institut Universitaire de Technologie" of Grenoble. He joined the "Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble" in 1974. Since 1985 he has been working with the power electronic research team of this laboratory. His research interests mainly include high-frequency power converters for induction heat-

ing, voltage and current probes for measurement on high-frequency power static converters.









## IMPROVING ELECTRONIC SIMULATION ACCURACY BY USING NEW EQUIVALENT CIRCUITS FOR WOUND COMPONENTS

F. Blache \* \*\*, J. P. Keradec \*, J. L. Schanen \*

\* Laboratoire d'Electrotechnique de GRENOBLE (URA CNRS 355) - FRANCE

\*\* LABINAL Aero Systems Division - FRANCE

**Abstract.** Recently, representation of wound passive components by electrical equivalent circuit improved drastically. We show here how to take advantage of these advances during the electronic simulation phase. For a power electronic circuit, several results of simulation are compared to experimental measurements. Improvements related to the quality of wound component models are brought to the fore.

**Keywords.** Wound components, equivalent circuit, electronic simulation, experimental measurements

### INTRODUCTION

The effective behaviour of passive wound components is quite different from the simple one generally assumed during electronic simulations. Typical models do not lead to reliable predictions about high frequency responses, stresses imposed to switches, interwinding currents and other properties which are closely related to secondary phenomena, always involved in real wound components.

Although many valuable works have been dedicated to transformer study [1,2,3], no equivalent circuit suitable for a wide range of components and accurate enough in high frequency has been proposed to electronic engineers. This is why our team has been working on this subject during the last years. Based on several complementary physical approaches, representation of coils and transformers by lumped element equivalent circuits have been drastically improved [4,5,6]. These representations are fully deducible from measurements [7] and they are usable in standard simulation softwares. They are quite complex but sometimes, according to the needs and to the electronic environment, simplified models can be used.

The aim of this paper is to illustrate the interest of these representations and to show when and how to use simplified versions of these circuits. An electronic circuit is chosen for illustration and related simulation forecastings are compared with measurements.

### EQUIVALENT CIRCUITS FOR SIMPLE WOUND COMPONENTS

#### Inductor

This is the simplest wound component. Even when it remains in its linear working area, its electrical behaviour always differs from the ideal one. To account for this, engineers generally add a resistor (parallel or serial) and a parallel capacitor to the basic inductor (Fig. 1a, 1b).

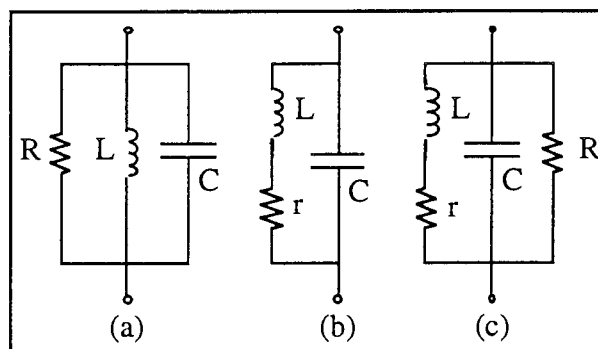


Figure 1. Equivalent circuits used to simulate an inductor.

The first two representations are well known and some impedance analysers automatically calculate the three component values that best fit experimental data.

Nevertheless, a look to impedance Bode diagrams shows that model related curve deviates from the measured one: in low frequency for circuit (a) and near the resonance frequency for circuit (b). Circuit (c) combines the advantages of both the previous ones: its Bode diagram fits experimental data from dc to far beyond the resonance frequency.

A simple method allows elements of circuit (c) to be valued. A preliminary fit is researched with circuit (b): it leads to  $r$ ,  $L$  and  $C$  values. Then, the  $R$  value is tuned to give the right resistance value at the resonance frequency. One can also take  $r$  as the low frequency limit of  $R_s$  (in the  $L_s$ - $R_s$  representation) and  $R$  as the high frequency limit of  $R_p$  (in the  $L_p$ - $R_p$  representation).

In practice, serial and parallel resistors are equally important even if, for a given application, one or the other can often be neglected.

#### Two winding transformer: common equivalent circuit

At first sight, a two winding transformer appears as a pair of coupled inductors and sometimes, this elementary representation is used during electronic

simulation. More frequently, accounting for losses is necessary and, in this aim, two resistors ( $r_1$  and  $r_2$ ) are associated in serie to the basic circuit (Fig. 2).

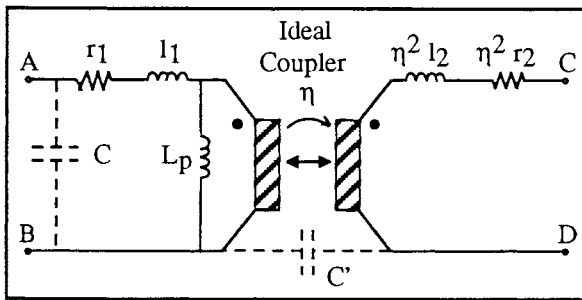


Figure 2. Commonly used equivalent circuit used for a two winding transformer.

In this circuit a special component appears: the ideal coupler. From primary to secondary side (in the  $\eta$  arrow direction), voltage is multiplied and current is divided by the same number  $\eta$ , called coupling ratio.

Sometimes, when parasitic capacitances of the component are critical, one or two capacitors are introduced in the above circuit (Fig. 2). For example, capacitor C accounts roughly for the lower parallel resonance frequency of the component, the one which appears on one side when the other is open.

#### Two winding transformer: improved equivalent circuit

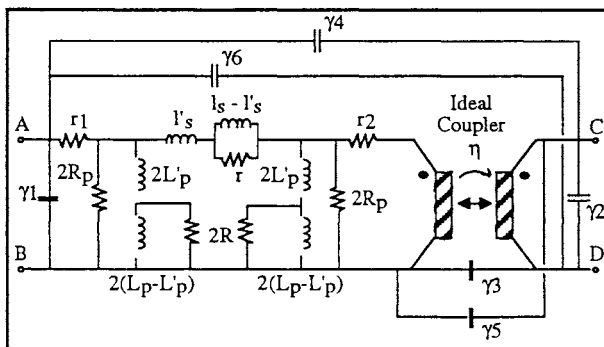


Figure 3. New equivalent circuit associated to a two winding transformer.

Compared to experimental data, the common equivalent circuit does not prove very reliable and it often fails far below resonance frequencies. During the last years, our team has been improving this model, especially by accounting for all induced currents and by introducing a global representation for the electrostatic behaviour of this component.

As long as a passive component behaves linearly and internal propagation effects are negligible, it can be represented by an equivalent circuit with lumped elements. The one we propose for any two winding transformer (Fig. 3) has been justified by energetic considerations [4,5]. Its topology depends neither on shape and size, nor on chosen materials. Only component values change from a sample to another. Moreover, all the related values are electrically measurable without any dismounting of the component

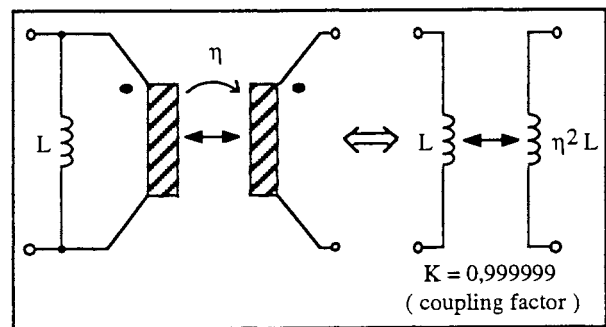
[7]. Magnetic and electrostatic properties are fully accounted for and losses are also rather accurately represented.

This equivalent circuit has proven to be reliable for a large number of industrial components (ranging from hard disk sensor head to some kW samples). Its validity domain extends from dc to one or two decades beyond the maximum usable frequency. The upper limit, which we locate approximately at the lowest resonance frequency is, of course, strongly related to the component size.

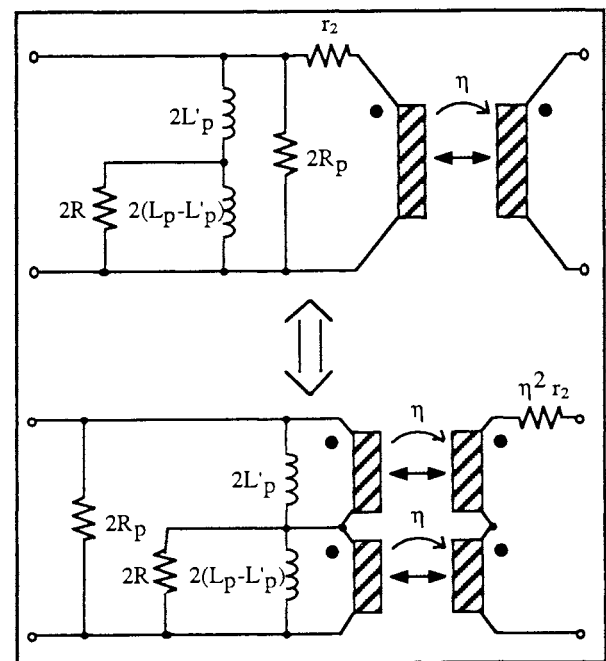
#### Simulating two winding transformers

To introduce the previous circuit (Fig. 3) in a standard simulation software, some minor changes are needed. In the following, we will run, as an example, PSPICE software [8].

The main problem arises from the ideal coupler which is not proposed as a component by electronic software. Fortunately, when this component is paralleled by a coil, a fully equivalent circuit (Fig. 4a), involving to coupled coils, suits the software input requirements.



(a)



(b)

Figure 4. Fitting the equivalent circuit to the software.

Equivalence shown in figure 4a applies twice, after two resistors have been moved ( $2R_p$  and  $r_2$ ) and the coupler have been split in two parts (Fig. 4b). Finally, one resistor ( $1M\Omega$ ) is added to avoid full insulation between the two windings (Fig. 5) and one more ( $1\mu\Omega$ ) is introduced to brake the purely inductive loop which appears on the primary side. An example of ready-to-use circuit is shown in figure 5.

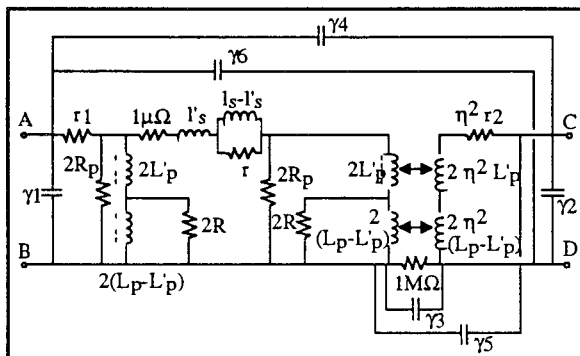


Figure 5. Complete equivalent circuit used, during electronic simulation, for a two winding transformer.

As we already explained [5], some among the six capacitances can be negative. This does not matter with PSPICE which accepts such values. With softwares which does not allow this, an equivalent representation for the electrostatic part of the circuit is known. Unfortunately, it is based on the use of "ideal couplers"....

Introducing this circuit (Fig. 5) into the software allows all related Bode diagrams to be drawn and then to be compared to their measured counterparts. This is a first checking for the model-experiment agreement. Figure 6 shows the open circuit impedance of a special transformer. Because it is used in a severe environment, this component has a special design and, consequently, it shows strong leakages and poor power efficiency. Despite this, agreement remains quite good and so it is for all other Bode diagrams. Actually, for typical transformers, simulated and measured curves are closer.

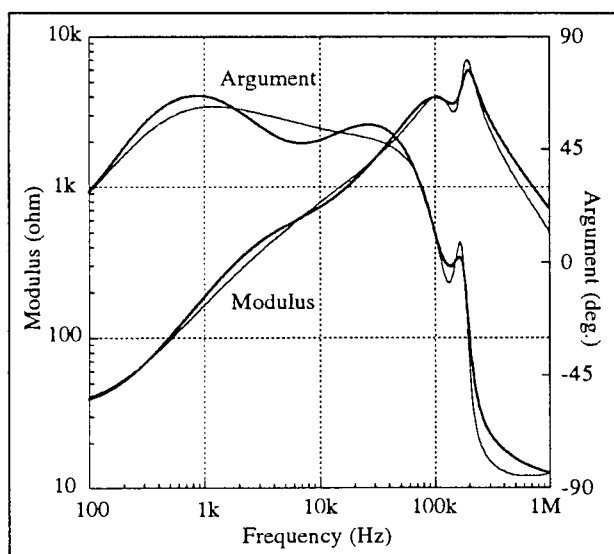


Figure 6. Open-circuit impedance of a transformer: simulated (bold) and measured (thin).

## ISOLATED BI-DIRECTIONAL TRANSFER

### Circuit presentation

Now, let us study a complete electronic circuit involving several wound components.

This circuit, we call bi-directional transfer, (Fig. 7) works bi-directionally. First, it supplies dc voltage to a resistive load ( $R$ ), the associated power originating in the 3 kHz voltage source. Second, it transmits, in the opposite direction, the signal introduced by the current source whose frequency may vary from 50 to 200 kHz. This signal is picked up by an active filter at the  $L_1$  terminals.

To simplify simulation and measurements, the active filter as been removed and replaced by a set of six passive components which act exactly as its input impedance does.

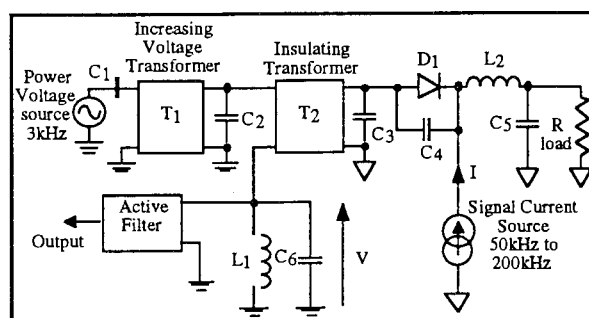


Figure 7. Simplified circuit of the bi-directional transfer.

In this circuit, four wound components are involved. Transformer  $T_1$  is a very common ferrite core model. Isolation transformer  $T_2$  is already known because we presented it as an example in part II - 4 (Fig. 5 and 6).

The aim of the simulation is to study, in details, the waveform  $V$  (Fig. 12, 13). This voltage is made of two contributions. The first one is due to the 3 kHz sinusoidal power source. It is distorted because of the diode intervention. The second one is generated by the signal current source. It is smaller and quite monochromatic. Because it is the useful part of  $V$ , we will try to find the transfer function linking  $V$  to  $I$ .

To sum up, we will successively study waveform  $V$  when signal  $I$  is null (we will call this: "power transfer study") and transfer function  $V/I$  between 1 kHz and 1 MHz when power voltage source is zero ("signal transfer study"). Finally, we will have a look to  $V$  when both sources are connected.

### Power transfer study

Here, current source  $I$  is removed and we focus on waveform  $V$ . Because this signal is mainly located in the low frequency range, stray capacitances will not be introduced during this investigation. So, we first describe the four wound components as ideal ones: without leakages and losses. As forecasted, the result, shown in figure 8, is far from the measured signal which has been acquired with a digital oscilloscope. Then, as every engineers should do, we use all the data

included in the component data sheets. In this way, each leakage inductors and dc resistances of windings are added to the previous basic representation. At this point, the equivalent circuit used for a transformer is that shown in figure 2, without the two capacitances. Even if the new simulated curve becomes closer to the experimental one (Fig. 8), a significant difference still remains.

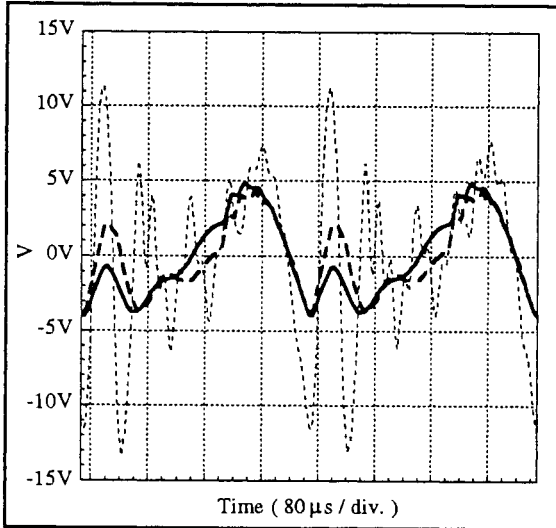


Figure 8. Voltage V: measured (bold), simulated with ideal models (thin dashed) and simulated with models usually used by engineers (bold dashed).

What can we still improve? Obviously, in the equivalent circuit used above for transformers, losses are not satisfactorily represented. That is true especially for core losses which are not represented at all. We are thinking that these parallel losses are not critical for  $T_1$  because it is a good transformer and, above all, its primary side is connected to a low impedance generator. On the contrary, these losses are probably of major importance in  $T_2$ . This is why, after a complete characterization of this component, we introduce our own equivalent circuit (Fig. 5), without capacitors.

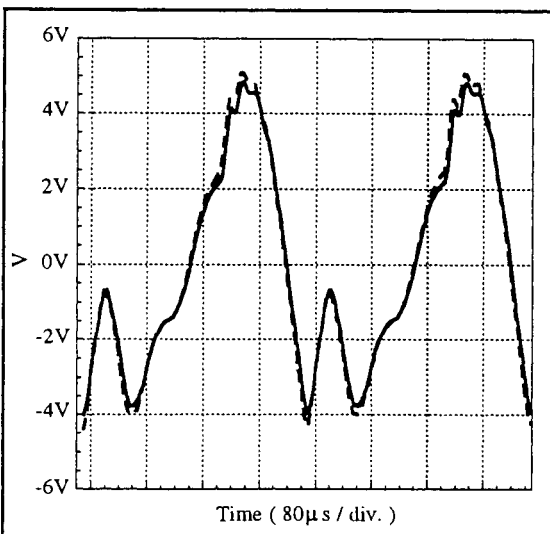


Figure 9. Voltage V: measured (bold) and simulated with our model for transformer  $T_2$ , without capacitors (dashed).

The new simulated curve looks very close to the experimental one (Fig. 9). The counterpart is that a complete experimental characterization is required and, consequently, a prototype is needed during the simulation phase....

### Signal transfer study

Here, we are looking for the signal transfer function  $V/I$  between 1 kHz and 1 MHz, defined when power voltage source is zero. Thanks to simulation, the Bode diagram of this transfer function is very quickly drawn. The measured curve (Fig. 10) is picked up directly with an impedance/gain analyzer HP 4194A. Measured curve is compared with the two simulated ones, respectively established with ideal models and with engineer model (Fig. 2 without C and C').

For both models, resonances are not sufficiently damped (Fig. 10). Using our circuit (Fig. 5) without capacitors, these differences vanish (Fig. 11).

Let us emphasize that, despite Bode diagram is convenient to show curve agreement in a wide frequency range, such a representation hides the magnitude of discrepancies. A look to scales is often useful to realize that a little gap between these curves is effectively associated to a 2 or 3 ratio.

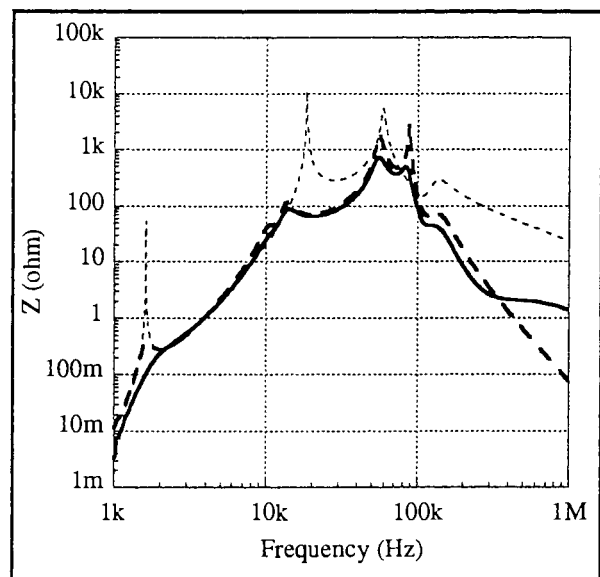


Figure 10. Signal transfer function  $V/I$ : measured (bold), simulated with ideal models (thin dashed) and with models usually used by engineers (bold dashed).

In fact, a gap still exists for very high frequencies, due to stray capacitances. Stray capacitances of inductors ( $L_1$  and  $L_2$ ) are negligible facing to capacitors used in the electronic circuit. In the same way, transformer  $T_1$  is quickly shorted by  $C_2$  (Fig. 7) and consequently, it seems to be unnecessary to take its stray capacitances into account. As engineers usually do, circuit used for transformer  $T_2$  is completed by a capacitor C, as previously presented in figure 2. Improvement produced by such a modification is clearly insufficient (Fig. 11). A better result is obtained by using our complete equivalent circuit (Fig. 11).

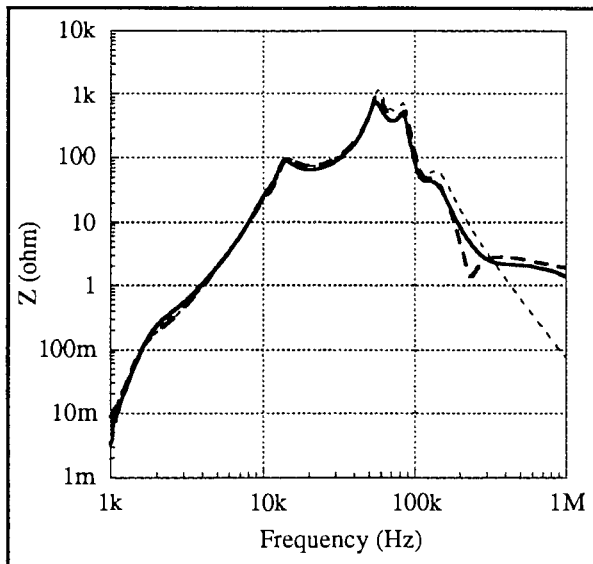


Figure 11. Signal transfer function  $V/I$ : measured (bold), simulated with our circuit and one capacitor only (thin dashed) and with our complete circuit (bold dashed).

One more time, a complete experimental characterization of the transformer is required. But the reached accuracy is now so good that simulation becomes a very reliable development tool. Figure 12 and 13, where both sources are connected, show that simulation and measurement are now very close to each other. This is not self-evident because, due to the presence of a diode, the whole circuit is not linear.

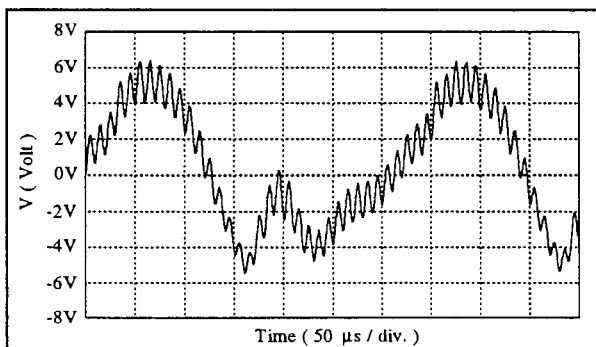


Figure 12. Simulated voltage  $V$  with both sources connected (Current source frequency = 100 kHz).

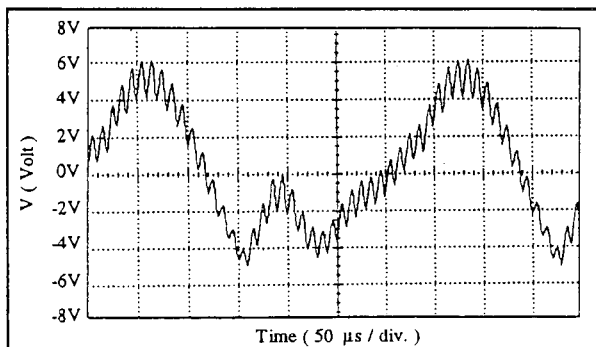


Figure 13. Measured voltage  $V$  with both sources connected (Current source frequency = 100 kHz)

The presented study is a typical one: it has not been chosen for a special spectacular character. Difference

between forecastings related to more or less sophisticated models of wound components are sometimes more critical. When valuation of power losses in the transformer or of interwinding capacitive currents is needed, or when transients in wound components result in stresses on power switches, choosing the right model is a key point.

## CONCLUSION

New equivalent electrical circuits are available to represent wound components, especially transformers, during the electronic simulation phase. In this paper, examples show how accurate are the related forecastings compared to actual measurements. Benefit of these circuits, with regard to the generally used ones, is also brought into light.

Finally, it is now expected that software suppliers will ease the input of such circuits and that wound component manufacturers will mention all the required data. In these circumstances, reliable simulation could be carry out before any component purchase.

## Acknowledgments

We would like to thank the firm LABINAL for the financial backing without which this research could not have been carried out.

## References

1. "Characterizing high frequency effects in transformer windings: A guide to several significant articles" Urling A.M., Niemela V.A., Skutt G.R., Wilson T.G. Proc. APEC 89, pp. 373-385
2. "Cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers with parameter values calculated from short-circuit impedances" Niemela V.A., Owen H.A., Wilson T.G. Proc. PESC 90, pp. 822-830
3. "Frequency-independent-element cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers" Niemela V.A., Owen H.A., Wilson T.G. Proc. PESC 92, pp. 1261-1268
4. "Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements" Keradec J.P., Cogitore B., Laveuve E., Bensoam M. Journal de Physique III, France, April 94, pp 751-773
5. "Stray capacitances of two winding transformers: equivalent circuit, measurements, calculation and lowering" Blache F., Keradec J.P., Cogitore B. Proc. Indus. Applic. Soc., Denver (Co, USA), Oct. 94, pp 1211-1217

6. "Power transfer in a two winding transformer: from 1D propagation to an equivalent circuit"  
Keradec J.P., Cogitore B., Blache F.  
Proc. Electromag. Field Comput.,  
Aix-les-Bains (France), Juil. 94, p 35
7. "The two-winding ferrite core transformer: an experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit"  
Cogitore B., Keradec J.P., Barbaroux J.  
Trans. on Instr. and Meas., vol.43, n°2,  
April 94, pp 364-371
8. "The Design Center" and "PSPICE"  
Microsim Corporation, Irvine (Ca, USA)

#### Addresses of the authors

François BLACHE, LABINAL DSA, 17 rue de Clichy,  
93403 St-Ouen Cedex, FRANCE

Jean-pierre KERADEC and Jean-Luc SCHANEN,  
Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, BP 46,  
38402 St-Martin d'Hères cedex, FRANCE.







# MULTIPOLAR DEVELOPMENT OF VECTOR POTENTIAL FOR PARALLEL WIRES. APPLICATION TO THE STUDY OF EDDY CURRENTS EFFECTS IN TRANSFORMER WINDINGS.

J.P. KERADEC, E. LAVEUVE, J. ROUDET

Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble  
CNRS UA-355, BP 46, 38402 St Martin d'Hères cedex FRANCE

**Abstract:** The aim of this paper is to establish and validate an analytical solving method for two-dimensional electromagnetic problems. First, the classical multipolar development is adapted to translation unvarying systems. Second, the link between imaginary parts of the complex Poynting vector and complex power is clarified. Then, using both extensions, a new simple expression is derived for complex power of any two-dimensional device.

To validate these methods, two devices subjected to an external uniform magnetic field are studied: a cylindrical wire alone and a layer of such wires. Analytical results are compared with those given by an electromagnetic simulation software. The dipolar approximation is proven to be accurate enough to investigate the wire layer. It leads to simple formulas that can be used for transformer windings.

## I Introduction

Multipolar development [1] is a well known electromagnetic technique which is used to study finite dimension systems with charge and current distributions bounded by a sphere. It leads to useful approximations and thereby allows many theories to be derived.

Although a lot of physical devices can be conveniently studied with a two-dimensional description, the classical multipolar development cannot be used because their third dimension is infinite. Here, the multipolar development is extended to translation unvarying systems for which current distributions are inscribable in an infinite cylinder. Two examples show that this new form for the multipolar development can be as useful as the old one.

The link between complex power and the complex Poynting vector is deepened with a special care for imaginary parts. The use of both the complex Poynting vector and the multipolar development leads to simple expressions for active and reactive power of any two-dimensional current distribution.

Finally, from an electromagnetic simulation software using finite elements (FLUX 2D) [2], the analytical results relative to the complex power in a cylindrical copper wire are tested. A first approach to validate the dipolar approximation for each wire of a transformer layer is also taken up.

## II Multipolar development

Let us consider, in vacuum, a group of infinite current lines parallel to Oz-axis and located in a cylinder of radius R (fig.1). Each line carries a current  $I_\alpha$  and cylindrical coordinates are used to localize the line currents ( $\Gamma_\alpha$ ,  $\theta_\alpha$ ) and point P( $\rho$ ,  $\varphi$ ) at which the vector potential A, created by the entire system, is evaluated. Due to the symmetries of the distribution, A is parallel to the Oz-axis and does not depend on z. Consequently, index z of the  $A_z$  component will be omitted.

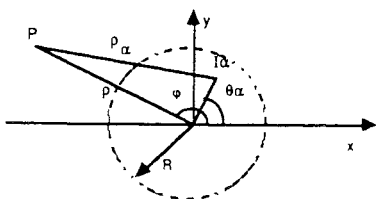


Figure 1: studied system

The potential created at P by the  $\alpha^{\text{th}}$  line is easily calculated:

$$A_\alpha(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I_\alpha \cdot \ln \frac{1}{\rho_\alpha} \quad (1)$$

$$\text{where } \rho_\alpha = [\rho^2 + \Gamma_\alpha^2 - 2 \cdot \rho \cdot \Gamma_\alpha \cdot \cos(\varphi - \theta_\alpha)]^{1/2}$$

With respect to the variable  $x = \Gamma_\alpha / \rho$ , a development in Mac Laurin series is obtained (Appendix) for formula (1):

$$A_\alpha(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ I_\alpha \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \dots + I_\alpha \Gamma_\alpha^n \cdot \frac{\cos n(\varphi - \theta_\alpha)}{n} \cdot \frac{1}{\rho^n} + \dots \right] \quad (2)$$

In vacuum the superposition theorem is valid thus the total potential A is:

$$A(\rho, \varphi) = \sum_\alpha A_\alpha(P) \quad (3)$$

For clarity, multipolar momenta  $M_n$  are defined:

$$M_0 = \sum_\alpha I_\alpha \quad \text{and} \quad \forall n > 0: M_n \cdot e^{j\varphi_n} = \frac{1}{n} \sum_\alpha I_\alpha \cdot \Gamma_\alpha^n \cdot e^{jn\theta_\alpha} \quad (4)$$

Thus,

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ M_0 \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cdot \cos(n\varphi - \varphi_n) \cdot \frac{1}{\rho^n} \right] \quad (5)$$

Each term of the sum is named "n order multipolar potential" and can be written as follows:

$$A_n(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\cos(n\varphi - \varphi_n)}{\rho^n} \cdot M_n$$

As it will be shown further, it is sometimes easier to work with cartesian coordinates. By judiciously choosing the angles origin (Ox) one  $\varphi_n$  becomes zero. The related multipolar potential is then rewritten, putting:  $\text{Re}[\ ] = \text{"real part of"}$ ,  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$

$$\frac{\cos n\varphi}{\rho^n} = \frac{\text{Re}[e^{jn\varphi}]}{\rho^n} = \text{Re} \left[ \frac{1}{(\rho \cdot e^{-j\varphi})^n} \right] \quad (6)$$

$$A_n(x, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \text{Re} \left[ \frac{1}{(x - jy)^n} \right] \cdot M_n \quad \text{if } \varphi_n = 0 \quad (7)$$

As a simple example, the bifilar dipole is studied (fig.2): two parallel wires, l apart, carrying opposite currents (-I and I).

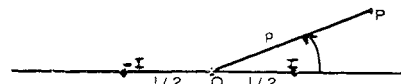


Figure 2: bifilar line

Relation (4) allows all momenta to be calculated:

$$M_n \cdot e^{j\varphi_n} = \frac{1}{n} \cdot I \cdot \left( \frac{l}{2} \right)^n \cdot (1 - e^{jn\pi}) \quad (8)$$

As it can be directly deduced from distribution symmetries, even order momenta are zero whereas odd order momenta are downwards oriented.

$$M_{2k+1} = \frac{2}{2k+1} \cdot I \cdot \left( \frac{l}{2} \right)^{2k+1} \quad (9)$$

Thus, the vector potential is derived

$$A(\rho, \varphi) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} M_{2k+1} \cdot \frac{1}{\rho^{2k+1}} \cos(2k+1)\varphi \quad (10)$$

At a distance  $p \geq 5l$ , the dipolar term ( $k=0$ ) is 300 times as great as the following, therefore the bifilar line is a good scheme of a two-dimensional magnetic dipole. Remember that the potential of such a dipole is:

$$A(p, \varphi) \equiv \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{\cos \varphi}{\rho} \cdot I l \right) \quad (11)$$

Now, the multipolar development (5) is compared with the solution of the two-dimensional Laplace equation. From this equation, the vector potential outside the system is derived:

$$A = \bar{a}_0 \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n \cdot \frac{\cos(n\varphi - \varphi_n)}{\rho^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{b}_n \cdot \rho^n \cdot \cos(n\varphi - \varphi_n) \quad (12)$$

The first and second term look like the development (5) whereas the last one must be considered as the contribution of externally created induction (it appears as a Fourier development for externally generated potential).

Since no hypothesis has been taken for internal medium behaviors, formula (12) remains true whatever inner material, even non linear, provided that postulated symmetries be respected. Thus, the potential surrounding such a two-dimensional system can always be described by (12) and, owing to (5), each constant  $a_n$  is easily related to the  $n$  order momentum.

### III Complex power

First, the Maxwell equations are written using complex notations, supposing all medium behaviors linear and stationary.

Complex notation is introduced as follows, taking electric field as an example:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= \sqrt{2} E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_{Ex}) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [E_{0x} \cdot e^{j\varphi_{Ex}} \cdot e^{j\omega t}] \\ &= \sqrt{2} \operatorname{Re} [\bar{E}_{0x} \cdot e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

Defining the three components by the same way,

$$\bar{E}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [\bar{E}_0 \cdot e^{j\omega t}] \quad (13)$$

$\bar{E}_0$  is the complex vector which defines the electric field.

Suppose now that  $E(t)$  belongs to a complete set of functions that satisfies the Maxwell equations. The set which is delayed ( $E(t)$  becomes  $E(t - t')$ ) is also a solution because the medium is supposed stationary and this remains true for the following linear combination:

$$\bar{E}(t) + j \cdot E(t - \frac{T}{4}) = \sqrt{2} \bar{E}_0 e^{j\omega t}$$

Using the previous considerations, the Maxwell equations can now be written in terms of complex vectors:

$$\operatorname{curl} \bar{E}_0 = -j\omega \bar{B}_0 \quad \operatorname{div} \bar{D}_0 = \rho_0 \quad (14)$$

$$\operatorname{curl} \bar{H}_0 = \bar{J}_0 + j\omega \bar{D}_0 \quad \operatorname{div} \bar{B}_0 = 0$$

The medium properties give three extra equations:

$$\begin{aligned} \bar{B}_0 &= \mu(\omega) \cdot \bar{H}_0 \quad \text{with} \quad \mu = \mu' - j\mu'' \\ \bar{D}_0 &= \epsilon(\omega) \cdot \bar{E}_0 \quad \text{with} \quad \epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \\ \bar{J}_0 &= \sigma \cdot \bar{E}_0 \end{aligned} \quad (15)$$

$\mu', \mu'', \epsilon', \epsilon''$  and  $\sigma$  are real functions of  $\omega$ , and  $\sigma$  is a real constant.

Using Ostrogradsky theorem, it proceeds from (14) and (15), that:

$$\begin{aligned} - \int_S \bar{E}_0 \wedge \bar{H}_0^* \cdot d\bar{S} &= 2j\omega \cdot \int_V \left( \frac{1}{2} \mu' \cdot H_{eff}^2 - \frac{1}{2} \epsilon' \cdot E_{eff}^2 \right) \cdot dv \\ &+ \omega \int_V (\mu'' \cdot H_{eff}^2 + \epsilon'' \cdot E_{eff}^2) \cdot dv + \int_V \sigma \cdot E_{eff}^2 \cdot dv \end{aligned} \quad (16)$$

Then, defining the complex Poynting vector as:

$$\bar{P}_{oy} = \bar{E}_0 \wedge \bar{H}_0^* \quad (17)$$

the left member of (16) appears as the Poynting vector flux entering the surface  $S$ , which bounds the volume  $V$ . The imaginary part of the right member is the time derivative of the electromagnetic energy stored inside  $V$  (in other words, the reactive power) whereas the real part is the power dissipated by magnetic losses, dielectric losses and Joule effect.

Finally, it is shown that complex power entering a closed area  $S$  can be evaluated by:

$$\bar{P} = - \int_S \bar{P}_{oy} \cdot d\bar{S} \quad (18)$$

Now, two-dimensional systems are specially studied. Electric and magnetic fields are deduced from (12) by:

$$\bar{E}_z = -j\omega \bar{A} + \bar{E}_{es} \quad (19)$$

$$\bar{H}_\varphi = \frac{1}{\mu_0} \cdot \bar{B}_\varphi = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \bar{A}^*}{\partial \rho}$$

$E_{es}$  is an additional electrostatic field, externally applied, which agrees with symmetry hypothesis, hence it is necessarily uniform and parallel to the  $Oz$ -axis.

Complex power entering a cylinder of radius  $p$  can be expressed as a function of momenta. During calculation, many terms vanish due to orthogonality of the functions. Finally,

$$\begin{aligned} \bar{P} &= E_{es} \cdot M_0^* + \omega \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Im} [b_n \cdot M_n^*] \cdot \cos(\varphi_n - \varphi_n') \\ &+ 2j\omega \left[ \frac{\pi}{2\mu_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} b_n \cdot b_n^* \cdot p^{2n} - \frac{\mu_0}{8\pi} \left( 2M_0 \cdot M_0^* \cdot \ln \frac{1}{p} + \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{M_n \cdot M_n^*}{p^{2n}} \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

The first term corresponds to the complex power supplied by the electrostatic source.

The second term is real: it is the active power dissipated inside the cylinder, i.e. in the current distribution. It does not depend on  $p$  and, if the externally applied induction  $B_0$  is uniform ( $b_1=B_0$  and  $b_n=0$  for  $n>1$ ), a classical relation [3] is obtained.

The third term is imaginary. It corresponds to a reversible penetration of energy in the cylinder. The first contribution is positive and increases with  $p$ : it is the power delivered by external sources. The last contribution is negative and decreases with  $p$ : it is related to the power emitted by the current distribution.

### IV Applications:

#### 1. Round wire subjected to a transverse uniform induction.

Analytical calculus of induction in this device (fig.3) is a classical problem [4]. However, this example provides a justification of formula (20) previously derived.

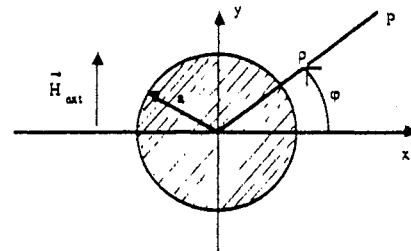


Figure 3: Tested system

Main analytical results can be summarized as follows:

- \* no electrostatic source supplies the wire ( $E_{es}=0$ )
- \* externally generated induction is uniform and parallel to the  $Oy$ -axis, therefore all constants  $b_n$  of formula (20) are zero except

$$b_1 = \mu_0 \cdot H_{ext} \quad \text{and} \quad \varphi_1 = 0$$

- \* owing to wire shape and external stresses symmetries only the dipolar momentum can exist, hence all  $M_n$  are zero but

$$M_1 = \beta \cdot H_{ext}$$

$$\beta = -2\pi a^2 \cdot \left( 1 - \frac{2}{ka} \cdot \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right) \quad (21)$$

$\beta$  is called wire polarisability,  $J_0$  and  $J_1$  are 0 and 1 order Bessel functions respectively, and  $k=(1-j)/\delta$  (with  $\delta$  = skin depth).

Figure 4 shows the variations of the real part, the imaginary part and the modulus of the polarisability versus frequency.

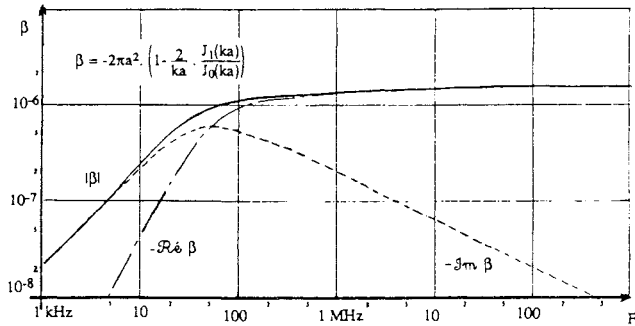


Figure 4: Polarisability variations versus frequency

Using all previous analytical results, formula (20) becomes simpler:

$$\bar{P} = -\omega \cdot \mu_0 \cdot H_{ext}^2 \cdot \text{Im}[\beta] + 2 \cdot j \cdot \omega \cdot \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot H_{ext}^2 \left( \pi \cdot \rho^2 - \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{|\beta|^2}{\rho^2} \right) \quad (22)$$

The first term, independent of  $\rho$ , agrees with the active power dissipated in the wire by eddy currents.

The second term is the reactive power exchanged through the cylinder of radius  $\rho$  surrounding the wire.

Figure 5 illustrates the variations of these powers versus frequency for different values of  $\rho$ .

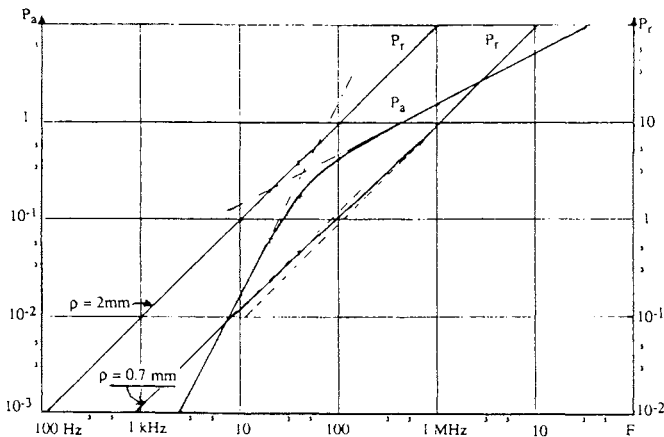


Figure 5: active ( $P_a$ ) and reactive ( $P_r$ ) power versus frequency

Software FLUX 2D [2], has enabled a numerical simulation of this device have been made. Due to the symmetries of the system, only one quarter of the wire has been studied (figure 6).

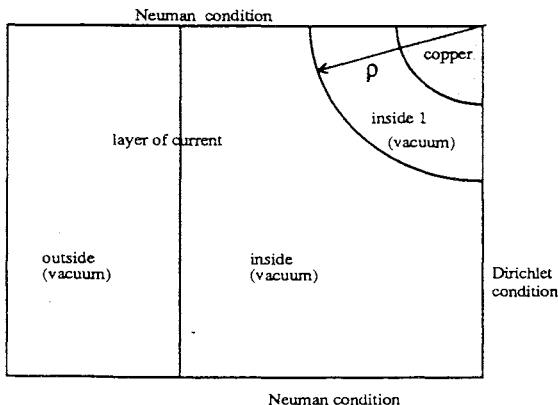


Figure 6: system studied with Flux 2D

First, magnetic induction values outside the cylinder have been compared with analytical ones: they perfectly agree with each other.

Then, computed active and reactive power values are compared with analytical results. Whichever be the frequency and the surrounding cylinder radius, relative discrepancy is less than 1%.

### 2-Wire layer subjected to a uniform excitation:

Here induction is needed outside a layer of cylindrical wires,  $p$  apart, and subjected to a uniform excitation  $H_{ext}$  (fig. 7).

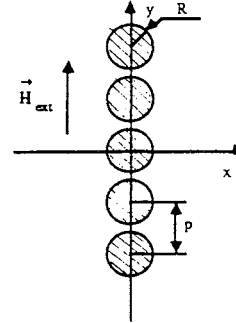


Figure 7: round wires layer

As magnetic excitation frequency grows, eddy currents appear in each wire to lower this excitation. As a first approximation, each wire can be replaced by a magnetic dipole of dipolar momentum  $M_1$ .

The vector potential created by the wire centered on the Oz-axis is given by (7):

$$A = \frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \cdot \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (23)$$

Hence, the vector potential of the infinite layer appears as:

$$A = \frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{x}{x^2 + (y + np)^2} \quad (24)$$

Where  $p$  is the step between two wire axes.

After calculation of this infinite series [7], the vector potential generated by the whole layer is as follows:

$$A(x, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} M_1 \cdot \frac{\pi}{p} \cdot \frac{\text{sh} 2\pi x/p}{\text{ch} 2\pi x/p - \cos 2\pi y/p} \quad (25)$$

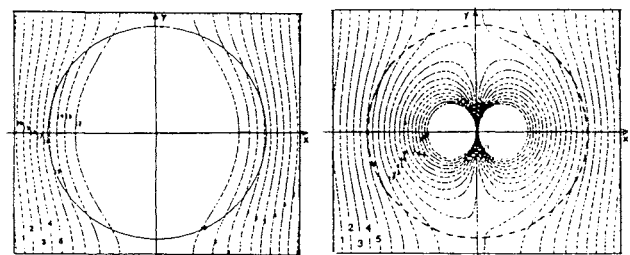
The link between  $M_1$  and  $H_{ext}$  can be kept as stated before (21), however  $H_{ext}$  must be lowered in order to take into account the reaction of all others wires of the layer. Finally,

$$M_1 = \frac{\beta}{1 + \beta \cdot \Pi / (6 \cdot p^2)} \cdot H_{ext} \quad (26)$$

Formulas (16), (21), (25) and (26) lead to good approximations for losses and stored reactive power in a transformer winding layer [5], [6].

Software simulation allows the real system (copper wire layer) to be compared with the approximated model in which each real wire is replaced by a bifilar line whose wires are  $l = R/5$  apart. Current  $I$  is choose such as  $I \cdot l = M_1$ .

Figures 8 and 9 show that, outside of the wires, the real system and the approximated model yield to almost the same results.



copper wire

bifilar model

Figure 8: magnetic flux lines at 100 KHz

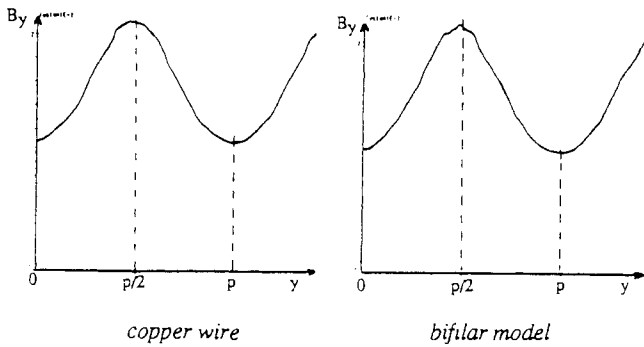


Figure 9.: tangential component of induction along the layer

## V Conclusion

The development of software simulation does not decrease the interest in an analytical resolution, even approximated. Many problems can be solved with two-dimensional models as the success of 2D softwares using finite elements proves.

The multipolar development has been first derived for finite 3D systems. It has been a useful development tool for many physical theories. Thanks to the extension explained in this paper, it can be now applied to bidimensional problems. The consequent approximations allow simple analytical solutions to be obtained.

Moreover, the established link between reactive power and the complex Poynting vector allows reactances and resistances to be evaluated.

These methods have been applied to study a transformer winding layer: analytical results are simple and agree with software simulation.

## Bibliography

- [1] P. Laurin and D. Corson, "Electromagnetic Fields and Waves", Freeman Edition, San Francisco, 2<sup>nd</sup> Edition, 1970, pp 65-70
- [2] J.C. Sabonnadière, G. Meunier, B. Morel, "Flux: A General Interactive Finite Elements Package for 2D Electromagnetic Fields", IEEE Trans Mag, mars 1982
- [3] L. Landau et E. Lifchitz, "Electrodynamique des Milieux Continus", Tome 8, Edition de la Paix, Moscou, 1969, pp 245-257
- [4] L. Landau et E. Lifchitz, "Electrodynamique des Milieux Continus", Tome 8, Edition de la Paix, Moscou, 1969, pp 259
- [5] V.A. Niemela, G.R. Skutt, A.M. Urling, N.Y. Chang, T.G. Wilson, H.A. Owen, R.C. Wong, "Calculating the Short Circuit Impedances of a Multiwinding Transformer from its Geometry" APEC, 89CH2721-9, 1989, pp 607-617
- [6] E. Laveuve, J.P. Keradec, G. Meunier, "Influence of Induced Currents in Conductors on Leakage and Losses in a Transformer", Electric Machines and Power Systems, Vol.19, n° 1, Jan 1991, pp 55-68
- [7] K. Knopp, "Theory and Application of Infinite Series", Blackie & Son Limited Edition, 2<sup>nd</sup> English Edition, Great Britain
- [8] Y. Ayant, M. Borg, "Fonctions Spéciales", Dunod, Paris, 1971, pp 126-128

## Appendix: Obtaining Mac Laurin series of a function

Consider the function (1):

$$A_{\alpha}(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I_{\alpha} \cdot \ln \frac{1}{\rho_{\alpha}}$$

$$\text{where } \rho_{\alpha} = [\rho^2 + \Gamma_{\alpha}^2 - 2 \cdot \rho \cdot \Gamma_{\alpha} \cdot \cos(\varphi - \theta_{\alpha})]^{1/2}$$

If  $x$ ,  $a_{\alpha}$  and  $y_{\alpha}$  are defined such that :

$$x = \Gamma_{\alpha} / \rho$$

$$a_{\alpha} = \cos(\varphi - \theta_{\alpha})$$

$$y_{\alpha} = \ln(1 - 2a_{\alpha}x + x^2)$$

it can be written:

$$\ln \frac{1}{\rho_{\alpha}} = \ln \frac{1}{\rho} - \frac{1}{2} \cdot y_{\alpha}(x)$$

Now, to develop  $y_{\alpha}(x)$ , the generating function of Chebyshev polynomials [8] is used:

$$\frac{1 - x^2}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(a_{\alpha}) \cdot x^n$$

where  $T_n(a_{\alpha})$  is the Chebyshev polynomial of degree  $n$  and variable  $a_{\alpha}$ .

This expression can be compared with the  $x$  derivative of  $y_{\alpha}$ :

$$y'_{\alpha}(x) = \frac{-2a_{\alpha} + 2x}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} = \frac{1}{x} \left[ 1 - \frac{1 - x^2}{1 - 2a_{\alpha}x + x^2} \right] = -2 \sum_{n=1}^{\infty} T_n(a_{\alpha}) \cdot x^{n-1}$$

Integrating this last formula and taking into account that  $y_{\alpha}(0)$  is zero, the wanted development of  $y_{\alpha}$  is obtained:

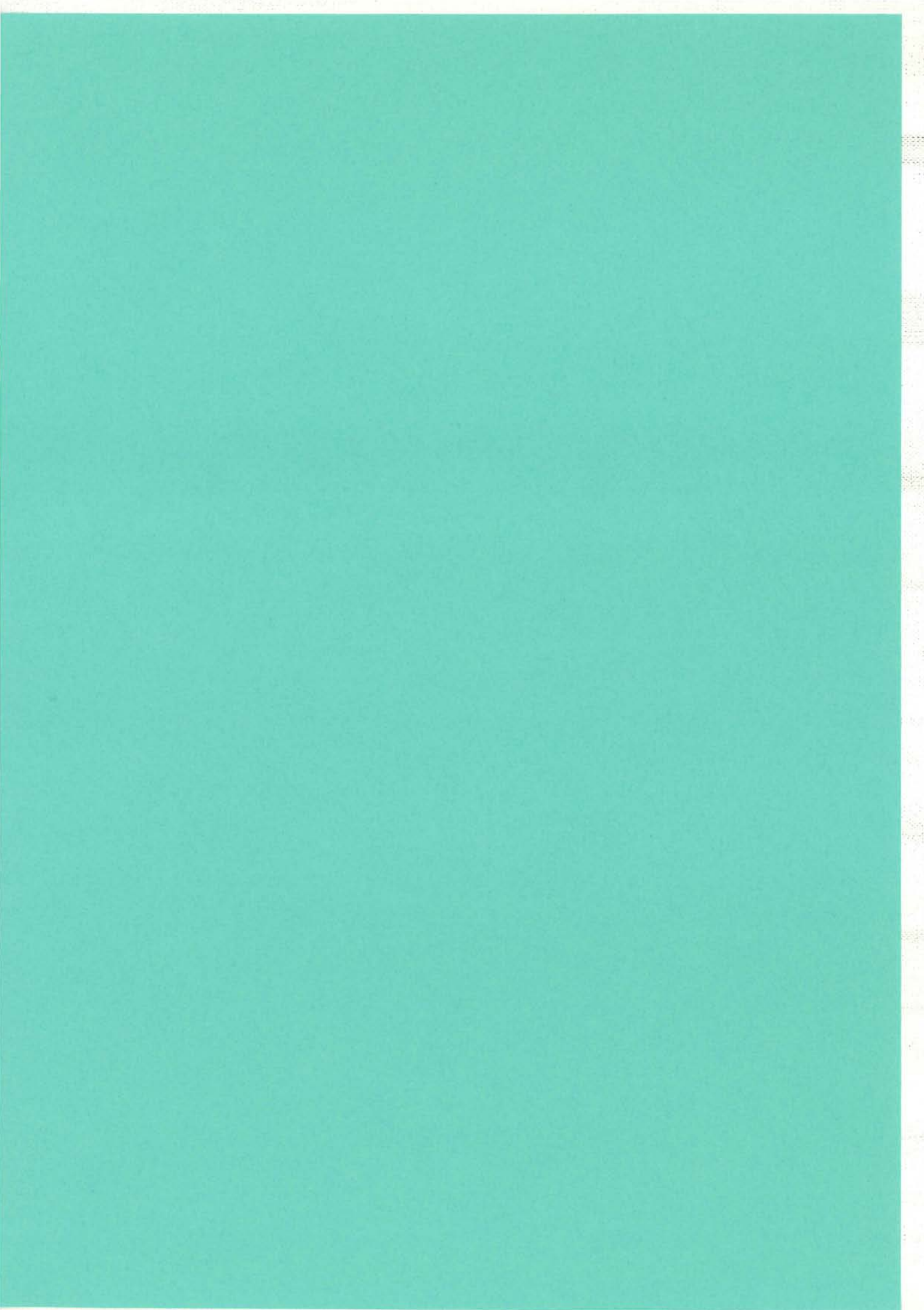
$$y_{\alpha}(x) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_n(a_{\alpha})}{n} \cdot x^n$$

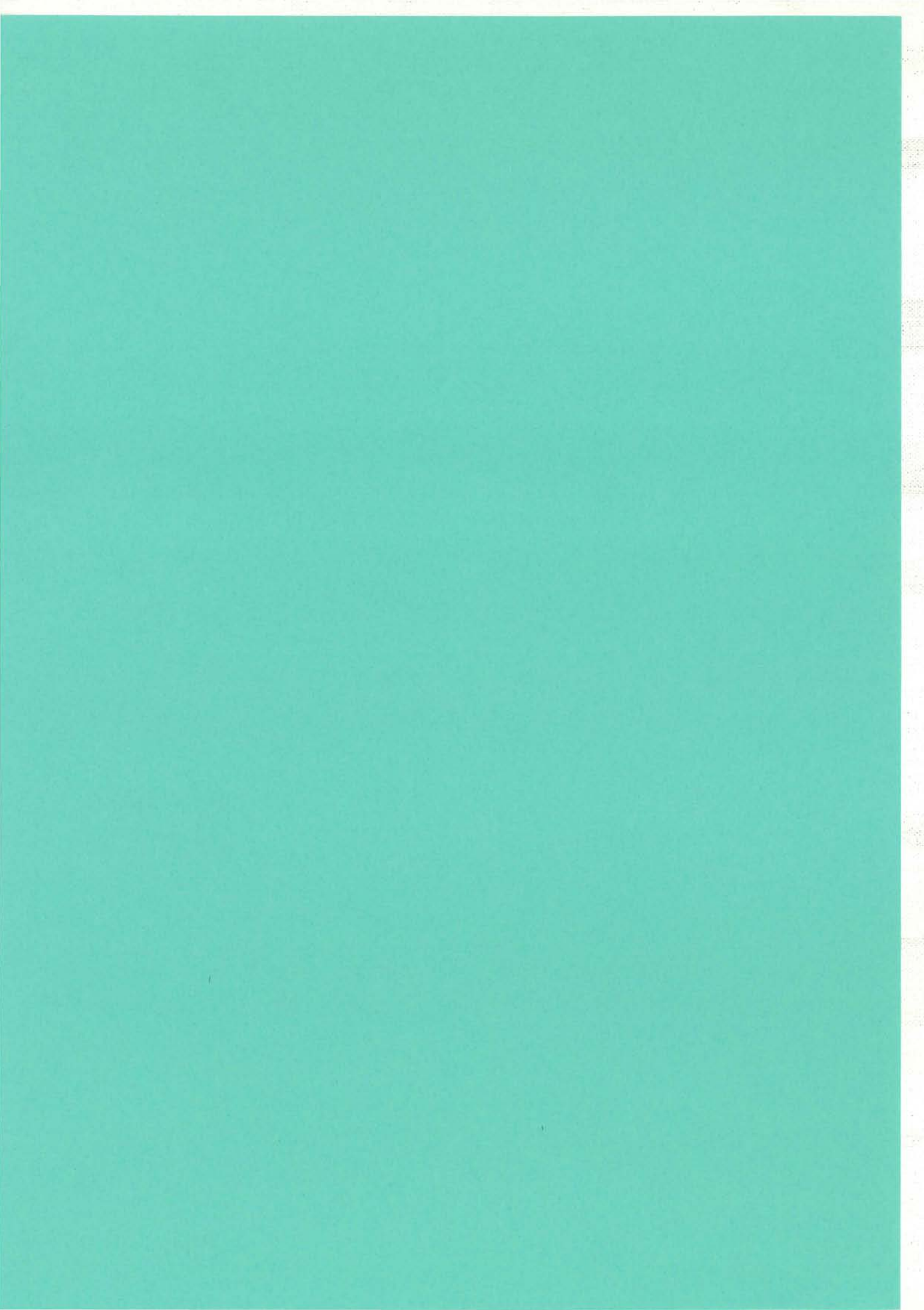
At last, initial function  $A_{\alpha}$  is rewritten by returning to the fundamental property of Chebyshev polynomials [8]:

$$T_n(\cos \beta) = \cos(n\beta)$$

Hence:

$$A_{\alpha}(P) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ I_{\alpha} \cdot \ln \frac{1}{\rho} + \dots + I_{\alpha} \Gamma_{\alpha} \cdot \frac{\cos n(\varphi - \theta_{\alpha})}{n} \cdot \frac{1}{\rho^n} + \dots \right]$$





# Digital Oscilloscope Measurements in High-Frequency Switching Power Electronics

Gilles Cauffet and Jean-Pierre Keradec, *Member, IEEE*

**Abstract**—Switching power electronic designs require increasingly accurate analysis of instantaneous power. A digital storage oscilloscope may be used for this purpose. This paper discusses performance requirements and identifies unspecified characteristics, which may induce large inaccuracies.

## I. INTRODUCTION

THE power dissipated in an electronic switch of a power electronics circuit is low in the steady state ON and OFF conditions, and shows a high peak during the transient. A number of thermal time constants affect the temperature rise of this device. The long thermal time constants allow the temperature rise of the housing of the switch to be determined by the average power dissipation. However, localized heating occurs on the semiconductor chip during large power transients. Related time constants are short, and instantaneous supplied power is not smoothed by thermal low-pass filtering. As a result, the average power is no longer a reliable figure to estimate a localized temperature rise. Reliability is affected directly by the instantaneous power.

The modeling of thermal characteristics of power devices is an important subject of study and the reason for the development of a measurement workbench. This measurement workbench has been used to study various static converter designs since 1986. It uses a digital oscilloscope for data acquisition and can control, correct, perform analysis, and present the results of the tests [1]–[3]. Calibration-correction schemes are built in to enhance the specified accuracy of the oscilloscope.

The instantaneous power can be determined from the measurements of the voltage across and the current through the device. Unfortunately, the signals cover a wide dynamic range, and the slew rates are high. In addition, measurements have to be acquired in a noisy electromagnetic environment.

A model of the voltage and current wave forms is shown in Fig. 1(a). It shows that the voltage  $V_{ce}$  across the switch at first stays constant at  $V_{max}$  and then linearly declines to

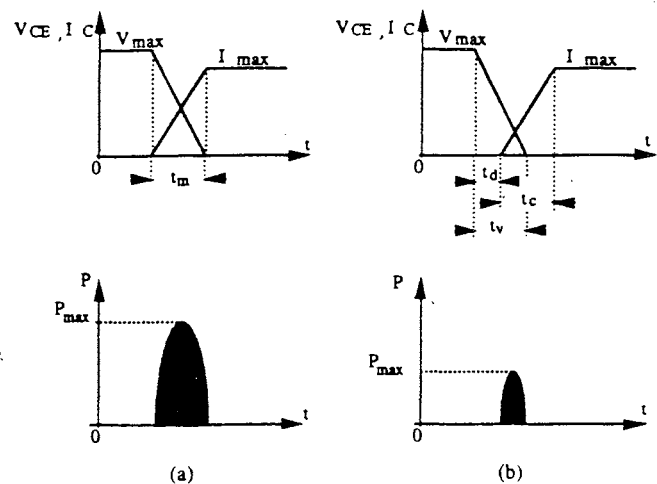


Fig. 1. Resistive loaded switch turn-on: (a) as observed with ideal probes; (b) as observed with real probes. Transition times are widened, and time delays are introduced between the two curves.

zero during the switching time. The current  $I_c$  through the switch starts at zero and increases linearly to  $I_{max}$ .

There are two impacts from imperfect measurement channels, including the probes. The first is that the switching transition is reported wider than it actually is. The second is that the current curve appears slightly delayed relative to the voltage curve.

Based on the model, the maximum instantaneous power  $P_{max}$  is:

$$P_{max} = \frac{V_{max} \cdot I_{max}}{4} \quad (1)$$

Assuming that the imperfect voltage and current measurement channels have the following impact (see Fig. 1(b)):

$$P_{max} = \frac{V_{max} \cdot I_{max}}{4} \cdot \left(1 - \frac{t_d}{t_v}\right) \cdot \left(\frac{t_v - t_d}{t_c}\right) \quad (2)$$

where:

$t_d$  is the time delay between voltage and current measurement,

$t_v$  is the voltage switching time,

$t_c$  is the current switching time.

Manuscript received May 12, 1992; revised July 8, 1992.

The authors are with the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (CNRS URA 355) B.P. 46, 38402 Saint Martin d'Heres Cedex, France.

IEEE Log Number 9204346.



To illustrate the measurement requirements, we analyze instantaneous power supplied to an electronic switch, conducting 10A, blocking 400 V and switching in 25 ns. The relative accuracy should be within 5%.

## II. ANALOG REQUIREMENTS

### A. Bandwidth Requirements

The bandwidth of each measurement channel affects the observation of the switching time. Instead of obtaining the real switching time  $t_m$ ,  $t_v$  is measured by the voltage measurement channel, and  $t_c$  is measured by the current measurement channel. For the moment we assume that the time delay  $t_d$  between voltage and current measurement is 0. In order to obtain an overall 5% accuracy, the budget for this error contribution is set to 2%. The values of  $t_v$  and  $t_c$  are independent. From (2) it follows that  $t_v$  and  $t_c$  must be both less than 1.02 times the real switching time  $t_m$ .

In first approximation, input amplifiers and probes act as low-pass filters. Rise time  $t_r$  and bandwidth  $B$  are related by:

$$t_r = \frac{0.35}{B} \text{ and } t_o = \sqrt{(t_i^2 + t_r^2)} \quad (3)$$

where  $t_o$  and  $t_i$  represent, respectively, output and input rise times. In (3),  $t_m$  is substituted for  $t_i$ , and  $t_v$  or  $t_c$  for  $t_o$  as applicable.

From (2) and (3) it follows that the bandwidth should be at least 70 MHz to satisfy the requirement. Using a round number, this turns into a 100 MHz bandwidth requirement for an oscilloscope input channel. In reality, the bandwidth is limited by the performance of the probes. Probes with higher attenuation exhibit lower bandwidth performance. Fortunately, only slower switch power devices are capable of higher stand-off voltages. Current probes exhibit the same characteristic. Note also that high-voltage probes are passive, requiring a 1 M $\Omega$  oscilloscope input impedance.

### B. Differential Time Delay Between Voltage and Current Measurement

The difference  $t_d$  between time delays in the measurement of instantaneous voltage and current also causes an error in the computation of power. From (2), with  $t_v = t_c = t_m$  (infinite bandwidths), it can be observed that  $t_d = t_m/100$  results in a 2% error contribution in  $P_{\max}$ .

Most of the time lag is caused by the probes, and it often reaches 20 ns. Compensation is necessary. Some oscilloscopes have provisions built in; in other cases, computer compensation must occur, and the time lag should be known with an uncertainty better than  $t_m/100 = 250$  ps.

### C. Low-Frequency Response

A passive voltage divider probe contains a capacitance adjustment to obtain the best match between the DC and the low-frequency response. The dc voltage gain  $G_{LF}$  de-

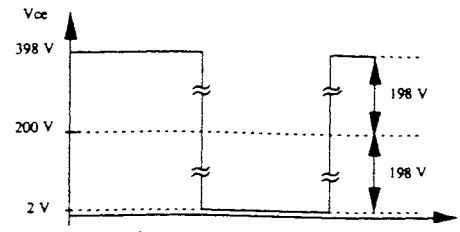


Fig. 2. Typical voltage waveform.

pends on resistances only, whereas the high-frequency gain  $G_{HF}$  is fully determined by capacitances. If the probe is perfectly compensated, its voltage gain remains constant across the whole bandwidth. If not,  $G_{LF}$  and  $G_{HF}$  may differ 1–3% [4]. The crossover occurs at a few kHz.

The collector emitter voltage  $V_{CE}$  of the electronic switch is shown in Fig. 2. The wave form contains a dc component of approximately 200 V and an ac component which is slightly less than the dc component, in this case 198 V. The dc component is subject to the dc voltage gain  $G_{LF}$  and the ac component to the high-frequency gain  $G_{HF}$ . A 0.05% difference between  $G_{LF}$  and  $G_{HF}$  causes a perceptible 0.1 V or 5% inaccuracy in the minimum value of  $V_{CE}$ .

This level of performance is not readily available. The mismatch between  $G_{LF}$  and  $G_{HF}$  can be measured [5]. Digital filter techniques are then used to correct the results for  $V_{CE}$ . However, it is felt that the desired accuracy performance has not yet been fully achieved.

The low-frequency response problems are not limited to those of the probes. The internal attenuators of the oscilloscope can cause the same kind of problems. Careful observation of the square wave without the use of a probe is helpful to evaluate gain flatness of the oscilloscope. Digital filtering techniques are also used to correct the distortion caused by high-pass filtering of the passive current probes [5].

### D. Overdrive Voltage Limits and Recovery Times

The sensitivity of the oscilloscope may be increased to better observe the lower portion of the wave form and improve resolution. However, this causes overload of the input section of the oscilloscope when the signal is near its maximum value. Two voltage limits can be distinguished. The full-scale value of the analog-to-digital converter (ADC) generally corresponds to 5 divisions; see Fig. 3. The dynamic range of the amplifier is always higher. It depends very much on the particular model used and sensitivity selected.

The ADC recovers quickly when the overload condition is removed, in most cases within several microseconds, down to approximately 50 ns [6]. Recovery from a saturated input amplifier is considerably longer, typically more than 100  $\mu$ s. The fact that temporary overdrive conditions cause significant errors is generally known. Yet, only few manufacturers publish specifications for this behavior, and no testing methods appear to have been established.

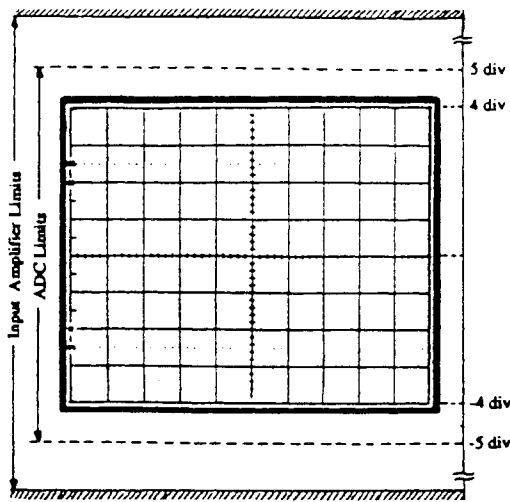


Fig. 3. Overdrive limits. Whereas the dynamic range of the ADC is almost always five divisions, the input amplifier limits depend on the instrument used and its sensitivity setting.

The interest for such specifications is illustrated by the following remark. For the Tektronix model 11A32 plug-in, the input amplifier is not driven into saturation by a 0.4 V signal with 1 mV/div [6]. When applying a 4 V signal, the sensitivity must be set to 100 mV/div to avoid overdriving the input amplifier. This suggests the use of a 1000:1 rather than a 100:1 probe for measurement of the lower portion of the  $V_{CE}$  curve in Fig. 2. The overall sensitivity with the first probe is 1 V/div. With the second probe the overall sensitivity is only 10 V/div. Keeping in mind these behaviors, probe adjustment can be enhanced by using a positive square wave which does not saturate the input amplifier and observing the low portion of the wave form with increased sensitivity [5], [10].

### III. DIGITAL REQUIREMENTS

#### A. Resolution

The resolution required to measure  $V_{CE}$  is 0.1 V. The maximum voltage that is expected for  $V_{CE}$  is 400 V. This means 1 part in 4000, i.e., 12 bits. The only way to reduce this requirement is to increase sensitivity to observe the bottom of the signal. As discussed in the previous section, this is not really feasible since a recovery time of 50 ns or more is not acceptable.

Practically, the top of the wave form is measured with low sensitivity (e.g., 50 V/div). The bottom portion of the wave form is measured with a sensitivity whereby the input amplifier of the oscilloscope is not overdriven, but the ADC is. Maximum advantage is taken of the quick recovery time of the ADC. Thereafter the top portion of the  $V_{CE}$  wave form is juxtaposed with the bottom portion (that has been obtained with increased sensitivity) to obtain the overall result.

Use of clamping circuits between the connections to the electronic switch under test and the input of the oscilloscope has not yielded satisfactory results or results that are any better than what we obtained [7].

#### B. Sampling Rate

Based on Nyquist criteria and the analog bandwidth requirements that were established in the previous section, it follows that the sampling rate of the digital storage oscilloscope should be at least 200 Ms/s. However, the frequency content of the signal includes components higher than 100 MHz. As a minimum, the sampling rate should be at least 2.5 times higher. In that case, 12 to 13 samples of the wave form are available to cover the 25 ns switching interval.

We consider it to be desirable to obtain 50 samples during the switching interval to obtain a smooth representation of instantaneous power wave forms. This corresponds to a sampling rate of 2 Gs/s. When considering compensation of different delays of the voltage and current measurements, it appears to be desirable to have 250 ps resolution; this would mean a sampling rate of 4 Gs/s. In reality, the 500 Ms/s rate is sufficient when interpolation techniques are used.

#### C. Record Length

The frequency of operation that is selected for static converters is related to the switching time of the semiconductors used. Practically, the period is between 100 and 400 times the switching time. Based on 12 samples during the switching time, it follows that 10 000 to 30 000 samples are sufficient to record two to five signal periods.

### IV. SIGNAL-PROCESSING CAPABILITIES

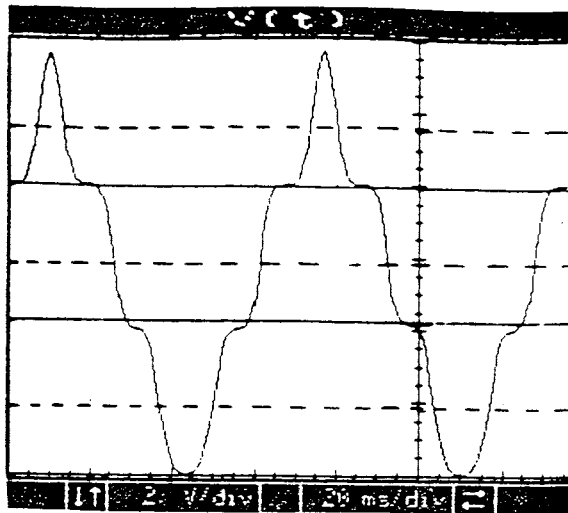
So far, it has been established that a 12-bit digitizer with a sampling rate of at least 500 Ms/s is needed. No instrument is capable of delivering this level of performance. However, since the signals are periodic in nature, the required information can be accumulated during several periods. Individual measurements can be averaged and equivalent time-sampling techniques can be used.

#### A. Averaging

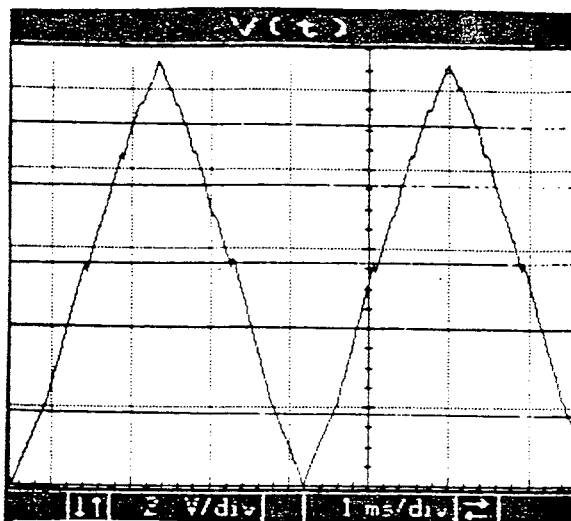
Averaging techniques are used to improve the signal-to-noise ratio (SNR). Averaging  $4^n$  readings improves the ratio by a factor  $2^n$ . It should be noted that SNR improvements can only be obtained if the noise is random. Synchronous noise and constant offset voltages can be eliminated by subtracting two successive acquisitions [1]. The first measurement includes signal, noise and offset; at the second only noise and offset. Also, the resolution is not necessarily increased by averaging. Reference [8] describes a simple means to increase resolution using time average mode.

The impact of the quantization error caused by the ADC disappears from the averaged result as the rms input noise exceeds  $\frac{1}{2}$  of the least significant bit (LSB) [10].

The major remaining problem is the differential nonlinearity of the ADC. A method to reduce this error is discussed in [8]. A simple test illustrates the impact of the small but troublesome errors. A triangular signal with C



(a)



(b)

Fig. 4. Small triangular waveform distortion. ADC levels are alternatively wide and narrow. In (a) the noise is not large enough to eliminate quantization errors. In (b) these errors have disappeared, but differential nonlinearity is visible. (a) rms noise = 0.4 mean LSB. (b) rms noise = 0.9 mean LSB.

division amplitude is digitized in the average mode. Then it is enlarged and appears as shown in Fig. 4. Note the difference in noise levels and distortion as the rms noise increases from 0.4 LSB to 0.9 LSB. This experiment is related to the practical measurement of  $V_{CE}$  on 50 V/div. With 0.2 div = 10 V input signal, the change during one tenth of the period is 2 V. This value, which is of the same order of magnitude as  $V_{CEmin}$ , can be compared to the result of the measurement, thereby allowing an estimate of the accuracy.

The recently introduced technique called "enhanced resolution" is nothing but a running average. It must be emphasized that decreasing noise by averaging is efficient only if averaged noise values are uncorrelated. Because noise bandwidth is always bounded, samples are correlated. Averaged samples in an  $n$ -sample running average are a number of sampling periods apart, while in  $n$ -ac-

quisition average they are separated by at least one full operating period of the device under test.

### B. Equivalent Time Sampling

The equivalent time-sampling technique applies only to repetitive signals. Samples are taken with increasing delays after a reference trigger signal to obtain the wave form. Measurements of the wave form can be 100 times closer together than the conversion time of the digitizer allows.

A critical performance requirement is that the jitter in the trigger and delay circuit is better than the 250 ps resolution requirement. Refer to [9] for a detailed discussion of error sources.

### C. Single-Shot Sampling Frequency and Total Acquisition Time

The total acquisition time turns out to be between 1 and 15 minutes when using equivalent time sampling, averaging and long records with 10 000 to 30 000 samples. This time is long enough to be exposed to drift and jitter problems in the oscilloscope and/or device under test. If the total acquisition time is reduced by a factor of 10, these problems are reduced by the same amount. As a practical consequence the use of a sampling frequency that is 20 times higher than the digitizing rate of the ADC is not advised.

The voltage curve ( $X$ -axis) is plotted against the current curve ( $Y$ -axis) after a normal acquisition to determine whether the digitizing rate of the ADC is sufficient. It will not be possible to obtain continuous instantaneous power curves if points are scattered as a result of jitter. We have established earlier that a 500 Ms/s sampling speed is needed. If equivalent time sampling up to 2 Gs/s is used to obtain intermediate data points and avoid interpolation, this means 100 Ms/s in real-time mode, assuming that 20 trigger events are sufficient.

The speed of data acquisition is important as well. In the random equivalent time-sampling mode, the sampling occurs relative to a master clock, and the time between triggering and clock is measured. There is no certainty that all needed delay times between trigger signal and master clock occur in a finite time period. The total signal acquisition time may be greatly increased as a result or, in a worst case situation, be infinite.

It is not easy to determine the total acquisition time from data sheets. The following test is recommended to obtain this figure. Apply a 10 V peak-to-peak, 200 kHz, triangular wave. Select 50 V/div and a time base to acquire 20 000 samples representing between two/five periods. Then average 256 records of 20 000 samples. Adjust the number of averages so that the noise is less than 0.5 V peak-to-peak. The total acquisition time is now available. Moreover, differential linearity can now be evaluated by enlarging the result.

This test takes into account speed of acquiring data, input noise, time delays between successive records, etc.

It will determine if commercially available 10-bit 100 Ms/s digital storage oscilloscopes perform better than 8-bit 400 Ms/s ones.

#### V. CONCLUSIONS

The requirements to measure instantaneous power of a switching power circuit using a digital storage oscilloscope have been discussed in detail. The measurements are difficult to perform and involve the use of high-speed, high-resolution measurement instrumentation. Careful consideration needs to be given to overload conditions. Averaging and advanced sampling techniques are necessary to obtain a satisfactory result. Performance enhancements of instruments that will allow improvement of the quality of the measurements remain desirable.

An indication of measurement accuracy was obtained by comparing the mean dissipated power to the same quantity obtained by a calorimetric test (water flow heating). The mean dissipated power is the integral of the instantaneous power divided by the switching period. The two results agree within 5% [2].

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to express their appreciation to Henricus Koeman of John Fluke Mfg. Co., Inc., for his assistance during the final review of this paper.

#### REFERENCES

- [1] J. P. Keradec, J. P. Ferrieux, and J. Roudet, "Mesure de la Puissance Instantanée en Electronique de Puissance Rapide," *Revue Générale de l'Electricité* No. 8, pp. 35-37, Sept. 1989.
- [2] J. Roudet, O. Normand, J. P. Keradec, and L. Pierrat, "Improving analysis of frequential performances of power component: A method of measuring instantaneous electrical stress," *IEEE Power Electronics and Motor Drive Conference* (London), July 1990.
- [3] G. Cauffet, M. Bensoam, E. Laveuve, and J. Barbaroux, "Metrologie en Electronique de Puissance. Analyse des Erreurs Relatives aux Sondes et à la Conversion Analogique Numérique," *Colloque Electronique de Puissance du Futur*, EPF90, Toulouse, France, Oct. 1990.
- [4] "Encyclopédie des Techniques de Mesures," Tektronix France, 1989.
- [5] G. Cauffet, Y. Lembeye, and J. P. Keradec, "Numerical correction of low frequency response of oscilloscope probes," *Power Conversion and Intelligent Motion, PCIM*, April 28-30, pp. 230-240.
- [6] "11000/DSA Series Plug-ins, Probes and Accessories," Note Tektronix 47 W-7952, Feb. 1991.
- [7] E. I. Carroll, R. S. Chokhawala, and R. J. Huard, "Oscillographic energy-per-event measurement techniques for power semiconductor," *Power Conversion and Intelligent Motion, PCIM*, Oct. 15-20 pp. 302-321, 1989.
- [8] G. Cauffet and J. P. Keradec, "Incidence of the resolution and the differential non-linearity of A/D converter on high dynamic signal measurement. Experimental characterization," *IEEE Instrumentation Measurement Technology Conference* (New York), May 12-14, 1992 pp. 295-298.
- [9] D. A. Czenkush, "High resolution digitizing techniques with an integrating digital multimeter," *Hewlett Packard Journal*, April 1989 pp. 42-43.
- [10] G. Cauffet, "Optimisation d'une chaîne de mesures électriques pour l'Electronique de Puissance. Analyse des Problèmes de Mesure, Caractérisation, Correction et Validation," *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble*, Grenoble, France, 3 Juille 1992.







# Improvement in the Linearity of Fast Digital Oscilloscopes Used in Averaging Mode

Yves Lembeye, Jean Pierre Kéradec, *Member, IEEE*, and Gilles Cauffet

**Abstract**—Accurate measurement of signals with very fast variations between values separated by several orders of magnitude is difficult. When signals are periodical, a fast digital oscilloscope may be used in averaging mode, but the measurement accuracy is mainly limited by analog-to-digital conversion (ADC) nonlinearity. In this paper, several methods for improving the conversion linearity are proposed. These methods are theoretically justified and experimentally validated. Several of these methods may be used simultaneously by an 8-bit digital oscilloscope to provide, in averaging mode, the linearity of an 11- or 12-bit ADC.

## I. INTRODUCTION

SOME measurements require accurate reading of signals with fast variations between values separated by several orders of magnitude. Fast DAC characterization [1] and study of power electronic switches [2] are examples of this. When signals are periodical, manufacturers of measurement equipment suggest their 8-bit digital oscilloscopes should be used in averaging mode, inferring that performance can equal that of an 11- or 14-bit ADC. The averaging mode does reduce the dispersion of results, but unfortunately it does not improve linearity which is still that of an 8-bit ADC. Finally measurement accuracy remains poor owing to the nonlinearities introduced by the conversion (Fig. 1).

In order to study high-frequency power switches our team has been looking for solutions to this problem. The aim of this paper is to present several methods suitable for improving static linearity of acquisition in averaging mode.

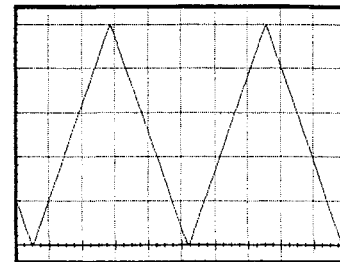
First, noise influence on quantization nonlinearity of an ideal ADC is presented in an original way leading to several practical conclusions. Then, static behavior of real ADCs is studied using the same mathematical approach.

Several methods bring great improvements. Residual errors are caused mainly by drifts of ADC characteristics. Finally, the possibility of integrating a fast calibrating step during the measurement process is discussed.

## II. QUANTIZATION NONLINEARITY OF AN IDEAL ADC

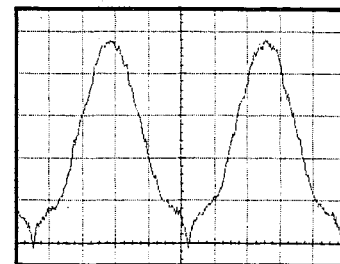
### A. Incidence of Analog Noise

Here, we consider nonlinearity of an ideal ADC (quantization error) [3], [4]. Without any noise, the relation between



measurement on a  
low sensitivity

(a)



measurement on a  
high sensitivity

(b)

Fig. 1. Influence of the ADC nonlinearities on the measurement of a low frequency, 5 Vpp, triangular waveform. The signal is acquired (a) with 1 V/div sensitivity and (b) with a 50 V/div sensitivity followed by a software enlargement to 1 V/div. The level height is 40 mV in the former case and 2 V in the latter.

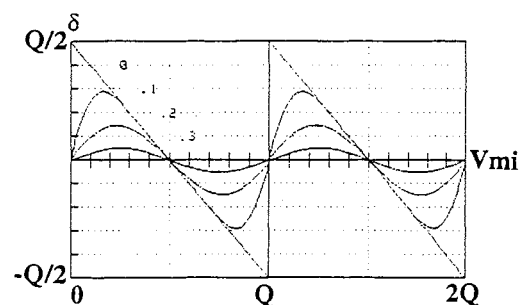


Fig. 2. Noise influence on quantization error (simulated). Noise acts on nonlinearities as a low-pass filtering.

the converter input voltage ( $V_{mi}$ ) and the output numeric value ( $V_{mo}$ ) is determinate as well as the difference  $\delta_o = V_{mo} - V_{mi}$ . The plot of  $\delta_o$  versus  $V_{mi}$  is the well-known sawtooth-like curve fluctuating between  $+Q/2$  and  $-Q/2$  (Fig. 2).

In practice a random signal (noise) is always added, before conversion, to the measured signal ( $V_{mi}$ ). This noise comes,

Manuscript received May 18, 1993; revised October 22, 1993.

Y. Lembeye and J. P. Kéradec are with the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, ENSIEG, U.R.A. CNRS 355, Domaine Universitaire, 38402 Saint Martin d'Hères, CEDEX, France.

G. Cauffet was with the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble; he is now with the L.I.M.E./U.J.F.G., 39041 Grenoble, France.

IEEE Log Number 9402389.



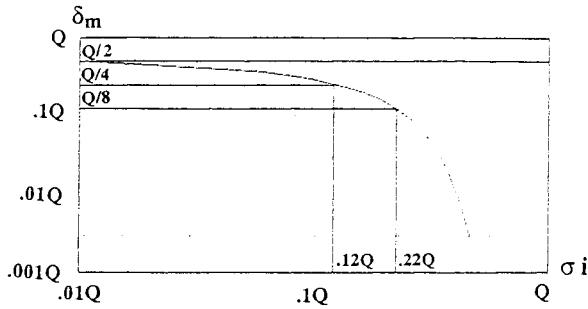


Fig. 3. Maximum rounding error (in quantum) as a function of the r.m.s. input noise (in quantum).

TABLE I  
NOISE LEVEL WHICH ENABLES 1 TO 6 BITS TO  
BE SAVED ON QUANTIZATION NONLINEARITY

$\delta_{\max}$	Accuracy improvement (in bit)	$\sigma_i/Q$
$Q/4$	1	$\geq .12$
$Q/8$	2	$\geq .22$
$Q/16$	3	$\geq .29$
$Q/32$	4	$\geq .34$
$Q/64$	5	$\geq .39$
$Q/128$	6	$\geq .43$

at least in part, from the amplification which takes place before the conversion. Because of this noise, the input voltage and the converter output value are random. Accordingly, the quantization nonlinearity  $\delta$  is defined as the difference between two mean values

$$\delta(V_{mi}) = V_{mo} - V_{mi}. \quad (1)$$

An easy calculation (Appendix B) shows that  $\delta$  comes from low-pass filtering on the above-defined function  $\delta_o$

$$\delta = \delta_o * p \quad (2)$$

where  $*$  is the symbol for the convolution product.

Assuming the input noise is Gaussian with a mean value equal to zero and an r.m.s. deviation  $\sigma_i$ , its Fourier transformation is Gaussian too and the cutoff frequency of the resulting low-pass filtering is in inverse ratio to  $\sigma_i$ . This filtering effect appears clearly in Fig. 2.

Fig. 2 allows, for each value of the noise  $\sigma_i$ , the maximum nonlinearity  $\delta_m$  brought by quantization to be evaluated. The variation of  $\delta_m$  according to  $\sigma_i$  is shown in Fig. 3. It can be verified that, as the noise vanishes,  $\delta_m$  reaches  $Q/2$ .

In addition, this Fig. 3 shows that for a sufficient input noise, nonlinearity does not go beyond  $Q/4$ , i.e., the value which a converter with an extra bit would give if there was not any noise. To end, Table I indicates the noise level which enables 1 to 6 bits to be saved on quantization nonlinearity. The benefit of increasing the noise is, of course, balanced by a spread of the successive results. See Section II-C for a more detailed discussion of this point.

### B. Optimum Number of Acquisitions

The higher the number of acquisitions, the greater the noise reduction on the result. However, this result does not tend towards the accurate value. The calculated nonlinearity is still

TABLE II  
OPTIMUM NUMBER OF ITERATIONS TO BE MADE  
IN AVERAGING MODE ACCORDING TO INPUT NOISE

$\sigma_i/Q$	N
.1	4
.15	6
.2	12
.3	96
.5	20,000

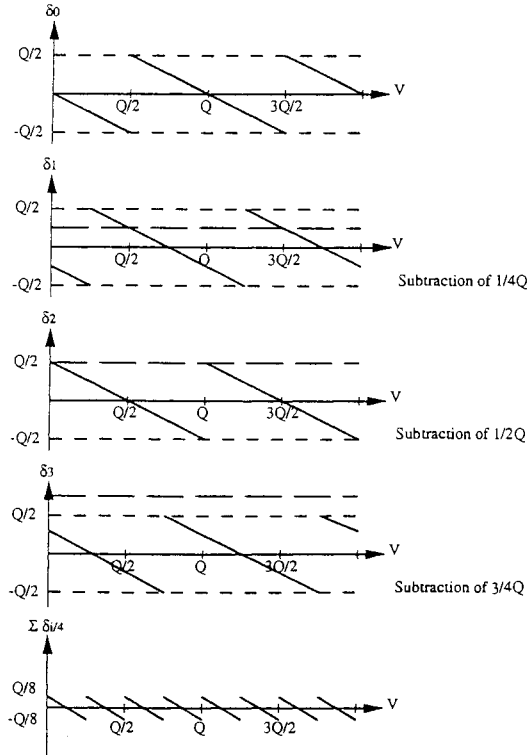


Fig. 4. Increasing ADC resolution. The signal is read 4 times by moving it each time  $1/4$  quantum. The 4 acquisitions are then averaged (e). Quantization error is then reduced by 4.

there, even for an infinite number of iterations. This is why there is no need to try and make the dispersion drop below the nonlinearity value, as long as this nonlinearity has not been corrected. Examples presented in Table II show that this limitation should not be ignored when the input noise  $\sigma_i \leq 0.3Q$ .

### C. Simulated Increase of the ADC Resolution

The interest of having a big enough ratio  $\sigma_i/Q$  is well-known, and it has been justified in the aforementioned. Usually, when an increase of this ratio is needed, an analog noise is added to the input signal (dithering).

In averaging mode,  $\sigma_i/Q$  may be increased by reducing  $Q$ . As an example, this can be done by averaging four acquisitions acquired with respective offset voltages of 0,  $Q/4$ ,  $Q/2$ , and  $3Q/4$ , and then, numerically correcting the whole resulting offset voltage. The result is presented in Fig. 4; obviously,  $Q$  has been divided by 4.

This technique, which we call "sliding offset technique," has already been presented [3]. With regard to dithering, this method has the advantage of not needing an increase in

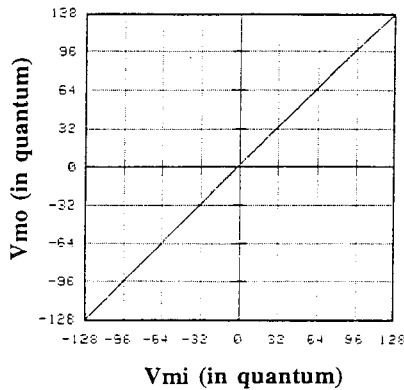


Fig. 5. Transfer function of the Tektronix 2430 oscilloscope.

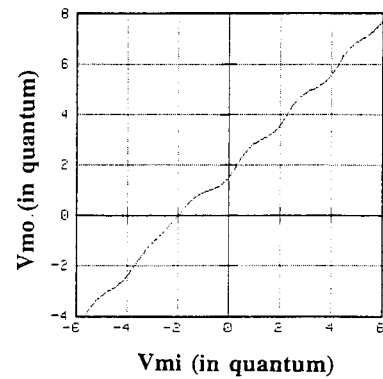


Fig. 6. Closer look at the transfer function of the oscilloscope.

the number of acquisitions. Since  $\sigma_i$  has not been changed, the output spread is not modified either. On the other hand, increasing  $\sigma_i$  by 4 would lead to multiplying the number of acquisitions by 16 in order to obtain the same final spread.

### III. ERRORS AND STATIC NONLINEARITIES OF A REAL ADC

#### A. Presentation and Definitions

Experiments presented to illustrate the following part pertain to the conversion chain of the Tektronix 2430 numeric oscilloscope. Conclusions can, nevertheless, be applied to all analog-to-digital chains used in averaging mode.

In the first part, the study dealt with the use of an ideal converter; measurement was only altered by quantization error. In practice, other disturbances which will be studied now have to be taken into account.

The main difference between a real and an ideal ADC lies in their level widths; those of the latter may vary by about 50% around their mean value [5]. To characterize these components, it is useful to know all the level thresholds exactly. Besides, as shown in the first part, the r.m.s. deviation of the input noise is an important datum.

In this study, the number delivered by the converter is supposed to be independent of the variation speed of the input signal. This is a correct approach when the converter works well below its speed limit. According to this assumption, the previously listed parameters suffice to forecast the result of the averaged conversion. Our method of measuring these parameters has already been presented [6].

When the thresholds and the noise magnitude are known, the probability of each level appearing can be reckoned. The mean output value  $V_{mo}$  associated with each input level  $V_{mi}$  is, then, calculated. Finally, the transfer function  $V_{mo} = T(V_{mi})$  is defined by 4096 points. Fig. 5 represents the transfer function of our oscilloscope.

Thanks to this presentation, nonlinearities of the transfer function seem very slight and it might be thought that, by reducing the variation range of  $V_{mi}$ , they would become negligible. Fig. 6 shows that this is not so; a closer look at the curve reveals large wavemotions, on a narrow scale, around the mean direction.

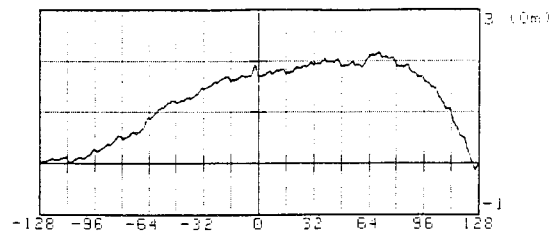


Fig. 7. Nonlinearity error  $\delta$  as a function of  $V_{mi}$ . This curve is computed from experimental threshold values and r.m.s. noise.

To show these nonlinearities the linear part is subtracted. As usual, this part is assimilated with a straight line running through the two end thresholds  $V_{max}$  and  $V_{min}$  associated with levels  $-127.5$  and  $126.5$ . The mean quantum ( $Q_m$ ) is defined by:

$$Q_m = \frac{(V_{max} - V_{min})}{254}. \quad (3)$$

Thanks to this value, all voltages can be expressed in reduced units. Taking  $V_o$ , the offset voltage for which the ideal straight line cuts across the horizontal axis at zero, we obtain

$$V_d = V_{min} + 127.5Q_m = V_{max} - 126.5Q_m. \quad (4)$$

The curve in Fig. 7 shows the nonlinearity error  $\delta$  as a function of  $V_{mi}$ , after  $V_d$  has been corrected. It should be observed that this curve varies, in quite a big way, according to the value of  $\sigma_i$ . For  $\sigma_i = 0$  it should show the quantization nonlinearity (whose magnitude is close to  $Q_m$ ) which hides the real imperfection of the converter. By defining the transfer function as a broken line which joins the middles of all the successive levels, a curve which is independent of  $\sigma_i$  and more representative of the quality of the converter has been drawn in Fig. 7. In practice, it is quite similar to the one obtained assuming a Gaussian input noise, whose r.m.s. deviation is close to  $Q_m$ .

To sum up, static errors introduced by real converters include two linear errors:  $Q_m$  is different from its theoretical value and  $V_d$  is not equal to zero. Nonlinearity errors are correlated to ADC quality and have to be evaluated as a function of  $\sigma_i$ . The ADC nonlinearity, due to the converter itself, is well underlined in Fig. 7.

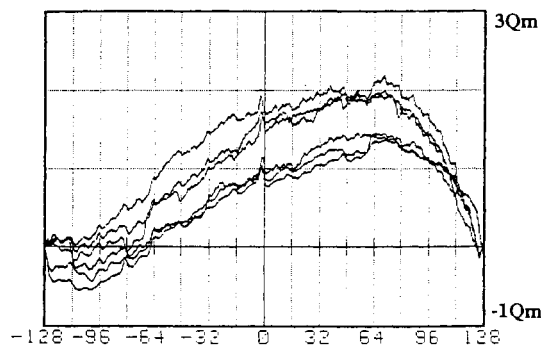


Fig. 8. 6 ADC calibrations carried out in 6 months.

### B. Correction Using the Transfer Table

As long as the transfer function is monotonic it can be used as a calibration curve; it allows the exact value of  $V_{mi}$ , associated with the measured value  $V_{mo}$ , to be determined. Theoretically, this correction is perfect. In practice, r.m.s. nonlinearity decreases from  $1.438 Q_m$  to  $0.494 Q_m$  (Figs. 11(a) and (c)) but, for several reasons which will now be addressed, ideal results are far from having been reached.

## IV. REDUCING IMPACT OF NONLINEARITIES

### A. Concerning Calibration Duration

The imperfections of the aforementioned correction method are caused essentially by the drifts of all the measured parameters. When the correction table is used, values of thresholds and noise are not exactly the same as those recorded during calibration, which means that the mean quantum and the offset voltage have changed too.

The static calibration method used here has been developed first to understand phenomena and second to achieve the accuracy of a 12-bit ADC. So all threshold values have been determined with an uncertainty below  $Q_m/32$ . The mean-square deviation of the noise has been determined with similar precision. At the moment characterization lasts more than an hour, so each characterization is recorded and sometimes used only several weeks later. A fast calibration carried out just before each measurement would certainly reduce drift magnitude. This possibility will be examined later in this paper. However, drifts can never be completely eliminated, so a study aimed at reducing their effects is useful anyhow.

### B. Removing Even Nonlinearities

Fig. 8 allows the nonlinearity curves deduced from 6 calibrations carried out over 6 months to be compared. In spite of a general shape which remains unchanged, large variations may be observed due to thermal drift and aging. The average of these 6 curves has been used as the calibration curve so as to restrict errors.

The following results pertain to the one of the six curves which is the furthest from the calibration curve. Fig. 9(c) shows its deviation in relation to the calibration curve: an r.m.s. deviation of  $0.49 Q_m$  remains. This result has not come up to expectations.

An attempt has been made to reduce measurement nonlinearity; a reduction of drifts in the same ratio may result. The even part of the nonlinearity curve can be eliminated by the simple process which follows that we call the "half inverting technique." Once half the acquisitions have been made, the analog signal is inverted at the input of the converter. This action is numerically corrected after conversion. An average of all these acquisitions is then made. The gain from this process can be seen in Fig. 9(d).

It appears that this process reduces r.m.s. nonlinearity from  $1.438 Q_m$  to  $0.479 Q_m$  (Figs. 11(a) and (b)). Moreover, using both this method and the previous calibration, residual error decreases from  $0.494 Q_m$  to  $0.074 Q_m$ . This last value represents a total improvement by a ratio of 20, i.e., more than a 4-bit benefit.

### C. Smoothing the Nonlinearities

It can be seen from Fig. 9(d) that the residual gap essentially includes fast variations that can be developed in Fourier series (Appendix I-A). Remembering that input noise carries out low-pass filtering on the nonlinearities, the idea is now to use it so as to lower high-frequency components such as quantization and differential nonlinearities.

The sliding-offset technique allows a spread of the analog noise to be simulated, and therefore, efficiency of low-pass filtering to be increased. The mathematical approach developed in the Appendix (Sections B and C) allows this method to be analyzed.

In Fig. 10, the effects of two different strategies for such a process are compared.

Maybe a similar technique has already been used by some oscilloscope manufacturers [6], [7]. However, as far as we know, no theoretical support has been published yet.

### D. Speeding Up the Calibration

Efficiency of the above techniques is mainly limited by drifts which take place between calibration and correction. It stands to reason that a fast calibration which could take place immediately before measurement should certainly reduce drifts and their consequences.

The calibration method used here has been useful for understanding phenomena. To carry out a faster calibration, direct calibration of 4096 points without any estimate of threshold and noise could be considered; a time reduction may result.

However, the suggested filtering raises the following question: is it useful to calibrate 4096 points in order to obtain the calibrating curve with a sufficient accuracy when this curve is smoothed? Now, this appears as a sampling problem. Avoiding complex techniques, a 32-segment broken-line approximation of the nonlinearity curve (Fig. 10) gives only a slight error (less than  $0.015 Q_m$ ). This leads to the conclusion that after a 32-point calibration, followed by a linear interpolation, the correction should be accurate enough. Besides, because the 32-point calibration can last less than a second, it can take place at the beginning of each measurement.

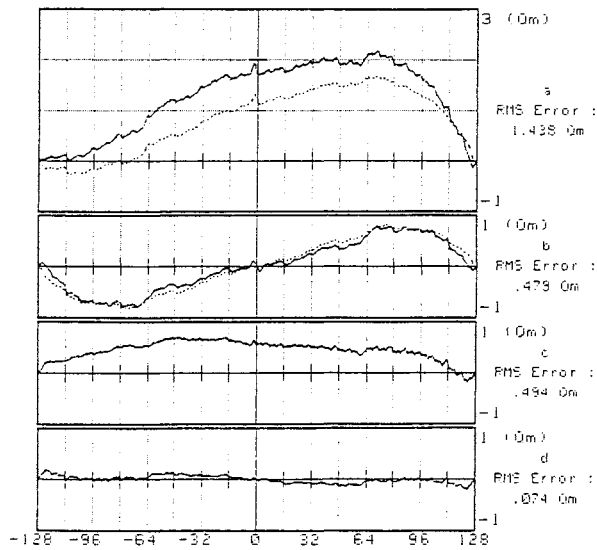


Fig. 9. Nonlinearity correction. (a) ---mean of previous 6 calibrations — one calibration. (b) Odd part of the nonlinearities. (c) Residual error after correction using calibration function. (d) Odd part of residual error after correction.

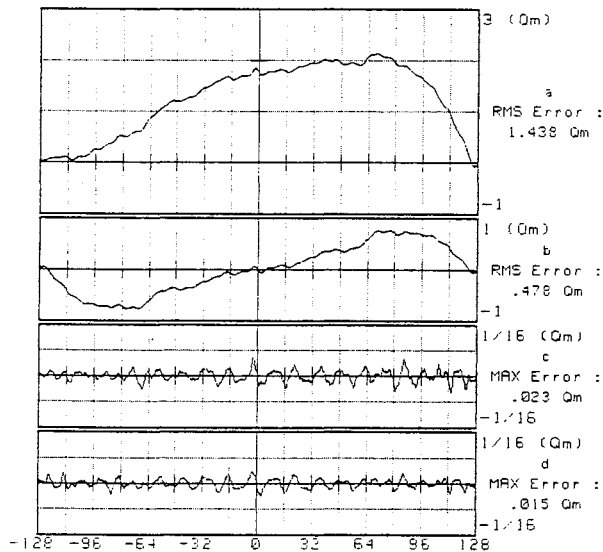


Fig. 10. Residual error after fast calibration. (a) One calibration curve smoothed by the sliding-offset technique. (b) Odd part of the calibration curve smoothed by the sliding-offset technique. (c) Error (in quantum) between the smoothed calibration curve and a 32-segment broken-line segment approximation of the nonlinearity curve. (d) Same as c plus use of half-inverting technique.

## V. CONCLUSION

First, an original mathematical approach that allows analog noise influence on ADC static nonlinearities to be evaluated is presented. Then, based on an oscilloscope converter observation, the efficiency of a standard calibration procedure is evaluated. It is shown that it is mainly limited by calibration drifts.

Two methods which have been tried to reduce drift effects are proposed and evaluated. First, the half-inverting technique does remove the even part of the nonlinearity, leading to a 3-factor improvement. Second, the sliding-offset technique

appears as an interesting competitor to dithering. It allows nonlinearity to be reduced without spreading the results. Thanks to the mathematical tool introduced, this technique can be customized for a given converter.

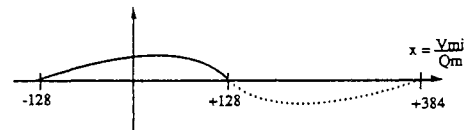
Finally, so as to enable calibration to take place immediately before each measurement, a reduction in the number of calibration points is analyzed and proven to be usable.

Dynamic nonlinearities actually complicate the behavior of ADCs [9]. Despite this, applying the corrections presented always results not only in large improvement but also in a clearer view of other nonlinearities.

## APPENDIX I

### A. Development of the Nonlinearities in Fourier Series

The curve to be developed runs through 0 for  $x = -128$  and  $+128$ . To avoid assigning a direct component to the curve, it can be symmetrically doubled as shown hereafter:



The period is equal to 512 and, locating the variable origin at 128, the symmetry is odd. Consequently, Fourier development has to be written:

$$\begin{aligned} \delta(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin \left( n \cdot 2\pi \cdot \frac{(x + 128)}{512} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \sin \left( n \cdot 2\pi \cdot \frac{x}{512} + n \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Then, it is easily established that odd harmonics are in cosine whereas even ones are in sine. So the first components are:

$$\begin{aligned} \delta(x) &= a_1 \cdot \cos \left( 2\pi \frac{x}{512} \right) + a_2 \cdot \sin \left( 2\pi \frac{2x}{512} \right) \\ &\quad + a_3 \cdot \cos \left( 2\pi \frac{3x}{512} \right) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Of course, if the function  $x$  is odd, only sine remain.

### B. Noise Influence on Quantization Nonlinearities

As seen in Section II-A, quantization error is defined by (1)

$$\delta(V_{mi}) = V_{mo} - V_{mi}.$$

The mean output value  $V_{mo}$  has to be calculated as

$$V_{mo} = \sum_{n=-128}^{127} n \cdot Q \cdot p_n \quad (7)$$

where  $n \cdot Q$  is the voltage associated to the output numeric value and  $p_n$  the probability of this result. Therefore,  $p_n$

depends on the input voltage ( $V_{mi}$ ), on the noise density ( $p$ ) and on the two thresholds ( $t_n^+, t_n^-$ ) of the level concerned

$$p_n(V_{mi}) = \int_{t_n^-}^{t_n^+} p(v_i - V_{mi}) \cdot dv_i. \quad (8)$$

Notice that

$$t_{(n+1)}^- = t_n^+, t_{-128}^- = -\infty, t_{127}^+ = \infty.$$

Finally,

$$\delta(V_{mi}) = \sum_{n=-128}^{127} \left( n \cdot Q \int_{t_n^-}^{t_n^+} p(v_i - V_{mi}) \cdot dv_i \right) - V_{mi}. \quad (9)$$

If there is not any input noise, only one numeric output value appears for each value of  $V_{mi}$  and we obtain

$$\delta_0(V_{mi}) = n \cdot Q - V_{mi} \quad (10)$$

where  $n$  is a function of  $V_{mi}$  defined by

$$n: t_n^- < V_{mi} < t_n^+. \quad (11)$$

Now, the convolution product of  $\delta_0$  and  $p$  is calculated

$$[\delta_0 * p](V_{mi}) = \int_{-\infty}^{+\infty} n \cdot Q \cdot p(V_{mi} - v_i) \cdot dv_i - \int_{-\infty}^{+\infty} v_i \cdot p(V_{mi} - v_i) \cdot dv_i$$

with

$$n: t_n^- < v_i < t_n^+. \quad (12)$$

Assuming that  $p$  is even,  $p(V_{mi} - v_i) = p(v_i - V_{mi})$  and the second term is easily identified to  $V_{mi}$ . Then, the integration domain of the first term is subdivided in 255 parts:

$$[\delta_0 * p](V_{mi}) = \sum_{n=-128}^{127} \left[ \int_{t_n^-}^{t_n^+} n \cdot Q \cdot p(V_{mi} - v_i) \cdot dv_i \right] - V_{mi}.$$

Finally, owing to (12),  $n \cdot Q$  is taken out of the integration and comparing the last relation with (9) leads to

$$\delta = \delta_0 * p. \quad (13)$$

### C. Extra Filtering Caused by Sliding-Offset Technique

A cycle of  $N$  acquisitions is now studied. If  $ni$  of these acquisitions are worked out with an offset  $v_i$ , the ratio  $\Pi_i = ni/N$  looks like the probability of use of the offset value  $v_i$ . As a result, this offset can be considered as a random variable whose density  $p_o(v)$ , mean value  $V_{mo}$  and standard deviation  $\sigma_o$  are given by

$$p_o(v) = \sum_i \Pi_i \cdot \delta(v - v_i),$$

where  $\delta$  = Dirac function

$$V_{mo} = \sum_i v_i \cdot \Pi_i \quad \text{and} \quad \sigma_o^2 = \sum_i (v_i - V_{mo})^2 \cdot \Pi_i. \quad (14)$$

The use of the sliding-offset technique leads to the addition of two independent random variables: the first is the initial Gaussian noise, the second is the previously defined offset. The probability density  $p(v)$  related to this sum is equal to the convolution product of the two densities involved, i.e.,

$$p(v) = \sum_i \Pi_i \cdot p(v - v_i). \quad (15)$$

Moreover, if the offset mean value  $V_{mo}$  is null, the r.m.s. deviation  $\sigma'_i$  of the resulting variable is easily calculated

$$\sigma'^2_i = \sigma_i^2 + \sigma_o^2. \quad (16)$$

It has been seen previously that the Fourier transform of the probability density acts as the gain versus frequency function of the filter. Keeping (15) in mind, the sliding-offset technique multiplies the initial Gaussian gain by the function  $Go(\alpha)$  defined by

$$Go(\alpha) = TF \left[ \sum_i \Pi_i \cdot \delta(v - v_i) \right]. \quad (17)$$

For example, with an even number of equidistant steps ( $\Delta v$  apart) symmetrically distributed with respect to zero,  $Go(\alpha)$  can be written as

$$Go(\alpha) = \sum_{i=1}^N 2 \cdot \Pi_i \cdot \cos[2\pi(2i-1)\Delta v \cdot \alpha]. \quad (18)$$

### REFERENCES

- [1] B. Brown, "Testing of analog to digital converters," Appl. Note, Tucson, AR.
- [2] G. Cauffet and J. P. Keradec, "Digital oscilloscope measurement in high-frequency power switching electronics," *IEEE Trans. Instrument. Measure.*, vol. 41, no. 6, pp. 856-860, Dec. 1992.
- [3] ———, "Incidence of the resolution and the differential nonlinearity of an A/D converter on high dynamic measurement," presented at the IEEE Internat. Measure. Technol. Conf., New York, NY, May 12-14, 1992, pp. 295-298.
- [4] J. Max, "Méthode et Techniques de traitement du Signal et Application aux Mesures Physiques," Tome 1, Masson, 1985.
- [5] Tektronix, "Effective bits testing evaluates dynamic performance of digitizing instruments," Tech. Rep. 45W-7527, 1989.
- [6] G. Cauffet and J. P. Keradec, "Incidence of the resolution and the differential nonlinearity of an A/D converter on high dynamic measurement," presented at the IEEE Internat. Measure. Technol. Conf., New York, NY, May 12-14, 1992, pp. 295-298.
- [7] Le Croy, *Digital Signal Processing*. May 1987.
- [8] Tektronix, "Enhance single shot performance for scientific research," Appl. Instruction Brief 47W-7713, 1989.
- [9] Hewlett Packard, "Dynamic performance testing of A to D converters," Product note 5180A-2.



Yves Lembeye was born in Orthez, France in 1966. He received the Agrégation de Génie Electrique in 1990 from the Ecole Normale Supérieure de Cachan, France.

He joined the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, France, in 1990. During the last three years he developed a measurement work bench, intended to study power electronic components.



**Jean Pierre Kéradec** (M'92) was born in Paris, France, in 1947. He received the Doctorat de Physique du Solide in 1973 from the University of Grenoble, France.

He taught physics at the University of Tunis, Tunisia, from 1973 to 1977. He currently teaches analog electronics, signal processing and measurement systems design at the Institut Universitaire de Technologie Grenoble and at the Institut National Polytechnique de Grenoble. He joined the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble in 1985

and his research interests include high-frequency power transformer modelling and measurements related to high-frequency power static converters.



**Gilles Cauffet** was born in Friedrichshafen, Germany in 1964. He received the Maitrise d'Electronique, d'Electrotechnique et d'Automatique in 1987 from the University of Orléans, France.

He joined the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble in 1989 and received the Doctorat de Génie Electrique de l'Institut National Polytechnique de Grenoble in 1992. During these three years, his research was in the field of power electronic measurements, and he developed a

specific measurement work bench to study static converters and their components. In 1992, he joined the Laboratoire de Magnétisme du Navire, to conceive a new three axes magnetic generator for the Laboratoire de Métrologie Magnétique en Champ Faible.









# **GIRCEP COMPOSANTS DE PUISSANCE**

**ACTION: "EVALUATION DU COMPOSANT EN SITUATION"**

## **RAPPORT DE FIN DE CONTRAT**

Responsable **D. LAFORE**

Professeur à l'ESIM Marseille

**ESIM**

Equipe Electronique de Puissance

Laboratoires

**LEG**

Equipe Electronique de Puissance

<b>LA MESURE EN ELECTRONIQUE DE PUISSANCE</b>
---

Responsable **J-P. KERADEC**

Rédacteurs **J-P. KERADEC , Y. LEMBEYE (LEG)**

Saint Martin d'Hères, le 14 Avril 1995



## I. INTRODUCTION

Depuis 1986 le LEG développe des études concernant l'amélioration de la qualité des mesures relatives à l'électronique de puissance. En 1990, dans le cadre du GdR, une collaboration s'est instaurée avec l'Equipe de l'ESIM. Si les comparaisons des résultats expérimentaux obtenus par les deux équipes n'en sont encore qu'aux préliminaires, de nombreux échanges d'idées et d'expériences ont déjà porté leurs fruits: choix concerté de matériel, discussion de méthodes d'étalonnage, définition de processus opératoire.... En dépit de tout cela, les options expérimentales choisies par les deux équipes sont très différentes (mode répétitif au LEG, mode monocoup à l'ESIM) et il semble utile de justifier ces différences.

Après cette comparaison des deux approches et un rappel des avancées métrologiques précédentes, nous présentons les résultats acquis dans le cadre de ce contrat. Le test d'un IGBT réalisé au LEG, à l'aide de la machine de test mise au point par l'ESIM, sert de fil directeur à l'étude. L'incidence de certains paramètres de mesure, tels que le décalage temporel et la bande passante des sondes, sont analysés en détail et quelques améliorations de la machine de test sont suggérées.

## 2. MODE REPETITIF OU MODE MONOCOUP ?

Un problème n'est bien résolu que s'il est bien posé. Pour comprendre les choix différents du LEG et de l'ESIM en matière expérimentale, il est nécessaire de rappeler les objectifs que se sont fixés les deux équipes.

### a - Mode répétitif

Dès le début l'objectif du LEG a été de mesurer les contraintes imposées à l'interrupteur fonctionnant dans un montage réel. L'intérêt d'une telle mesure est en effet très grand pour des circuiteurs : possibilité d'étudier l'influence de divers paramètres extérieurs (commande, CALC, câblage, ...) sur les contraintes subies par l'interrupteur et possibilité d'affiner le dimensionnement du radiateur nécessaire.

Cette approche est également intéressante pour une recherche de modèle car, dès lors que des relevés fiables et précis sont disponibles, ils peuvent être comparés à des résultats de simulation dans le but de confronter les prévisions relatives à différents modèles électriques d'interrupteurs. On peut ainsi valider, critiquer, affiner les modèles proposés.

Dans cette optique, les seules préoccupations de l'expérimentateur sont une bonne précision des observations et une faible perturbation du montage par l'appareillage de mesure. Si on diffère l'étude des fonctionnements transitoires des circuits, l'observation porte sur des signaux périodiques et ce constat oriente fondamentalement le choix des méthodes et du matériel. Les limitations technologiques du matériel de mesure rendent très difficile l'acquisition de toute l'information souhaitée en une seule période du signal. En revanche différentes méthodes permettent d'accumuler l'information requise durant plusieurs périodes identiques ...

#### b - Mode monocoup

Le but de l'ESIM est différent. Il s'inscrit dans une démarche de recherche d'un modèle macroscopique pour chaque type d'interrupteur. L'approche phénoménologique peut mener à des modèles simples mais néanmoins utilisables dans tous les types d'applications (commutation dures et douces). Elle part d'une observation expérimentale soignée et vise à identifier un petit nombre de paramètres pertinents, capables de résumer tout le comportement observable du composant. Bien entendu, la mesure de ces paramètres ne doit pas nécessiter l'ouverture du composant.

L'objectif est ambitieux mais le succès de cette démarche épargnerait, à l'électronicien qui veut étudier un circuit, la résolution des équations aux dérivées partielles régissant le comportement électrothermique ...

En bref, le problème à résoudre consiste à décrire les relations liant les courants et les tensions d'un quadripôle non linéaire. Naturellement les relations statiques ne suffisent pas car l'interrupteur stocke de l'énergie électromagnétique, ce qui ralentit son comportement transitoire. En outre, si on conçoit aisément que les relations évoquées ci-dessus dépendent de la température, on n'imagine pas toujours à quel point cette dépendance est compliquée. Alors que la seule température mesurable et contrôlable durant le fonctionnement est celle du boîtier, la température de la partie active peut être très inhomogène et elle dépend de la puissance reçue antérieurement par le composant : le traînage thermique ne peut être négligé. L'observation à 100 Hz d'une caractéristique  $I_c = f(V_{ce})$  sur un traceur permet de s'en convaincre : dès que la puissance injectée est suffisante, la caractéristique observée se transforme en une boucle que les éléments réactifs du modèle sont incapables de justifier quantitativement.

Pour défricher cette étude, l'ESIM s'est proposée, dans un premier temps, d'éliminer l'incertitude sur l'état thermique interne initial du composant. Le choix de la stratégie de mesure monocoup en découle. On ne peut donc plus, à priori, accumuler l'information acquise en répétant périodiquement le phénomène et le choix du matériel de mesure s'en trouve profondément modifié.

#### c - Conclusion

Evidemment la réalité est plus nuancée: le LEG s'intéresse également à la recherche de modèles et l'ESIM étudie le fonctionnement de montages réels. Il n'en reste pas moins que les priorités affichées par les deux équipes sont complémentaires plutôt qu'identiques et que là réside la justification des stratégies expérimentales différentes.

### 3. RAPPEL DES PRINCIPALES AVANCEES METROLOGIQUES

#### a - Que mesurer ?

L'observation des grandeurs (courant et tension) modifiées par l'interrupteur ne suffit pas à apprécier son état thermique interne. La connaissance de la puissance instantanée fournie au composant permet de mieux apprécier cet état et donc de mieux évaluer la sûreté de fonctionnement du montage hôte. Connaissant l'évolution de cette grandeur dans le temps, on peut calculer la puissance moyenne et l'énergie absorbée durant certaines phases de fonctionnement. L'énergie de commutation

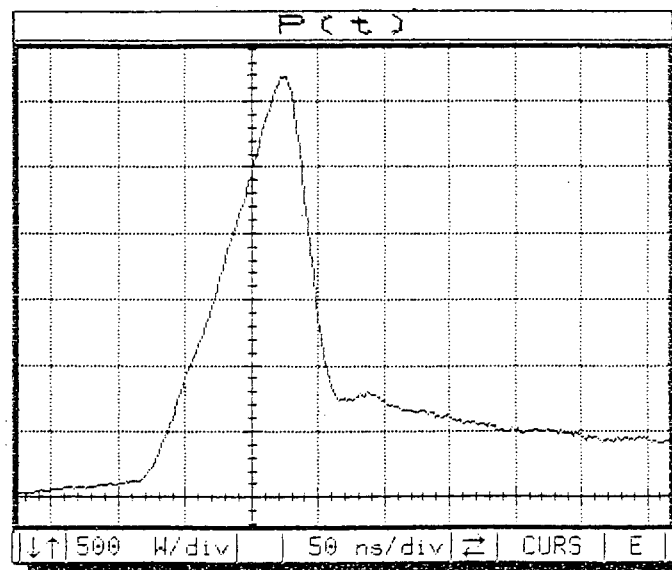
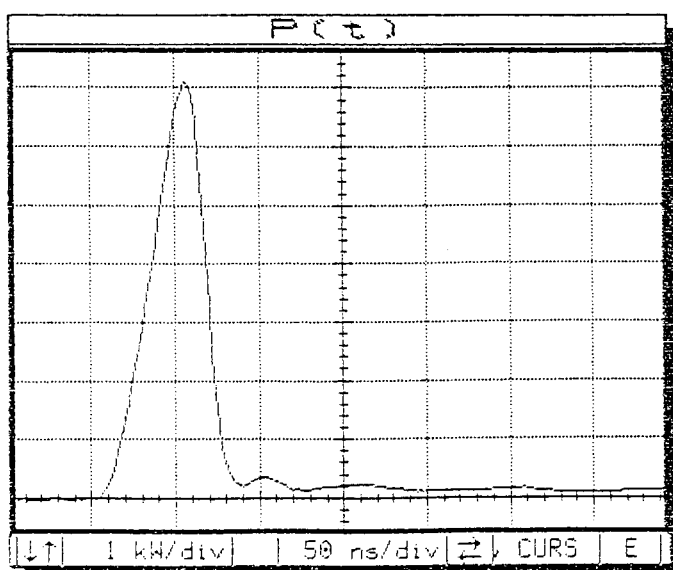
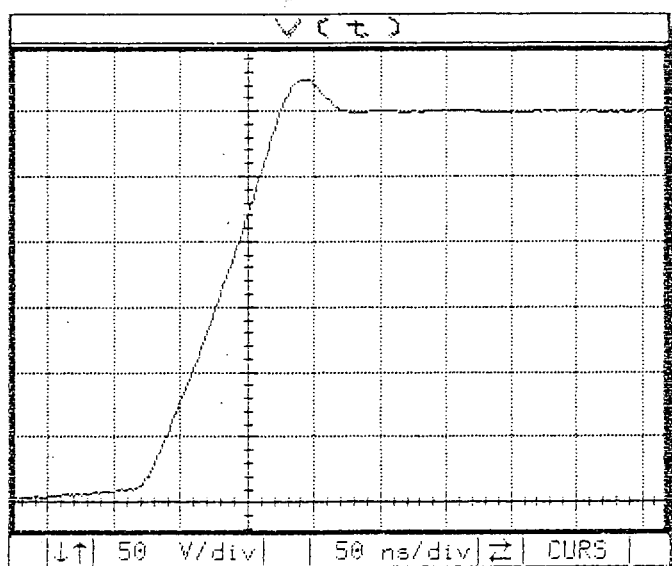
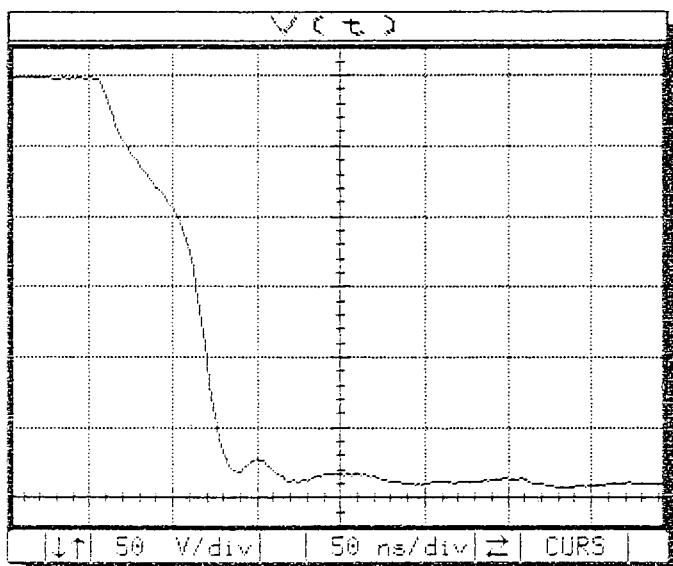
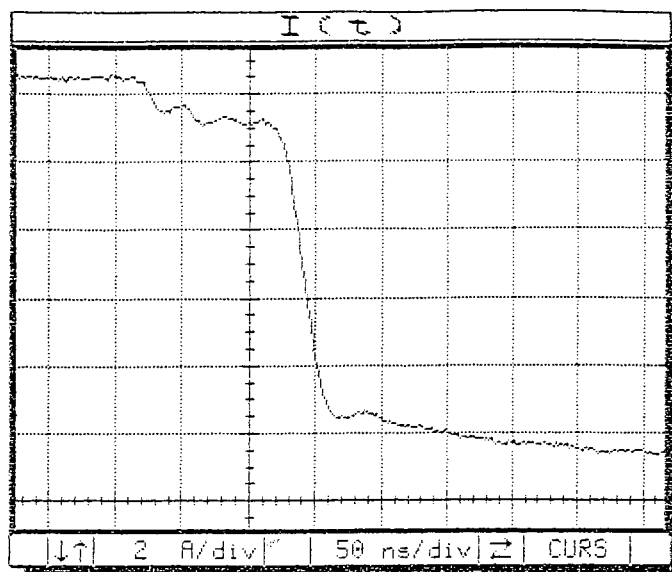
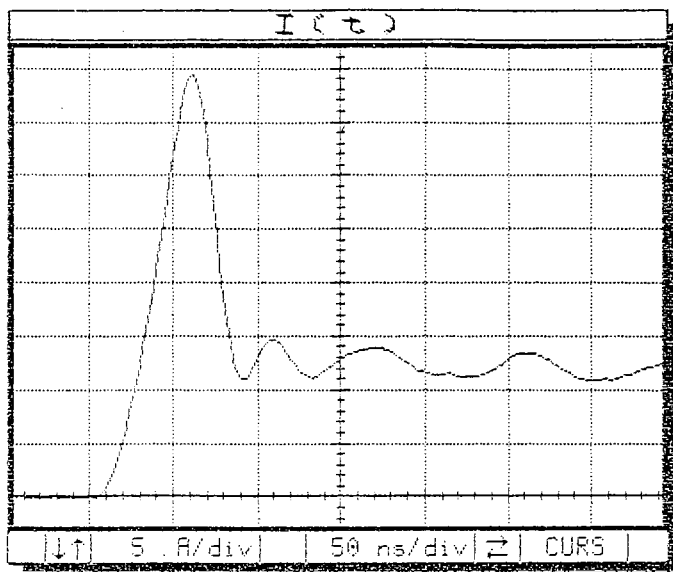
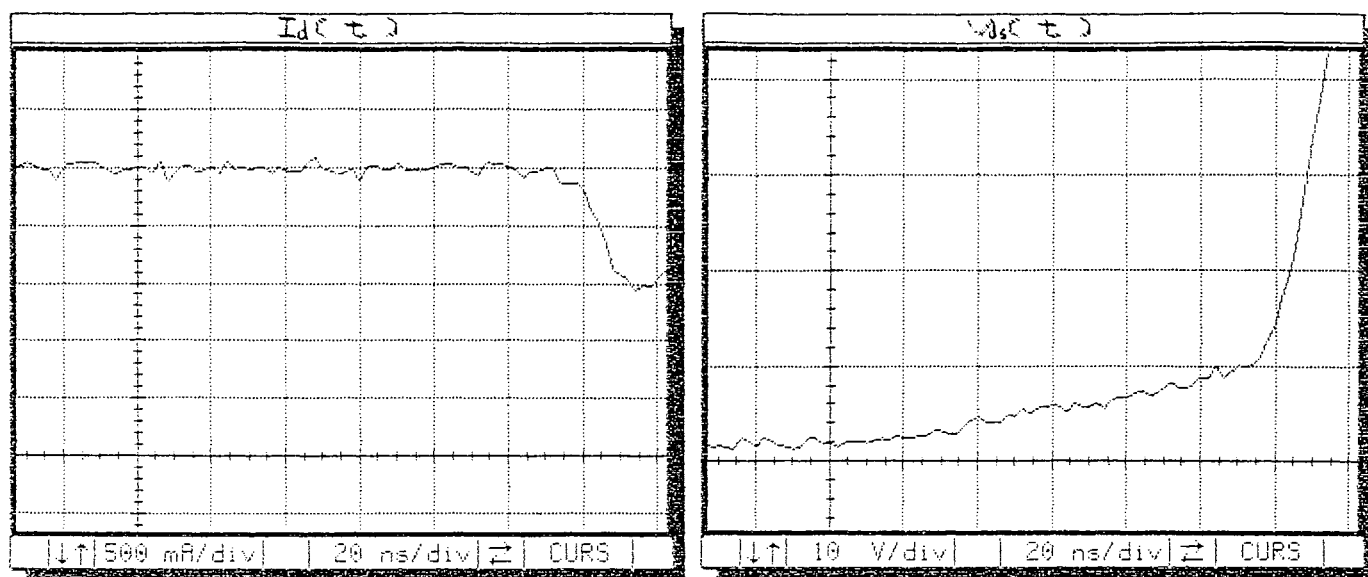
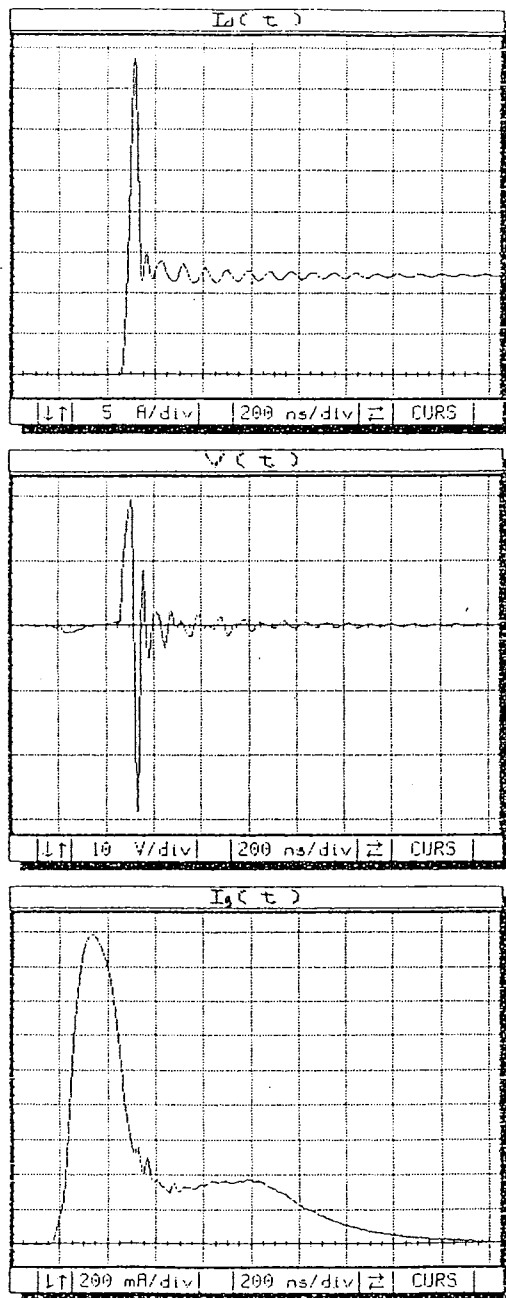


Figure 13. Vue élargie des commutations, côté "puissance"

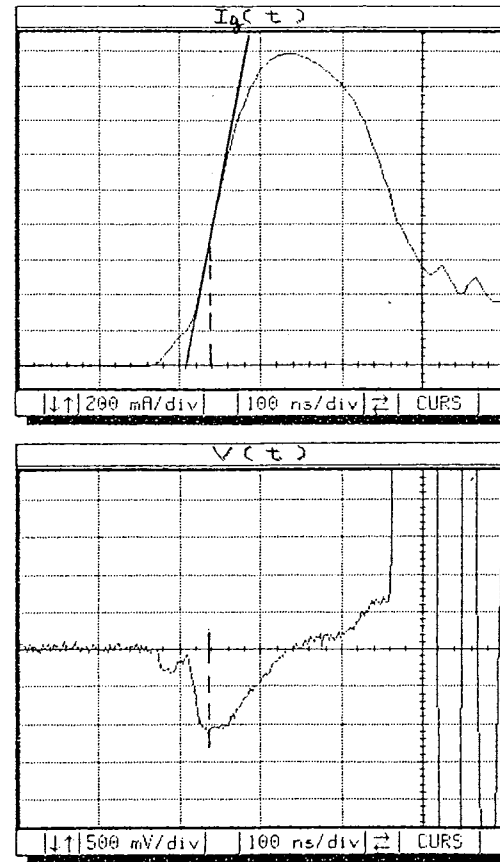


**Figure 14.** Vue élargie du pied de la tension à l'ouverture.  
(Ajouter 10 A au courant représenté)

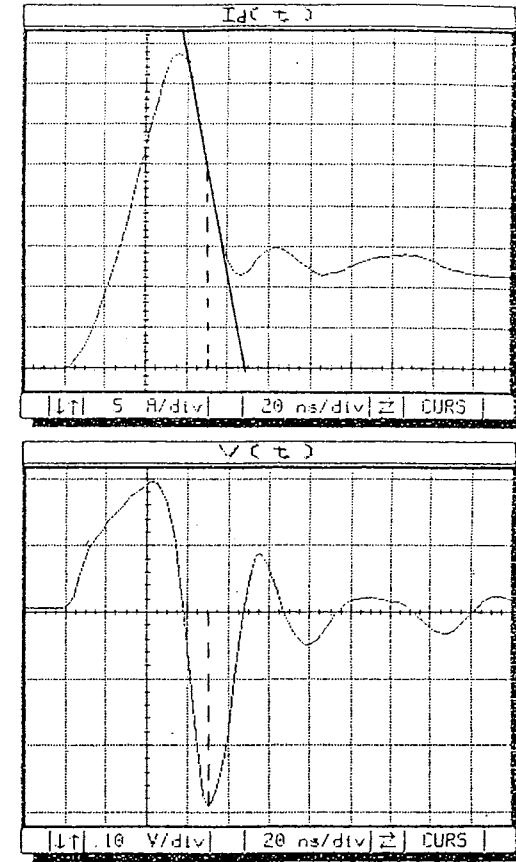


a

=>



b



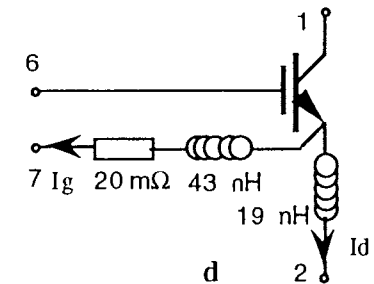
c

$$\frac{dI_g}{dt} = 25 \text{ A}/\mu\text{s} \iff 1,07 \text{ V}$$

soit: 43 nH

$$\frac{dI_d}{dt} = 1500 \text{ A}/\mu\text{s} \iff 29 \text{ V}$$

soit: 19 nH



d

Figure 15. Influence de certaines impédances de boîtier. a- tension  $V = V_7 - V_2$  et courant générateurs  $I_g$  et  $I_d$ , b- élargissement de la partie liée à  $I_g$ , b- élargissement de la partie liée à  $I_d$ , d- modèle déduit de ces mesures.











## MEASUREMENT OF LOSSES OF FAST POWER SWITCHES. IMPACT OF TYPICAL CAUSES OF INACCURACY.

Y. Lembeye\*, J.P. Keradec\*, D. Lafore\*\*.

(\*) L.E.G. and (\*\*) E.S.I.M., FRANCE.

**Abstract:** Measurements of losses in a power switch raise numerous great difficulties that this paper investigates with a practical point of view. First, measurements are acquired, with a maximum of care, on a switch at work. Then, considering these measurements as perfect, various causes of inaccuracy are successively simulated to evaluate their impact on waveforms and numerical values. Results are presented in a way that allows an engineer to determine the requirements of his measuring equipment, according to the switch speed and to the needed accuracy.

**Keywords:** measurements, losses in power switches, digital oscilloscope, accuracy

### INTRODUCTION

Today, the main investigation tool in power electronics is the digital oscilloscope. As long as it is used to check the correctness of circuit working, its initial accuracy generally meets the needs. However, when fast power electronic switch characterization is at stake [1], required accuracy cannot be directly reached, even with high quality equipment [2]. Operating modes must be optimized and correction must be brought to signal, after acquisition, to reach satisfying accuracy.

Our team has been studying such measurements since 1988 and the main results have already been published [3, 4, 5, 6]. To sum up, our method is based on: first, the careful choice of adequate equipment, and second, the development of specific calibration methods together with associated correcting software.

Obviously, good quality equipment is expensive and correction implementation requires computer help and spends time. Engineers who need accurate measurements must face with difficult choices. The aim of this paper is to provide some reference marks up to help them.

An IGBT characterization is taken as example. Measurements on this component are first recorded with a maximum of care. Then, the main causes of inaccuracy are considered one by one and, owing to software simulations, the sensitivity of measurements to each of them is evaluated. These inquiries allow equipment requirements to be fitted to tested component specifications and needed accuracy.

### TEST CIRCUIT AND MEASUREMENT EQUIPMENT

The circuit used to illustrate this work is intended to test an IGBT switch (Fig. 1a). It has been specially designed to set, independently, switched current and voltage, as well as temperature [1]. It includes a commutation cell built around the IGBT "A" of the component and a close command circuit, controlled, via an optical fiber, by a signal generator. It works either in single shoot or in a low frequency repetitive mode.

Waveforms are acquired by a Tektronix DSA 602 digital oscilloscope, connected by a Tektronix P6134C /10 (400 MHz) dividing voltage probe and by a T&M W-1-01-STUD 12.5W (800 MHz) aselfic shunt. Then, signal processing, corrections and presentation of results are realized by a H.P.745 workstation which runs a proprietary software

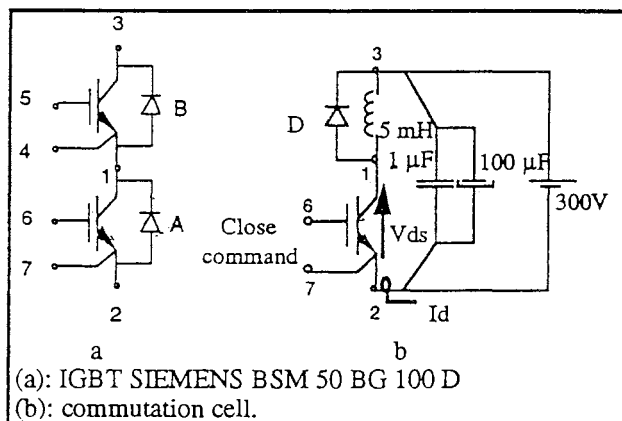


Fig. 1. Test circuit.

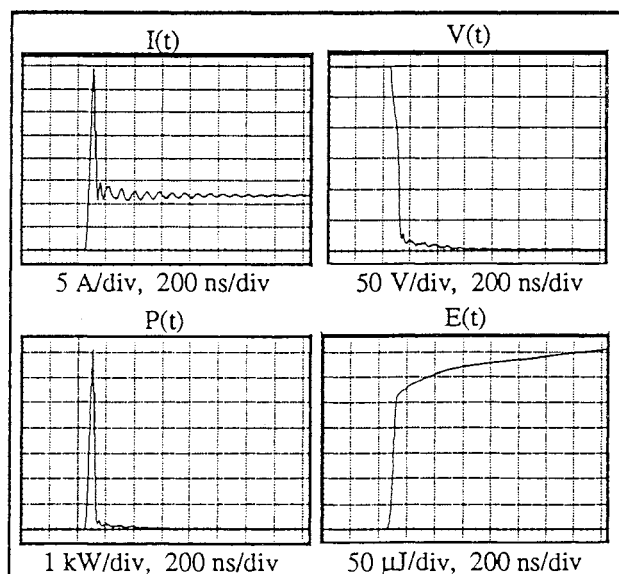


Fig. 2a. Current, voltage, instantaneous power and energy during IGBT turn on.

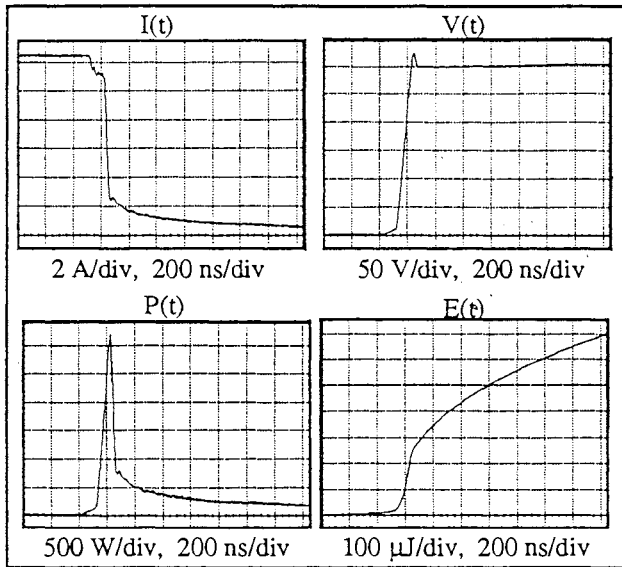


Fig. 2b. Current, voltage, instantaneous power and energy during IGBT turn off.

Current and voltage presented on figure 2a and 2b are  $I_d$  and  $V_{ds}$  waveforms which appear when the component switches on and off. Steady voltage and current are set respectively to 300 V and 12 A, these values being compatible with the use of high bandwidth probes. Instantaneous power and switching energy are calculated after signal acquisition.  $I_d$  and  $V_{ds}$  waveforms illustrate some of the difficulties often encountered during power electronic measurements: high signal magnitude, large dynamic range, fast variations.

## INCIDENCE OF EXPERIMENTAL PARAMETERS ON MEASUREMENTS

### Probe differential time lag

When instantaneous power is calculated, current and voltage are supposed to be perfectly synchronized. However, propagation times through voltage and current probes are not equal and this leads to the introduction of a differential time lag of, typically, 20 ns.

To cancel this time lag, the least delayed signal is delayed one more time by the software. Notice that, when the differential time lag is not an integral number of sampling period, each point of the corrected file results of a linear interpolation between two consecutive points of the initial file. Using equivalent time sampling, samples are typically separated by 100 or 500 ps and this detail is not crucial. On the opposite, when the sampling period lasts more than 1 ns, this method is unavoidable.

Despite waveforms are not affected by this time lag, the instantaneous power strongly depends on it (Fig. 3) and so it is for the switching energy. Time lag chosen for illustration is 4 ns and energy is evaluated 1.2 μs after the beginning of the acquisition (6 divisions on fig. 2a and 2b).

For a given time lag, its impact on measurements is larger if switching is faster (Fig. 4). It is why we plotted the related inaccuracies according to the ratio: time lag / shortest turn on or turn off time (from 10 to 90%) of both signals.

It appears (Fig. 4) that initial time lag is almost never negligible. Thanks to a preliminary characterization of all our couples of probes, during our measurements it is cancelled to within 1 ns.

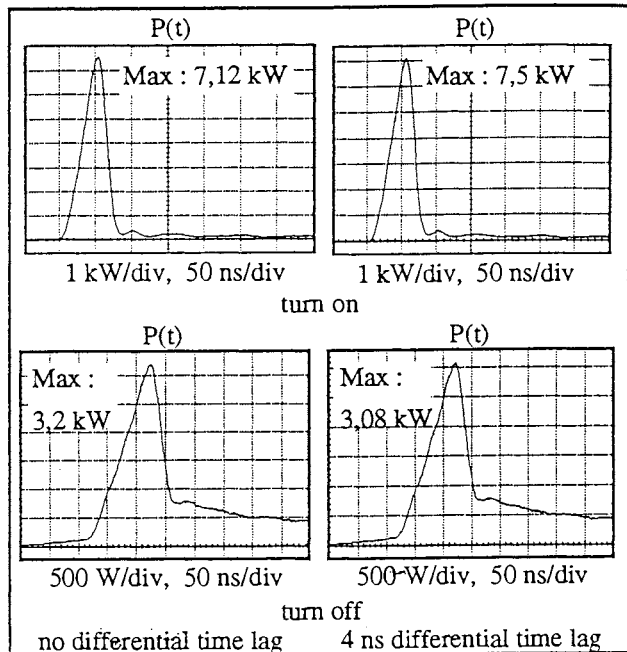


Fig. 3. Effect of differential time lag on instantaneous power (voltage waveform 4 ns late).

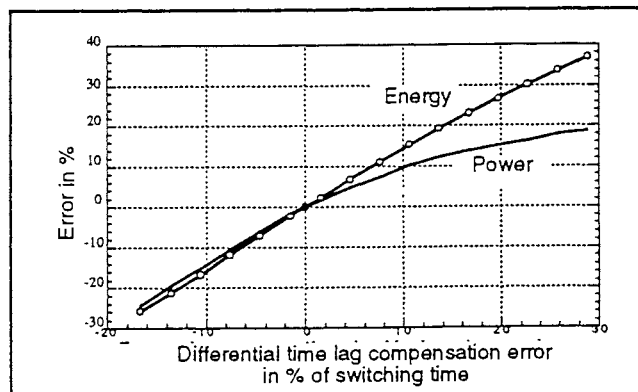


Fig. 4. Effect of differential time lag on maximum instantaneous power and on energy.

### Probe bandwidth

Presented signals (Fig. 2), have been acquired with a T&M shunt and a P6134C probe so that bandwidth of both channels is bounded to 400 MHz by the 11A32 oscilloscope amplifier.

What happens when a probe with a lower high frequency

limit is used, as it often occurs for current probes? To answer this question, waveforms have been digitally filtered with various cut-off frequencies among 15 and 200 MHz. The chosen filter type is a second order low pass at critical damping: it is supposed that this is quite close to the natural probe filtering.

The experimental sampling frequency was 500 MHz and, to avoid aliases, it have been artificially multiplied by ten before filtering, owing to a linear interpolation.

Figure 5 shows distortions induced by filtering only the current (most frequent case) and table 1 displays the impact on various characteristic values. For the chosen device, a bandwidth of 50 MHz is just sufficient to keep within 10% the accuracy on power.

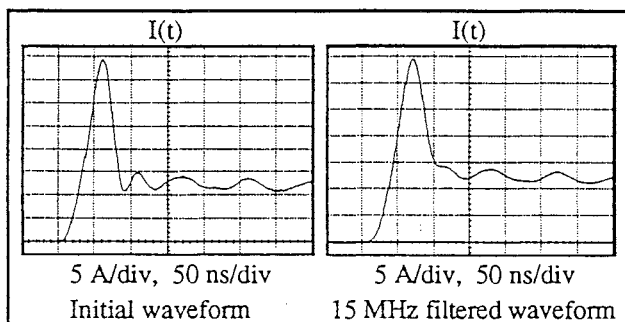


Fig. 5. 15 MHz current filtering during the turn on.

Bandwidth (MHz)	400	50	15
dI/dt max. (A/μs)	1500	1350	860
Max. power (kW)	7,1	6,4	4,8

Turn on

Bandwidth (MHz)	400	50	15
dI/dt max. (A/μs)	314	290	196
Max. power (kW)	3,2	3,3	3,5

Turn off

Table 1. Current filtering, influence on dI/dt and power.

Figure 6 displays relative variation of instantaneous power and energy induced by filtering current, voltage or both simultaneously. It can be noticed that energy is almost independent of cut-off frequency when both signals are filtered with the same cut-off frequency.

The last remark suggests to decrease the voltage cut-off frequency in order to equal the current one. Indeed, deduced energy becomes more accurate but it is not so for maximum power!

Notice that, experimentally, we find that a current probe made of a small ferrite core with a ten turns short circuited secondary connected to a high sensitivity current probe is more interesting than a low sensitivity current probe alone: its cut-off frequency is higher.

Now, let us talk about a problem encountered with the "Deskew" function of the DSA602 oscilloscope. This function allows the differential time lag to be internally and automatically cancelled, the manufacturer says.

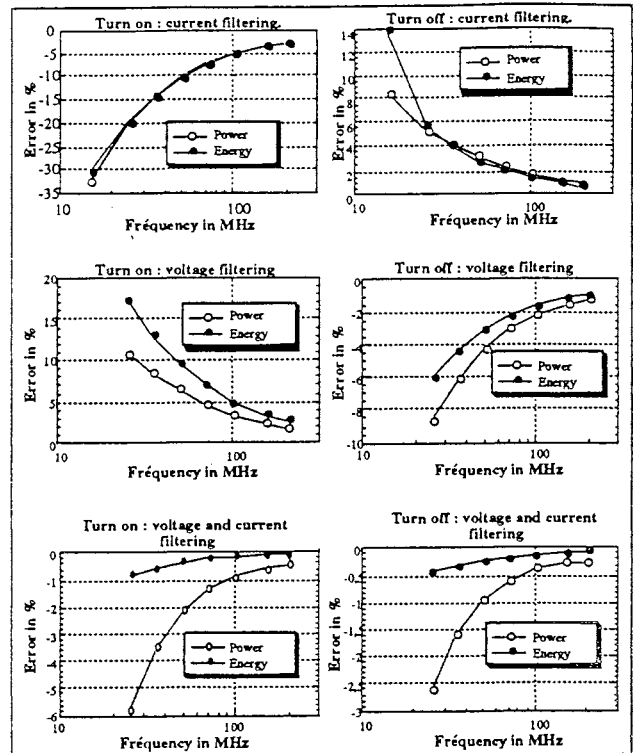


Fig. 6. Incidence of bandwidth on maximum power and energy.

Actually, a correction does occur but, unfortunately, it is inaccurate when the two channels have very different cut-off frequencies, like those of current and voltage probes. The implemented process seems to draw up the middles of the rising fronts. As a result, the current (which has the lower rising speed) starts before the voltage. Figure 7 shows the two signals after "Deskew" synchronization. Before presentation, voltage has been low pass filtered with a 50 MHz cut-off frequency (equal to the current probe bandwidth). A residual time lag of 3.5 to 4 ns appears, the incidence of which is clearly shown in figure 3.

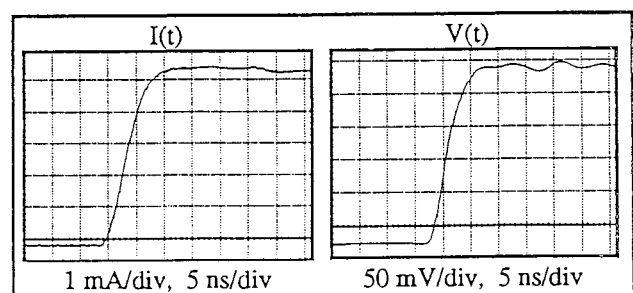


Fig. 7. After a "Deskew" synchronization, the displayed voltage is filtered at 50 MHz as the current is.

The previous observation induces a question. Usually, engineers measure differential time lag by looking at two waveforms showing synchronous phenomena. Is that correct if these two waveforms are filtered differently? The foregoing suggests that, during time lag evaluation, the higher bandwidth must be lowered up to the lower one, even if unfiltered waveform is used

again for following calculations.

### Sampling acquisition time

Whatever be the used ADC principle, a signal sample is never acquired instantaneously and its value can be look at as the mean of the signal during the sample acquisition time ( $T_{ac}$ ). In an oscilloscope this time is linked to the maximum one shoot sampling frequency and, roughly, it can be estimated to a half of the minimum sampling period.

This unavoidable operation (sliding mean) is equivalent to a low-pass filtering, with a -3 dB cut-off frequency  $F_c$  given by:

$$F_c = 1.39 / (2\pi T_{ac})$$

According to this,  $T_{ac}$  must be smaller than 4.4 ns to save the 50 MHz bandwidth and this leads to choose an oscilloscope with a maximum single shoot sampling frequency of, at least, 100 MHz (500 MHz for ours). Notice that this filtering is the same on both signals: it might have no incidence on energy.

### Voltage clamping and voltage probe

The behaviour of these absolutely necessary accessories becomes crucial during the observation of the saturation voltage. To reach an acceptable accuracy on conduction losses, this voltage must be estimated with an uncertainty below .1V (static measurement of this voltage gave 1.65V for a 12 A current). The corresponding waveform (Fig. 2a) shows a 2 V voltage which occurs less than 100 ns after being at 300 V.

The very short overdrive recovery time of the 11A32-DSA602 set is viewable in Figure 8. First (a), the waveform is acquired by keeping the whole signal in the oscilloscope screen. Second (b), only the lower third of the signal remains in the screen (the ADC is overdriven). Despite this, a gap (smaller than 1.25 V) is perceptible only during the first 30 ns which follow the come back of the signal into the screen. This behaviour is unchanged up to a 1 V/div sensitivity.

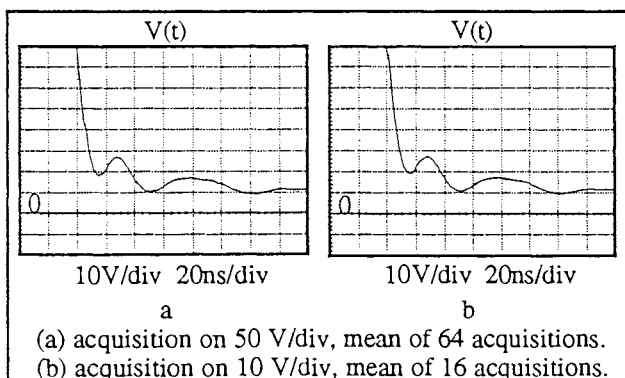


Fig. 8. Observation of saturation voltage after a 300 V overdrive of the DSA 602.

For higher sensitivity, according to specifications, input amplifier also is overdriven and vertical position control cannot bring back the useful part of the signal into the screen.

Thanks to this fast recovery, direct observation of the saturation voltage leads to correct values (except for the first 30 or 50 ns), but be careful, for some oscilloscopes this time lasts several  $\mu s$ .

Even with that oscilloscope the dividing voltage probe must be compensated to within 10/100 [3]. This is necessary to obtain the same sensitivity for dc and ac components and thus, to reach the needed accuracy on the saturation voltage (which, roughly, is equal to the dc component minus the total ac amplitude). Relying on such an accuracy for a long time is illusive. It is why, in power electronics, a clamping voltage circuit is generally used for such an investigation. By reducing the magnitude of the signal at the probe tip, it lowers the requirements relative to this accessory and, sometimes, it allows the use of a unity gain probe. Nevertheless, do not forget that it has its own recovery time!

Figure 9 shows the clamping circuit used during the measurements presented hereafter. During the saturation, a constant current is supplied to the diode so the wanted voltage is simply deduced from the observed one by subtracting the forward voltage of the diode (.677 V). In practice, immediately after the acquisition, the cathode of the diode is connected to the ground (source of the D.U.T.) and the measured voltage is removed.

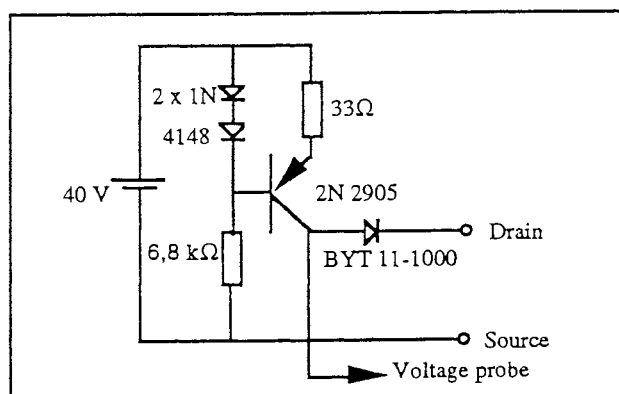


Fig. 9. Voltage clamping circuit.

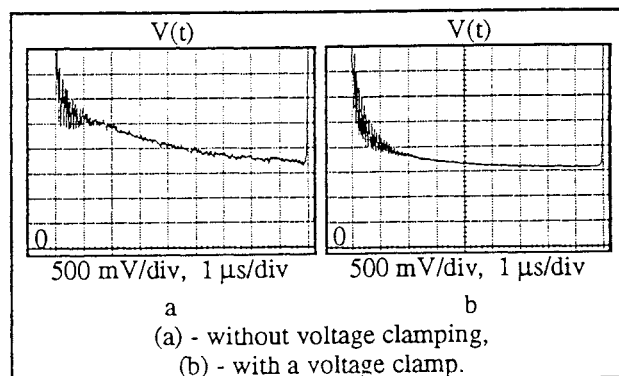


Fig. 10. Saturation voltage measurement.

Nothing is perfect and, if clamping solves some problems, it brings others. Figure 10 allows measurements acquired with and without clamp to be compared. In both cases final voltage equals static saturation voltage (1.64 V) but, indeed, these two waveforms are far from identical: 2  $\mu$ s after the turn on one indicates 1.85 V and the other 2.35 V. This represents a 37% uncertainty and the same remark applies for conduction losses.

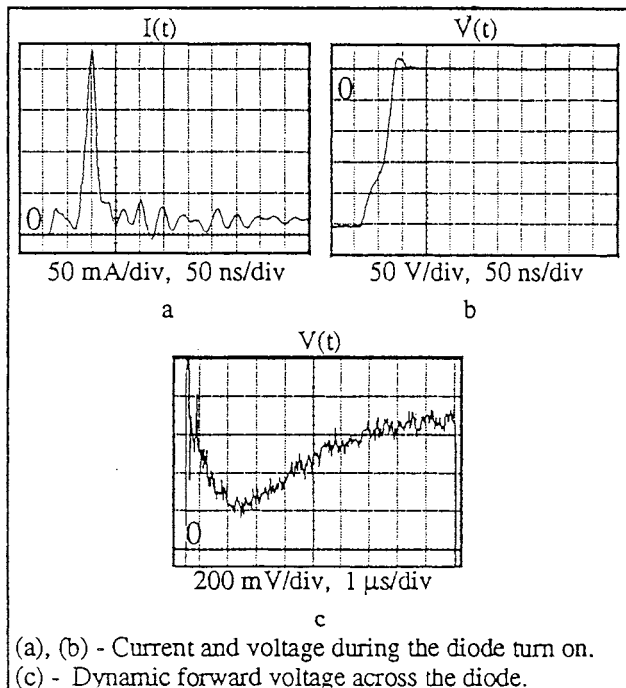


Fig. 11. Dynamic forward voltage of the clamping diode.

To understand this discrepancy, we measured the voltage across the diode of the clamping device during the D.U.T. working (Fig. 11). What can be deduced from these observations? Nothing sure, because during this investigation we used a P6134C probe and our confidence in it, at this level of constraint and of accuracy, is not unlimited. Nevertheless we can notice a certain degree of coherence in the results. If, after the acquisition of the clamped signal, we subtract the dynamic forward voltage of the diode (Fig. 11c) instead of the static one, the difference between the two methods vanishes (Fig. 12).

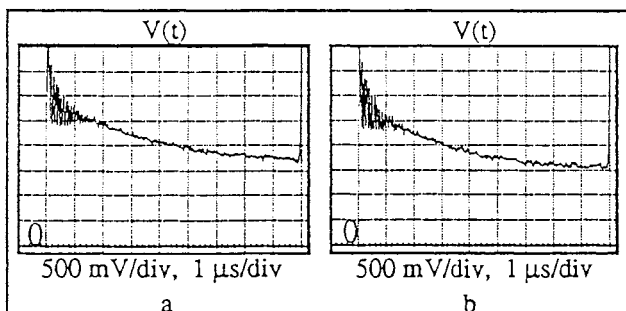


Fig. 12. Acquisition of saturation voltage: without (a), and with (b) the clamping voltage circuit (dynamic forward voltage of the diode taken into account).

One can think that the 200 mA current peak passing through the diode during the turn on overheats an internal zone located far from the junction. If this actually occurs, the heat wave reach the junction 2  $\mu$ s latter and causes the voltage fall. To progress we have now to change the diode, the probe or both and, whatever the final explanation, a reduction in the magnitude of the peak current seems desirable. One point is established: thermal phenomena must not be omitted during the electronic simulation of a clamping device.

### Digital oscilloscope linearity

Analog oscilloscope practice brings unconscious reasoning which is out of place with digital ones. For example, looking at the whole static transfer function of the Tektronix 2430 oscilloscope only a very slight non-linearity appears and one could deduce that, in a reduced variation range, this function can be considered as a straight line. This is in total contradiction with experiment (Fig. 13) that shows quantization effects, the random appearance of the related waves being due to differential non linearities.

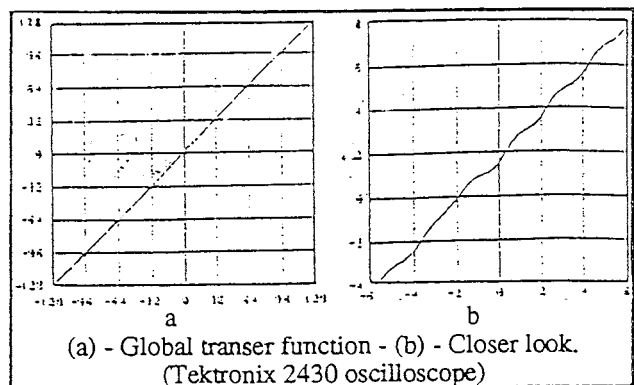


Fig. 13. Static transfer function of an oscilloscope used in the averaging mode.

To evaluate the impact of this on our measurements, we proposed a simple test, within everybody reaches. A 5 V p. to p. triangular waveform is supplied by a simple signal generator. Then, it is acquired by the tested oscilloscope, with a sensitivity of 50 V/div (a sensitivity often used to acquire the switch voltage). The result is then enlarged for observation (Fig. 14).

Taking the bottom of the triangular signal as voltage reference, one can see that where the voltage is actually 1.8 V, only 1 V is measured (Fig. 14a). Thus, the same error can occurs during saturation measurements. With most of the oscilloscopes this effect is far from negligible!

The point raised here has been studied by our team for a long time and more details about differential non linearities and noise (characterization, modelling, correction,...) can be found in [4,5,6].



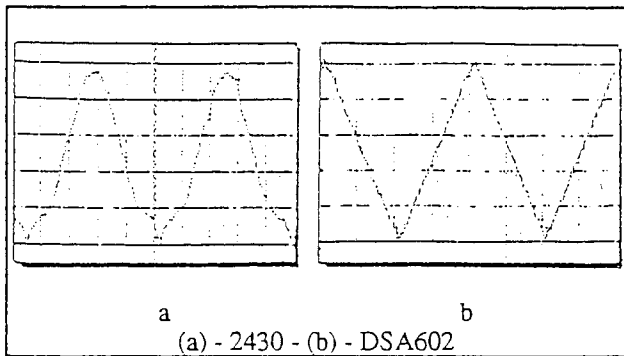


Fig. 14. Influence of ADC differential non-linearity. Measurement of a low frequency, 5 Vpp, triangular waveform with a 50 V/div sensitivity.

### Digital processing speed

When measurements are done using averaging mode and equivalent time sampling, acquisition can last a long time. Changing the 2430 by the DSA602 has brought a large reduction in acquisition time: typically 50 s instead of 20 mn. This improvement, essentially due to the speed of internal digital processing, is more than a comfort element. The more the acquisition lasts the more it is exposed to drifts originating not only in the measurement apparatus, but also in the D.U.T. itself.

### CONCLUSION

Reading this paper and other mentioned articles of our team, those who have to buy equipment will find a lot of criteria and even some valuation tests to help them.

To sum up, it is clear now and it was not so before, that, looking at high speed modern switches, differential time lag must be corrected to within 1 ns and that 50 MHz probes are highly desirable. Moreover, the oscilloscope must offer a one shoot sampling frequency over 100 MHz. More basically, the simplest method intended to deskew current and voltage waveforms have been refined.

To end, let us remind that every accessory must be tested objectively: industrial ones and home-made ones as well. If our current transformer don't bring any criticism, some interrogations still remain about the couple: voltage clamp/voltage probe. The experimental characterization of these accessories is very difficult but it is necessary to decrease the uncertainty (>30%) that remains on conduction loss measurements. By no way, an isothermal simulation can replaces it.

### Acknowledgements

We would like to thanks the GIRCEP group for its financial support without which this study could not have been carried out.

### REFERENCES

- [1] : D. Lafore, A.C. Sanchez, J.P. Keradec  
"Testing Power Components Soft and Hard Switching."  
ESRF93 Bordeaux, France, 4-7 oct 1993.
- [2] : E.I. Carroll, R.S. Chokhawala, R.J. Huard  
"Accurate Measurement of Energy Loss in Power Semiconductors" PCIM, May 1990, pp 16-27.
- [3] : G. Cauffet, J.P. Keradec  
"Digital Oscilloscope Measurement in High Frequency Power Electronics." IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, December 1992, pp 856-860.
- [4] : Y. Lembeye, J.P. Keradec, G. Cauffet  
"Improvement in the Linearity of Fast Digital Oscilloscope Used in Averaging Mode." IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, December 1994, pp 922-928.
- [5] : G. Cauffet, J.P. Keradec  
"Incidence of Resolution and Differential Non Linearity of Analog Digital Converters on High Dynamic Signal Measurement. Experimental Characterization." IEEE Instrumentation, Measurement and Technology Conference, N.Y., USA, 12-14 May 1992, Proc pp 295-298.
- [6] : G. Cauffet  
"Optimisation d'un Banc de Mesure Electrique pour l'Electronique de Puissance: Analyse Caractérisation, Correction et Validation." Thèse de Doctorat de l'INPG, Grenoble France, 3 juillet 1992.

### Adresses of authors

Y. Lembeye and J.P. Keradec:  
Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble URA CNRS  
355  
BP 46, F-38402, SAINT MARTIN D'HERES Cedex,  
FRANCE.

D. Lafore:  
Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Marseille, Technopole  
de Chateau Gombert,  
13451 MARSEILLE Cedex 20, FRANCE.





R. FEUILLET, J.P. KERADEC, J. PERARD, Th. RAFESTHAIN  
 Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble - UA CNRS 355  
 ENSIEG - BP 46 - 38402 SAINT MARTIN D'HERES Cédex FRANCE

**Abstract :** Network pollution by harmonic frequencies is caused by power electronics equipments (1), (3), (5), (6). For global study of the isolated network operation, a computer modelling method is presented for the analysis of the harmonics generated and received by a converter. This allows the whole network to be easily simulated and the interaction between the different kinds of converters (chopper, inverter...) to be predetermined.

**Keywords :** Converter, Modelling, Harmonic study, Fourier analysis

## INTRODUCTION

The proposed converter model is divided into two parts, the first one is related to harmonic frequency production, the second one to the reception (4).

Harmonic frequency generation is modelled by a set of current sources and their internal impedances. Disturbance reception is represented by an impedance  $W = g(f)$  modelling the converter in accordance to harmonics imposed by the network (for example, harmonics injected by other converters). The mathematical development is presented in appendice.

This method is illustrated by a simple example of Buck converter. All useful quantities for the different calculi (modulus and phases of current and voltage spectra) are obtained by simulation with the power electronics simulation software CIRCUIT developed by the Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) (5).

## CURRENT SOURCE AMPLITUDE

The determination of the current source amplitude is obtained by means of a simulation for which the converter (Fig. 1) is supplied directly from a DC voltage source, the steady state is reached, the load current  $i_L$  (Fig. 2b) is periodical and the duty cycle  $\alpha$  is constant (Fig 2a).

The resulting frequency spectrum (Fig. 2d) of the converter input current  $I_A$  (Fig. 2c) gives directly the amplitude of the different current sources harmonic  $I_{Ai}$ .

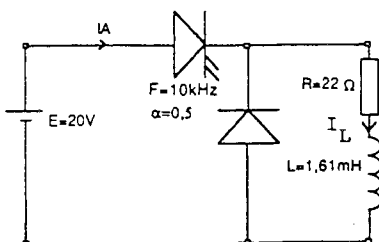


Fig. 1 : Buck converter scheme

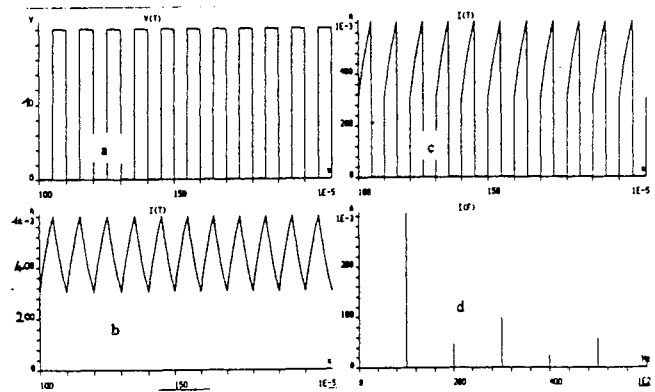


Fig. 2 : Simulation results

## CURRENT SOURCE IMPEDANCES

The internal impedances  $Z_i$  of the different current sources are obtained by another simulation using the input filter (Fig. 3).

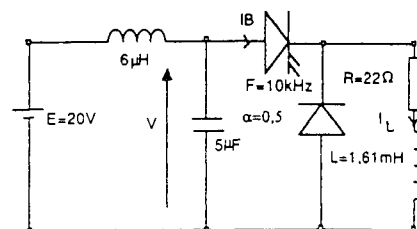


Fig. 3 : Buck converter and input filter

Its cutoff frequency is selected adequately high to display the searched phenomena. The supply voltage  $V$  (Fig. 4b) and the input current  $I_B$  (Fig. 4a) allow the harmonic impedances  $Z_i$  to be calculated (Fig. 4d-c shows the  $V$  and  $I_B$  frequency spectra).

It should be noted that the cutoff frequency of the filter directly affects the impedance values. For an ideal filter (very low cutoff frequency) voltage remains constant, both currents  $I_B$  with filter and  $I_A$  without

filter are equal, that means the harmonic impedance  $Z_i$  being thus infinite.

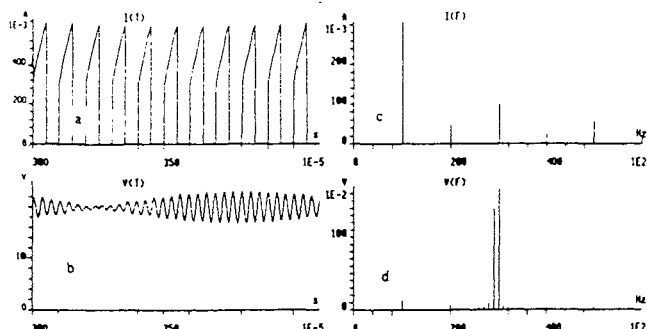


Figure 4 : Typical quantities of Buck converter

#### DETERMINATION OF THE IMPEDANCE W

To determine the impedance  $W$  which characterizes the converter relation to harmonic frequencies imposed by other network users, the Buck converter is simulated with an AC voltage source  $v_f$  at frequency  $f$ , representing the fundamental disturbance frequency, superposed to the DC voltage supply (Fig. 5).

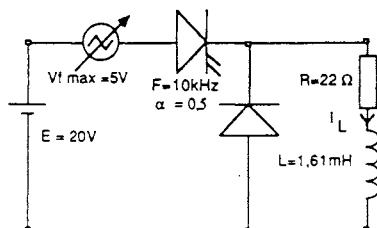


Fig. 5 : Buck converter and disturbance source

The disturbance frequency  $f$  varies continuously eliminating the characteristic converter frequencies ( $i \times F$ ). The simulations allow the input current spectrum to be extracted, especially the current harmonic amplitude  $i_f$  due to the presence of the voltage source  $v_f$ , and to compute  $w(f) = v_f / i_f$  at the disturbance frequency  $f$ . However, the system generates some frequencies  $|nf \pm F|$  which have no effect on the  $i_f$  current amplitude.

The impedance curves are always the same whatever the voltage source amplitudes  $E$  and  $v_f$  (so that  $E - v_f > 0$  for the Buck converter working normally) and whatever the original phase of AC voltage source  $v_f$ . The points corresponding to the frequencies multiple of the working frequency of the converter ( $i \times F$ ) are obtained via the formula given in the preceding section. These points represent the current source impedances  $Z_i$ . This curve is modified when the duty cycle  $\alpha$  or the working frequency  $F$  are changed.

#### THEORETICAL STUDY

With the assumptions used for the preceding simulations (converter normally working), the system is linear but not stationary. The superposition theorem can be applied with the zeroing DC voltage source amplitude  $E$ .

The network can be simplified with the equivalent diagram shown in figure 6 in which  $U(t)$  represents the disturbance voltage modulated by a gate function  $C(t)$ .

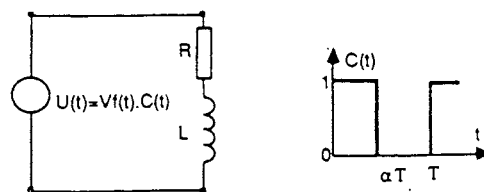


Fig. 6 : Equivalent diagram and  $C(t)$  function

By using the Fourier series development with complex factors, the complex admittance  $Y(\omega)$  is obtained (see Appence).

$$Y(\omega) = \frac{\alpha^2}{R + jL\omega} + 2 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1 - \cos 2\pi n\alpha}{(2\pi n)^2} \frac{1}{R + jL(n\omega_d + \omega)}$$

with  $\omega = 2\pi f$  and  $\omega_d = 2\pi F$

Figure 7 represents the Buck converter impedance curve ( $F = 10$  KHz,  $\alpha = 0,5$ ), the circular points correspond to the simulation study with the software CIRCUIT. This figure shows that the two methods of calculation are in good agreement.

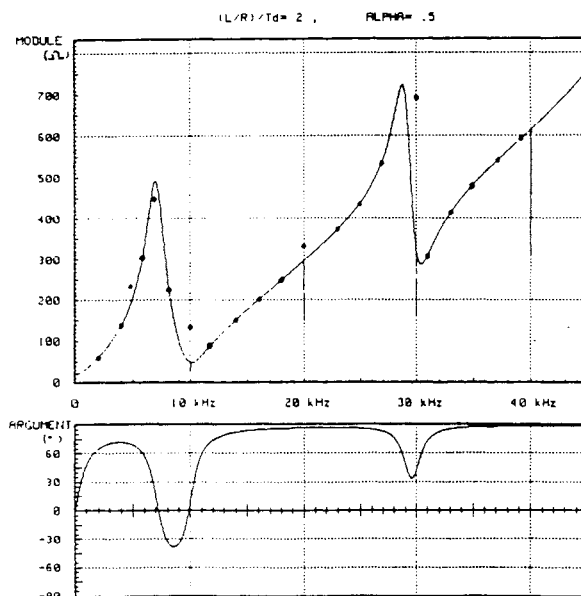


Fig. 7 : Buck converter impedance curve with  $\alpha=0.5$

The theoretical study has been developed for a non particular duty cycle ( $\alpha = 0.22$ ) (Fig.8). It should be noted that despite the absence of capacitor in the wiring the converter performs as a capacitance in some frequency ranges.

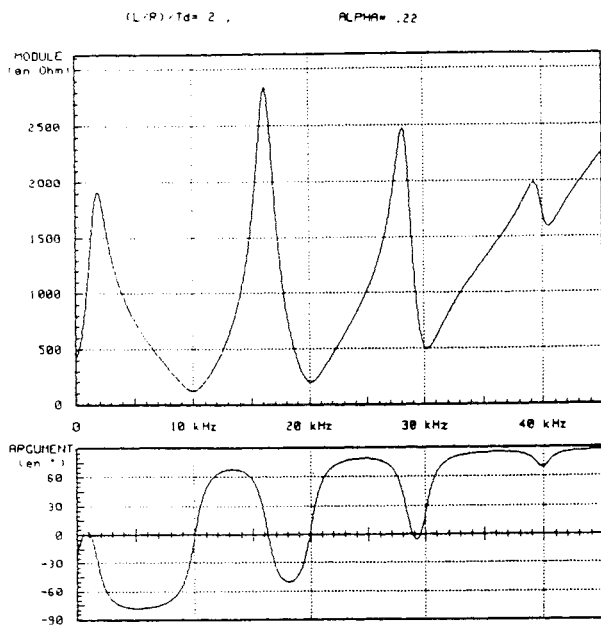


Fig. 8 : Impedance curve with  $\alpha=0.22$

## CONCLUSION

This technique for modelling converters allows the predetermination of the interaction between two converters closely connected to a network. It also enables the filters needed to limit harmonic pollution, compatible with existing standards, to be characterized.

## APPENDICE

### Calculation of the spectrum analysis of $I_L(t)$

The developments in Fourier series of  $v_f(t)$  and  $C(t)$  are well known :

$$v_f(t) = \cos(\omega t + \varphi) = 1/2 e^{j(\omega t + \varphi)} + 1/2 e^{-j(\omega t + \varphi)} \quad (1)$$

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j2\pi n} e^{jn\omega_d t} \quad (2)$$

It should be noted that the amplitude of the spectral lines of  $C(t)$  is obtained directly with (2)

$$|C_n| = \frac{|\sin \pi n \alpha|}{\pi n} \quad (3)$$

The spectrum analysis of  $v_f(t)$  follows from (1) and (2)

$$v_f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j4\pi n} [e^{j[(n\omega_d + \omega)t + \varphi]} + e^{-j[(n\omega_d - \omega)t + \varphi]}] \quad (4)$$

This voltage is applied to a RL series impedance. The spectrum of the  $I_L$  current is obtained by the division of each voltage spectral line by the impedance at the same frequency :

$$I_L = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j4\pi n} \left[ \frac{e^{j[(n\omega_d + \omega)t + \varphi]}}{R + jL(n\omega_d + \omega)} + \frac{e^{-j[(n\omega_d - \omega)t + \varphi]}}{R + jL(n\omega_d - \omega)} \right] \quad (5)$$

Finally, to obtain  $I_e(t)$ ,  $I_L$  must be multiply by  $C(t)$ . (6)

$$I_e = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j4\pi n} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi m\alpha}}{j2\pi m} \left[ \frac{e^{j[(m+n)\omega_d + \omega]t + \varphi}}{R + jL(n\omega_d + \omega)} + \frac{e^{j[(m+n)\omega_d - \omega]t + \varphi}}{R + jL(n\omega_d - \omega)} \right]$$

m and n being integers, it is clear that  $I_e$  is made up of two series of lines of respective frequencies  $(m+n)\omega_d + \omega$  and  $(m+n)\omega_d - \omega$ .

The lines  $k\omega_d + \omega$  and  $-k\omega_d - \omega$  can be associated to obtain real sinusoids with positive frequencies. For  $k=0$  the pulsation is  $\omega$ .

Change of variables are useful.

$$A_k^+ = \rho_k^+ \cdot e^{j\varphi_k^+} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j2\pi n} \frac{1-e^{-j2\pi n\alpha}}{j2\pi n} \frac{1}{R + jL(n\omega_d + \omega)} \quad (7)$$

For  $k=0$  the form of this complex function is simpler :

$$A_0^+ = A = \rho_0 \cdot e^{j\varphi_0} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left( \alpha \cdot \frac{\sin \pi n \alpha}{\pi n \alpha} \right)^2 \frac{1}{R + jL(\omega_d + \omega)} \quad (8)$$

With

$$A_k^- = \rho_k^- \cdot e^{j\varphi_k^-} \text{ and } A_k^-(\omega) = A_k^+(\omega) \quad (9)$$

Finally,

$$I_e(t) = \rho_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + \sum_{k=1}^{+\infty} \rho_k^+ \cos[(k\omega_d + \omega)t + \varphi_k^+] + \rho_k^- \cos[(k\omega_d - \omega)t + \varphi_k^-] \quad (10)$$

Remarks :

\* The first term is always at the same frequency as the input voltage. An other term can be at this frequency in the sum but only for some values of the input frequency :

$$k\omega_d - \omega = \omega \text{ if } \omega = k\omega_d/2 \text{ with } k \geq 1 \text{ (integer)} \quad (11)$$

Outside this values for  $\omega$ , the complex function  $A(\omega)$  (8) can be compared to the input admittance of the converter : this is clear in the comparison of the first term of (11) with (1).

It should be noted that this expression is available from the direct current to the Shannon frequency (half of the sampling frequency).

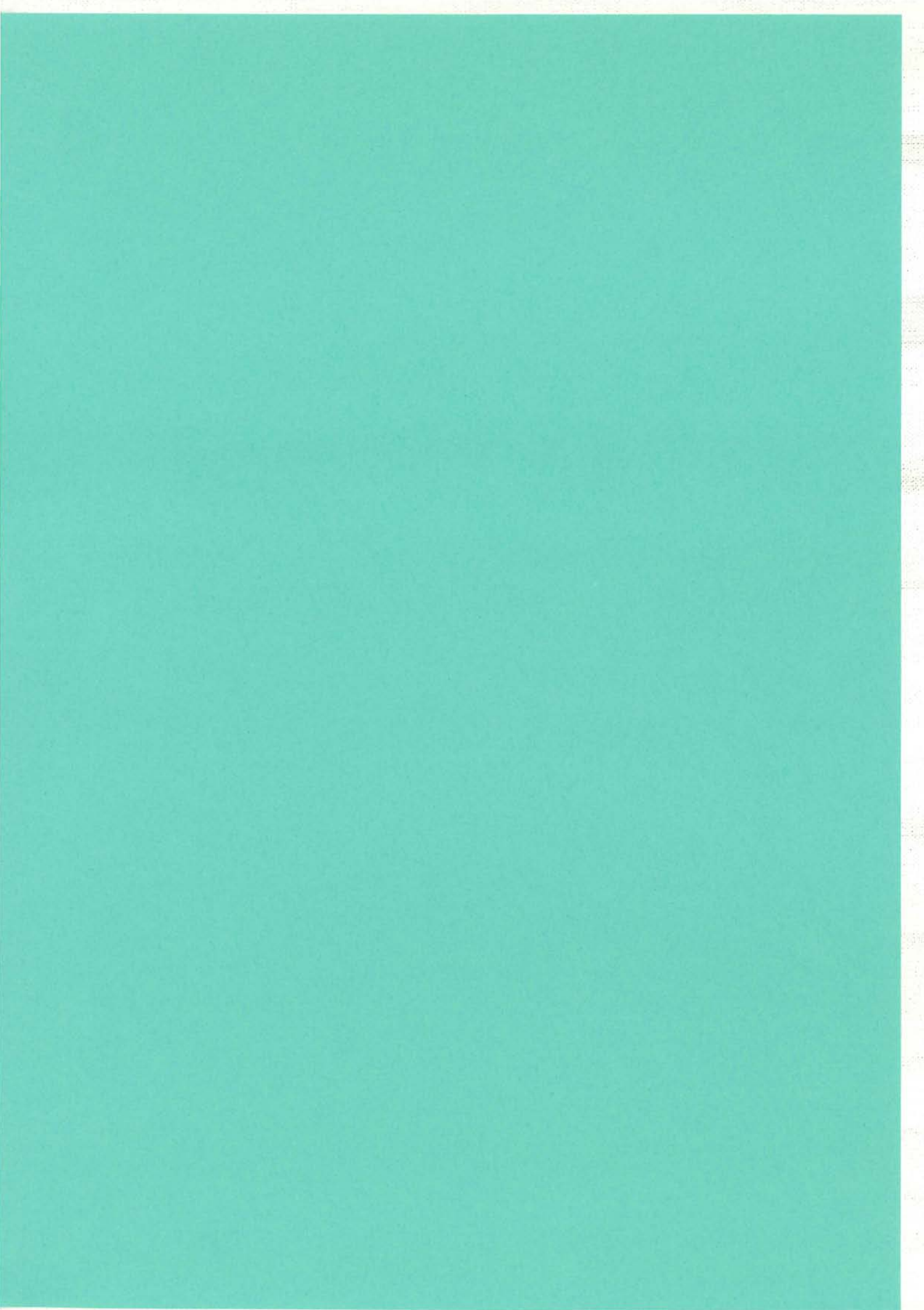
\* For  $n=0$  the equation (8) becomes  $\alpha^2/(R + jL\omega)$ . This expression is those that is given by the equivalent average circuit (4) for the input admittance.

\* For the pulsations  $k\omega_d/2$ , the input current at the same frequency consists of two parts with a phase difference  $2\varphi_0 - \varphi_k^-$ . According to this phase difference, the admittance modulus will vary between  $\rho_0 + \rho_k$  and  $|\rho_0 - \rho_k|$  (12)

## REFERENCES

- 1) AURIOL Ph.  
Modélisation des réseaux pour l'étude des perturbations.  
Journées d'Etudes SEE. LYON - 25 26 Mai 1987.
- 2) G. ENJALBERT  
Developpement d'un outil de conception assisté par ordinateur :  
le logiciel CIRCUTT.  
Thèse de Doctorat de l'INP Grenoble 1989.
- 3) J.Y. LEOST, J.L. JAVERZAC  
Pollution harmonique des réseaux.  
*Electronique de puissance* n°33 - pp 38-45.
- 4) J. PERARD, E. TOUTAIN, M. NOUGARET  
Modélisation des convertisseurs d'énergie par un schéma  
équivalent.  
*L'Onde Electrique* 1979, Vol 59, n° 12 - pp 81-88.
- 5) Th.RAFESTHAIN, J.ROUDET, R.FEUILLET,G.ENJALBERT  
Simulation par le logiciel CIRCUTT de perturbations électro-  
magnétiques conduites : application au cas d'une alimentation à  
découpage.  
*Revue Générale d'Electricité* n° 1 1990 pp 28-34.
- 6) J. REEVE, J.A. BARON  
Harmonic interaction between HVDC converters and AC powers  
systems *IEEE Transactions on Power Apparatus and System*  
PAS - 90- 2785-2793.







the 1990s, the number of people in the UK who are aged 65 and over has increased from 10.5 million to 13.5 million, and the number of people aged 75 and over from 4.5 million to 6.5 million (Office of National Statistics 2000).

There is a growing awareness of the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the general practitioner (GP) in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this. The Department of Health (1999) has identified the need to develop services to meet the needs of older people, and the importance of the role of the GP in this.

## **ANNEXE 4 : COURRIER RELATIF À DES COLLABORATIONS EXTÉRIEURES**

**Échangé avec :**

**1 - Labinal.**

**2 - Microspire.**

**3 - CERN.**

**4 - Tektronix.**

**5 - Le Croy.**

**6 - Laboratoire d'Électrotechnique de Montpellier.**





L.E.Q.  
12 FEV. 1996

**DIVISION SYSTEMES  
AERONAUTIQUES**

17, rue de Clichy  
93584 St Ouen Cedex  
Tél. (1) 49 18 32 00  
Télex : PML AERO 234030 F  
Fax (1) 40 11 20 58

Monsieur le Directeur  
du Laboratoire d'Electrotechnique  
de Grenoble (CNRS URA-335)

Domaine Universitaire, B.P. 46  
F-38402 Saint Martin d'Hères Cedex

Paris, le 6 Février 1996

Réf : Coopération de Mr. François BLACHE

Monsieur le Directeur,

Après trois ans de coopération entre votre laboratoire en la personne de Monsieur François BLACHE et notre société, je tenais à prendre quelques instants en ce début d'année pour vous dire combien nous avons apprécié le travail fourni et les retombées industrielles que votre collaboration nous à apportée.

En effet l'étude théorique sur la modélisation d'un transformateur haute fréquence confiée à Mr. François BLACHE, ainsi que les expériences pratiques s'y rapportant, nous ont permis d'améliorer efficacement notre productivité sur ce produit sensible, ceci s'inscrivant particulièrement bien dans le contexte industriel qui est le nôtre.

L'excellence de l'étude documentaire nous permettra également, et ce n'est pas la moindre des choses, de conserver ce savoir important et de maintenir la pérennité des connaissances acquises au cours de cette étude.

La satisfaction de nos clients sur ce produit étant la meilleure preuve de la réussite de cette coopération, je tiens à renouveler Monsieur le Directeur la confiance que notre société porte à la Qualité de l'enseignement que vous savez prodiguer au sein de votre établissement.

Sincèrement

André SINIC.

Quality Assurance Manager.





S.A. au capital de 1.134.000 F  
R.C. Thionville B 572109510

16, Parc d'Activités du Beau Vallon  
FRANCE - 57110 ILLANGE  
Adresse postale : B.P. 97 - 57332 YUTZ CEDEX 2  
Tél. 82.56.55.64 - 82.53.13.33  
Fax : 82.51.00.49

ENSIEG/LEG

BP 46  
38402 ST MARTIN D'HERES Cédex  
A l'attention de M. SABONNADIÈRE

Illange, le 20 juin 1995

Monsieur,

En 1992, nous avons démarré avec le CNRS un programme de recherche appliquée portant sur la modélisation des composants bobinés dans les alimentations en haute fréquence. Cette démarche, originale en France, pour un sous-traitant de fabrication de composants bobinés sur spécification client nous a permis aujourd'hui de devenir un composantier à part entière.

En effet, alors que les années 92,93 et 94 ont vu notre marché porteur, à savoir l'aéronautique, l'armement et le spatial baisser de plus de 50 % en France entraînant dans sa chute plus de la moitié des industriels présents dans ce domaine, notre société a non seulement pu résister mais également se développer sur d'autres marchés tel les télécoms.

L'expertise que nous permet d'offrir l'utilisation des travaux poursuivis en commun nous procure également une place prépondérante dans la conception de ces composants auprès des bureaux d'études de nos clients.

Au delà de ces premières satisfactions, c'est bien la pérennité de l'entreprise qui a été assurée.

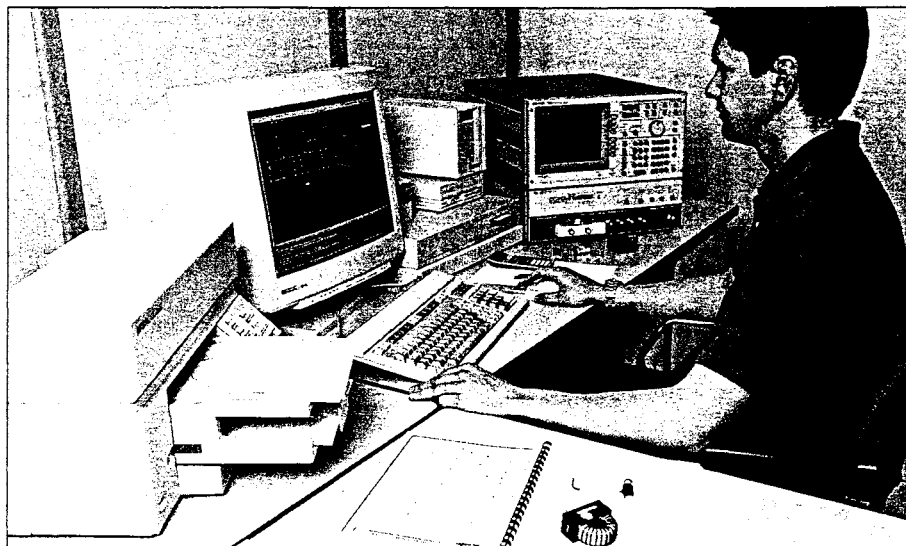
Nous tenons à apporter nos remerciements les plus chaleureux à toute l'équipe de L'URA 355 et nous souhaitons prolonger de façon durable cette collaboration qui peut s'articuler autour d'autres thèmes de recherche.

Tous mes collaborateurs et moi-même vous sommes reconnaissants et nous nous permettons de vous charger de communiquer notre gratitude à toute votre équipe.

Dans l'attente d'une autre réussite, nous vous prions d'agréer, Monsieur, l'expression de nos sentiments distingués.

Y. NOLD

# Component design control

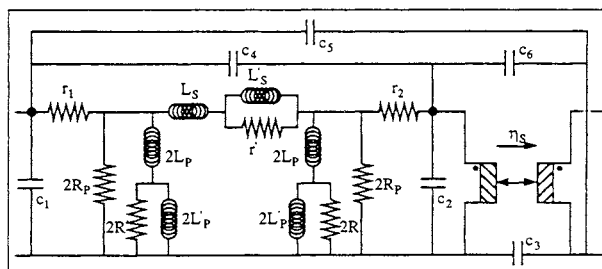


## OUR R&D SERVICE

### CHARACTERIZATION AND MODELLING

Elaboration of an equivalent circuit according to the specifications of a wire wound component.

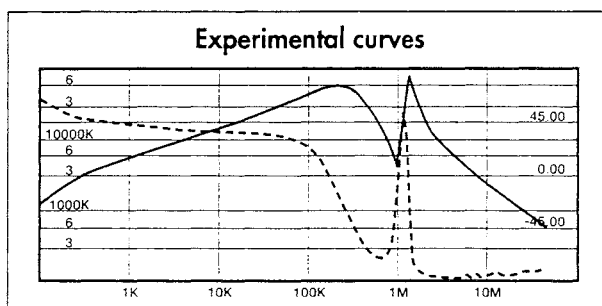
**Equivalent circuit:**  
compatible with PSPICE



### OPTIMIZATION

Optimization of a magnetic component in its environment (in some cases) and for a particular application.

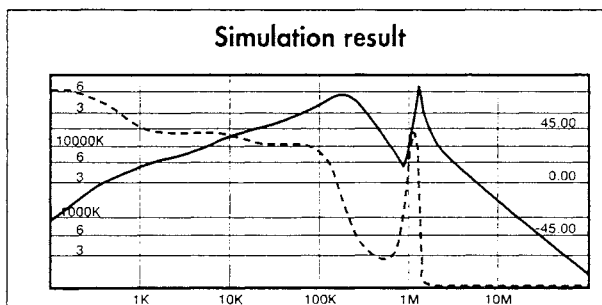
Issue of a prototype and a definition file.



### VALUATION

What generates malfunction of a magnetic component ?

Issue of an expert's report.

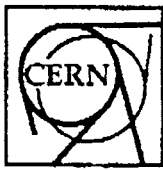


### INSURANCE AS SECOND SOURCE

Insurance of functional identity of two components, or of a component and its specifications.

Issue of a report, a prototype and a definition file.

## FAX COVER PAGE



### ORGANISATION EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH

Laboratoire Européen pour la Physique des Particules  
European Laboratory for Particle Physics

Adresse postale/Mailing address:

CERN  
CH-1211 Genève 23  
Switzerland

Fax: +41 22 767 71 55  
Email: ZURDJ@CERNVM.CERN.CH  
Phone: direct +41 22 767 23 89  
exchange +41 22 767 61 11

From: Rudi Zurbuchen,

Computing & Networks Division,  
Computing Support for Engineering,  
Analog Electronics and Systems

To: LEG Université de Grenoble,  
à l'attention de Mr. Bruno Cogitore

fax 0033 76 82 63 00

Re: LEG/MicroSpire Transformer Model

Dear Mr. Cogitore,

I refer to the attached article, of which you are a co-author.

During my activity of supporting analog CAE software at CERN, I have been approached several times by analog designers from different application areas, who are looking for more realistic transformer models.

I would therefore be very interested to obtain additional information concerning your modelling work with MicroSpire. Of particular interest would be: knowledge on how the physical parameters like winding configuration, core geometry and material constants are translated into the SPICE circuit model parameters, and of course also if and how the model will be made available to analog designers and CAE users.

I look forward to your reply.

Yours sincerely,

Rudi Zurbuchen

PS: I apologise for writing in English, which is easier than French for me. Please feel free to reply in French.

Date: 5 October 1993

Pages: 2 including this cover

# FAX COVER PAGE



## ORGANISATION EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH

Laboratoire Européen pour la Physique des Particules  
European Laboratory for Particle Physics

Adresse postale/Mailing address:

CERN  
CH-1211 Genève 23  
Switzerland

**Fax:** +41 22 767 71 55  
**Email:** ZURDJ@CERNVM.CERN.CH  
**Phone:** direct +41 22 767 23 89  
exchange +41 22 767 61 11

Fax: 10 76 8263 00

**To:** Mr. Jean-Pierre KERADEC, L.E.G., Grenoble

**Re:** Our meeting on Monday 19 September 1994

Dear Mr. Keradec,

Further to our phone call of today, I would like to inform you that Mr. John Evans and myself will come to your office at 14.00 hours.

We look forward to meeting you in Grenoble.

Yours sincerely,

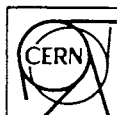
Rudi Zurbuchen

**From:** Rudi Zurbuchen,

**Date:** 13 September 1994

**Pages:** 1 including this cover

CN Division  
Computing Support for Engineering,  
Analog Electronics and Systems



RUDI ZURBUCHEN

COMPUTING SUPPORT FOR ENGINEERING  
ANALOG ELECTRONICS & SYSTEMS  
COMPUTING & NETWORKS DIVISION

EUROPEAN LABORATORY FOR PARTICLE PHYSICS  
1211 GENEVA 23 - SWITZERLAND  
TEL. + (4122) 767 23 89 - FAX + (4122) 767 71 55  
EMAIL: BITNET ZURDJ@CERNVM.CERN.CH



---

To: LIST

May 19, 1993

From: Al Schamel  
Power Measurement Products  
503 627-6078 47-130  
503 727-4310 Fax

Copy: Steve Asbjornsen

Subject: Meeting with J. P. Keradec, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

The meeting with Mr. Keradec will be :

Monday May 24, 1993  
Building 47  
CCI Conference Room  
9:00am to 5:00 PM

I will pick Mr. Keradec up at his hotel at 8:00am and we should be ready to start the meeting at 9:00. We will have lunch brought in so we can work through.

Attached is a first cut agenda and the list of questions sent by Mr. Keradec for consideration. Since there has been more interest in meeting with Mr. Keradec than I anticipated, we will make the morning session a presentation format and the afternoon informal technical discussions. For those listed to give an overview, just give a verbal overview of your group's activities. You can use overheads if you have them, but you don't need to put together a formal presentation. People can attend the afternoon session that fits their interest.

LIST: Cliff Baker 47-130  
Al Crane 47-130  
Phil Hisayasu 47-130  
Richard Huard 47-623  
Dan Knierim 47-623  
Carl Matson 47-704  
Steve Pepper 50-320  
Stan Sasaki 47-130  
Steve Sekel 47-130  
Steve Soar 47-130  
Bob Woolhizer 47-623

URGENT

- . ENSIEG
- . Mr Jean-Pierre KERADEC
- . IGM
- . L.E.G.
- . BP 46 - Domaine Universitaire
- . Rue de la houille blanche
- . 38402 - ST MARTIN D'HERES Cédex

10 / 04 / 1995

OBJET: DEMANDE DE RENDEZ-VOUS

---

Monsieur KERADEC,

Le 1<sup>er</sup> juin dernier, nous avons participé à cette journée de réflexion sur la mesure en électronique de puissance.

Suite à cette invitation, le directeur de notre usine située à Genève (division oscilloscope) raymond CHEVALLEY, le responsable de la filiale française Laurent WEBER et moi-même, nous souhaiterions vous exposer nos développements futurs dans ce domaine.

Nous aimerions avoir votre avis sur les orientations choisies.  
Pourriez-vous nous recevoir le vendredi 12 avril prochain à 15H30/16H ?

---

salutations distinguées.

Claude FIQUET

Christian GLAIZE → R. VERADEC

Je tiens à te remercier chaleureusement pour l'accueil des trois chercheurs du CEN qui sont venus te voir à Genève il y a une semaine. Ils sont enchantés du travail que vous avez fait ensemble.

**LEM** LABORATOIRE D'ELECTROTECHNIQUE DE MONTPELLIER  
Université Montpellier II (Sciences et Techniques du Languedoc)  
Case courrier 079 - Place Eugène Bataillon - 34095 MONTPELLIER CEDEX 5 - FRANCE  
Téléphone : (33) 67.14.34.17 - Télécopie : (33) 67.04.21.30

Ces discussions leur ont été très profitables et j'espère qu'elles l'ont été aussi pour le CEN.

Nous pourrions en parler si tu le désires soit par téléphone soit à l'occasion d'une rencontre.

Encore merci et à bientôt.







**RÉSUMÉ.** Le titre "Le temps d'appivoiser les étoiles filantes" fait allusion au chapitre 3 dans lequel le rôle du temps et de quelques aspects du comportement du chercheur sur sa créativité est examiné. Les idées passent furtivement comme les étoiles filantes dans le ciel...

Au cours du chapitre 1, les principaux résultats concernant l'un des sujets d'intérêt de l'auteur (la modélisation électrique des transformateurs) sont résumés. L'accent est mis sur la genèse des idées, les méthodes d'approches et l'apport des doctorants impliqués.

Dans le chapitre 2, les études en cours ainsi que celles prévues et les questions actuelles sont présentées. De cette façon on peut découvrir, sans filtrage, l'état des études inachevées, les interrogations qu'elles soulèvent et certaines actions envisagées pour leur apporter une réponse.

Le troisième chapitre met en lumière l'approche scientifique d'un physicien. Qu'est-ce qu'un modèle ? Un résultat expérimental précis constitue-t-il toujours une validation irréfutable ? comment l'analyse mathématique et la simulation se complètent-elles ? Comment la simulation peut-elle nuire à la créativité ? Toutes ces questions figurent parmi les sujets discutés et l'auteur conclut que la flânerie et la persévérance sont deux pièces maîtresses de la créativité.

Afin de procurer un aperçu plus large sur le travail évoqué, une sélection d'articles représentatifs, ayant trait à la fois à la modélisation des transformateurs et aux mesures en électronique de puissance, est jointe en appendice. Quelques lettres illustrant les relations nouées à l'extérieur du laboratoire figurent également dans cette partie.

En résumé, l'auteur exploite la présentation de ses recherches passées et actuelles pour illustrer les méthodes de travail qu'il a librement choisies. Il revendique une sensibilité de physicien qu'il espère faire mieux connaître des ingénieurs électriciens.

**Mots-clés.** Electronique de Puissance, haute fréquence, transformateur, circuit équivalent, couplage magnétique, capacités parasites, courants induits, ferrite, non-linéaire, métrologie, caractérisation, modèle physique, approximation, expérimentation, procyon lotor.

**DIGEST.** The title "Time to tame the shooting stars" refers to the third chapter which examines the impact of time and a few elements of the researcher's behavior upon his productivity. Ideas go through the mind furtively as shooting stars do in the sky...

Although chapter 1, the main results about one among the subjects of interest of the author - transformer electrical modeling - are summarized. Focus is on development of ideas, methods of approach and contribution of involved PhD students.

In chapter 2, studies in progress, planed investigations and current questions are presented. That way one can discover, without any filtering, the state of uncompleted studies, the questions they give rise to and the actions that are being considered to get answers.

The third chapter bring the scientific approach of a physicist into light. What is a model ? Is an accurate experimental result always an indisputable validation ? How mathematical analysis and software simulation complement one another ? How simulation can be harmful to creativity ? All these questions are among the discussed subjects and the author concludes that dawdling and perseverance are two masterpieces for creativity.

For a wider survey on the related work, a selection of significant papers related to both transformer modeling and power electronics measurements is appended. A few letters which illustrate the relations established outside the lab are also included in this part.

To summarize, the author uses the presentation of his past and current researches to illustrate the methods of work he freely choose. He claims a physicist's sensitivity that he hopes to make better known in the electrical engineering circle.